Теория формальных языков и трансляций. Домашняя работа №2

Кубышкин Е.А., группа 21.Б-07

22 сентября 2023г.

Упражнение I-2.1

ДАНО: Грамматика $G = (V_N, V_T, P, S)$, где $V_N = \{S, A, B\}$, $V_T = \{0, 1\}$,

$$\begin{aligned} P = \{&S \to 0A,\ S \to 1B,\ S \to 0, \\ &A \to 0A,\ A \to 0S,\ A \to 1B, \\ &B \to 1B,\ B \to 1,\ B \to 0\}. \end{aligned}$$

НАЙТИ: Язык, порождающийся данной грамматикой.
МЕТОД РЕШЕНИЯ: Логические рассуждения.
РЕШЕНИЕ:

1. Понятно, что если мы приходим в нетерминал B, то мы обязаны накапливать единички и завершаться либо 0, либо 1. Таким образом, вне зависимости от того, какой был префикс pref, если был хотя бы один нетерминал B, то слово имеет вид: pref 1^+0^k, где $k \in \{0, 1\}$

2. Далее рассмотрим pref (уже отсекая любые пути, содержащие B):

   a) Можем сразу прийти в вариант с B, так что возможно, что $\text{pref} = \varepsilon$

b) Далее единственный вариант — идти в $0A$. Отсюда мы можем накопить любое количество 0, из-за правила $A \to 0A$, а после варианты $A \to 0S$ и $A \to 1B$ по сути не отличаются, потому что мы либо ничего не меняем и продолжаем накапливать 1, либо зайдём в B, тем самым закончив разбирать pref. Значит, pref $= 0^*$

3. Если вообще не идти в B:

   a) Можно сразу пойти в 0

   b) Можно пойти в $0A$, тогда самый короткий способ закончить слово: $S \to 0A \to 00S \to 000$. Так что 2 нулей быть не может, только $1, 3$ или больше.

   c) Или можно продолжать любое количество 0, тогда слово будет иметь вид 0^k, где $k \in \mathbb{N} \setminus \{2\}$

Подводя итог, язык, порождающийся грамматикой имеет вид $\{0^k\} \cup \{0^* 1^+ 0^b\}$, где $b \in \{0, 1\}, k \in \mathbb{N} \setminus \{2\}$

Упражнение I-2.2

ДАНО: Язык $L = \{w \mid w \in \{0,1\}^*\}$, где w не содержит двух последовательных единиц.

НАЙТИ: Регулярную грамматику, порождающую этот язык.

МЕТОД РЕШЕНИЯ:

РЕШЕНИЕ:

$$G = \{V_N, V_T, P, S\},$$

где

$$\begin{aligned}
&V_N = \{A, B, S\}, V_T = \{0, 1\}, \\
&P = \{S \to 0B,\ S \to 1A,\ S \to 1,\ S \to 0 \\
&A \to 0B,\ A \to 0 \\
&B \to 0B,\ B \to 1A,\ B \to 1\}
\end{aligned}$$

Упражнение I-2.3

ДАНО: контекстно-свободная грамматика $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S)$, где $P = \{S \to aAS,\ S \to a,\ A \to SbA,\ A \to ba,\ A \to SS\}$

НАЙТИ: Неформально описать слова, порождающиеся этой грамматикой

МЕТОД РЕШЕНИЯ: Логические рассуждения

РЕШЕНИЕ:

Упражнение I-2.4

ДАНО: Алгоритм теоремы 2.2

НАЙТИ: Проверить принадлежность слов $(abaa)$, $(abbb)$, $(baaba)$ к грамматике из примера 2.7

МЕТОД РЕШЕНИЯ: Воспользоваться алгоритмом из теоремы 2.2

РЕШЕНИЕ:

1. $abaa$, для этого слова $|abaa| = 4$:

   a) $T_0 = \{S\}$

   b) $T_1 = T_0 \cup \{aAS, a\}$

   c) $T_2 = T_1 \cup \{aAa, abaS, aSSS\}$

   d) $T_3 = T_2 \cup \{abaa\}$ На этом шаге мы увидели, что в множестве T_3 есть нужная цепочка $abaa$, дальше расписывать для наших задач не имеет смысла, данное слово принадлежит языку, порождаемому грамматикой G

2. $abbb$ для него $|abbb| = 4$, значит, что множества до T_3 будут совпадать. Возьмём T_0, T_1, T_2 из предыдущего пункта:

   a) $T_3 = T_2 \cup \{abaa, aSSa, aaSS, aSaS\}$

   b) $T_4 = T_3 \cup \{aaSa, aSaa, aaaS\}$

   c) $T_5 = T_4 \cup \{aaaa\}$

   d) $T_6 = T_5$

   алгоритм закончен, в множестве T_5 не нашлось слова $abbb$, значит слово не принадлежит языку, порождаемому грамматикой G

3. $baaba$, для него $|baaba| = 5$:

   a) $T_0 = \{S\}$

   b) $T_1 = T_0 \cup \{aAS, a\}$

   c) $T_2 = T_1 \cup \{aSbAS, abaS, aSSS, aAaAS, aAa\}$

d) $T_3 = T_2 \cup \{aabAS, aSbAa, aaSS, aSaS, aSSa, aAaAa, abaa\}$

e) $T_4 = T_3 \cup \{aabAa, aaaS, aaSa, aSaa\}$

f) $T_5 = T_4 \cup \{aaaa\}$

g) $T_6 = T_5$

алгоритм закончил свою работу, так как $baaba \notin T_5$ слово не принадлежит языку, порождаемому грамматикой G

Упражнение I-2.5

ДАНО: Контекстно-свободная или регулярная грамматика G, теорема 2.2.

НАЙТИ: Ответ на вопрос, можно ли улучшить оценку для m.

МЕТОД РЕШЕНИЯ:

РЕШЕНИЕ: