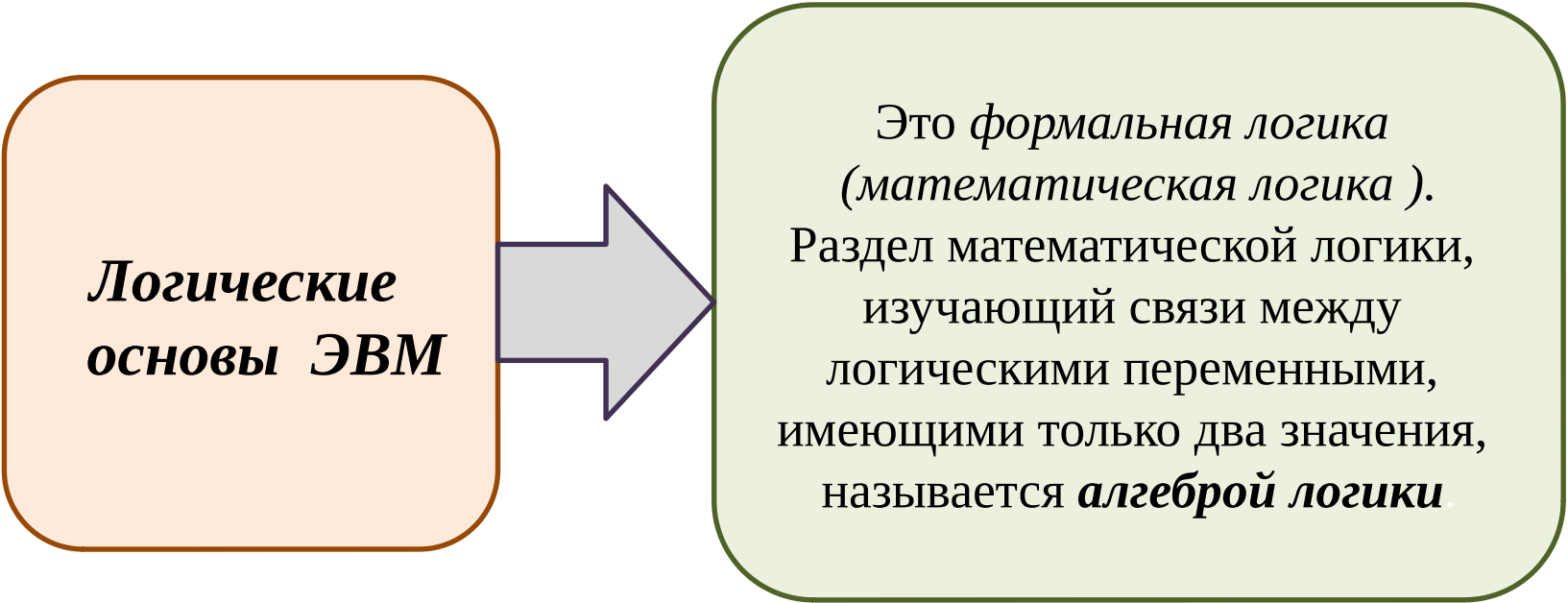


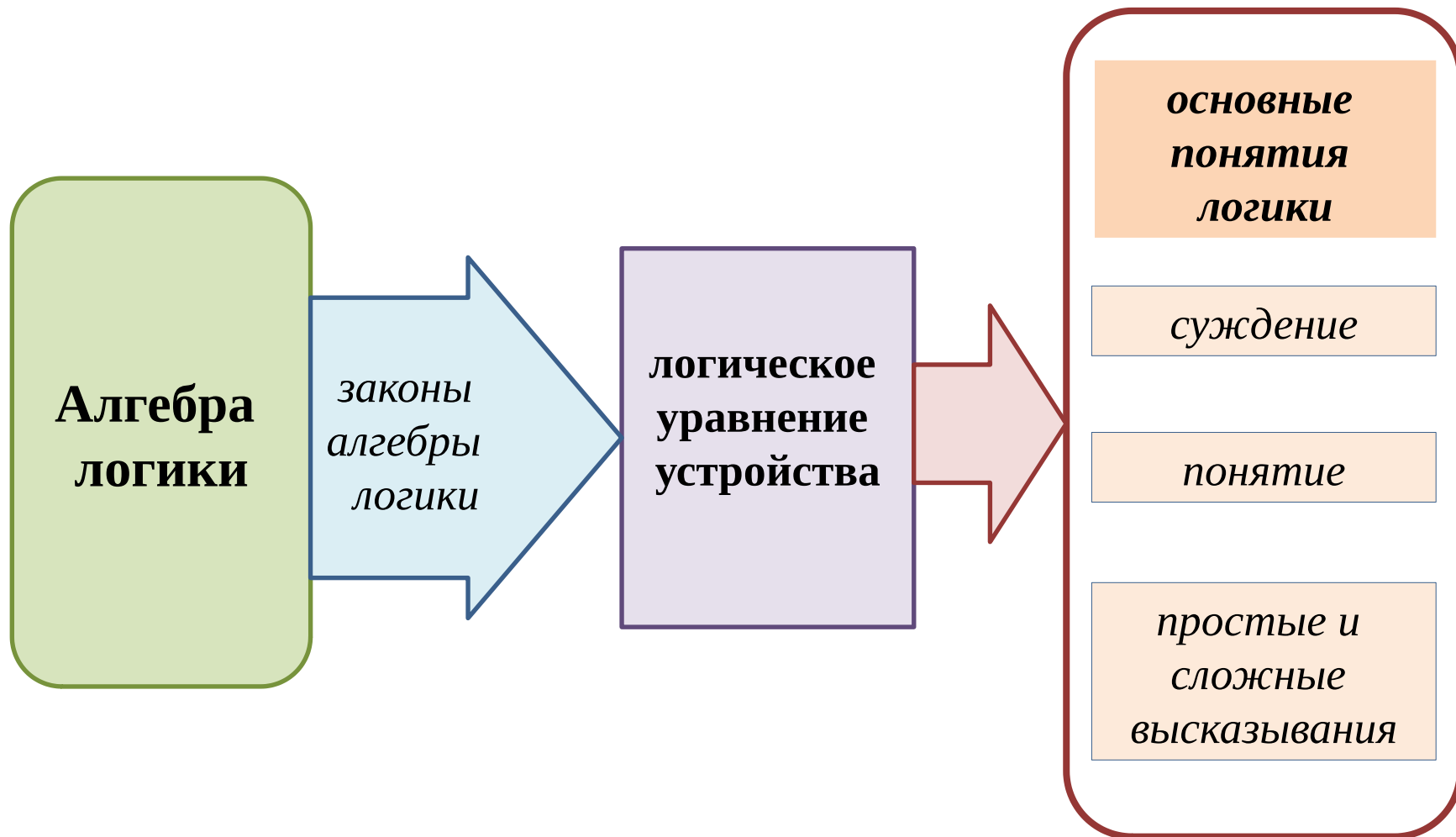
Лекция 10. Алгебра логики

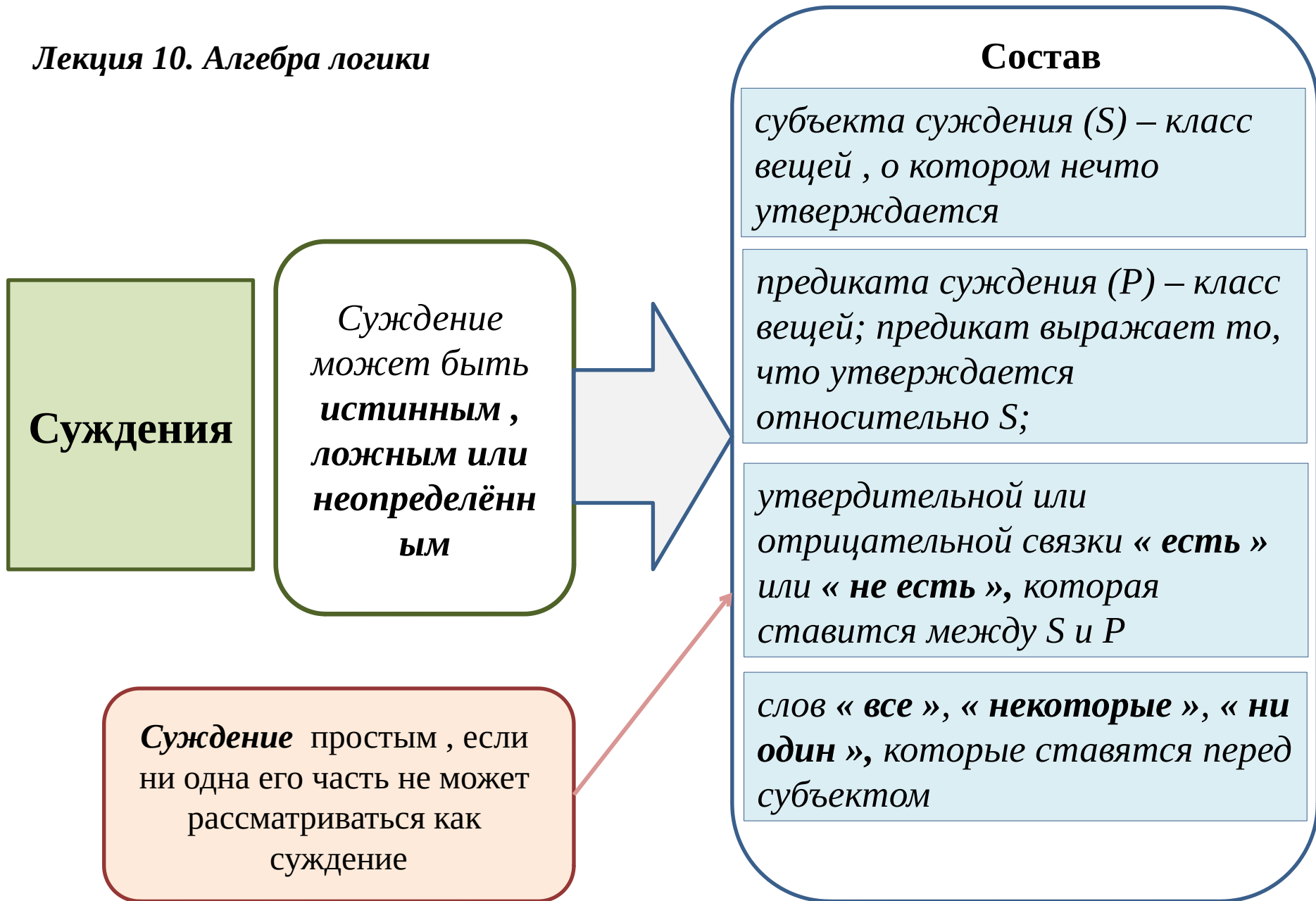
***Логические
основы ЭВМ***



Это *формальная логика*
(*математическая логика*).
Раздел математической логики,
изучающий связи между
логическими переменными,
имеющими только два значения,
называется ***алгеброй логики***.

Лекция 10. Алгебра логики





Высказывание

Когда суждение рассматривается в связи с какой-то конкретной формой его языкового выражения, оно называется *высказыванием*. Термин «суждение» употребляют, когда отвлекаются от того, какова именно его знаковая форма

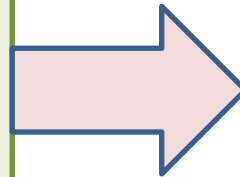
Сложные высказывания, как и сложные предложения, также состояются из простых, а роль знаков препинания, союзов или оборотов при этом играют *логические связки*

Логические связки

- ❑ знак \neg или $\bar{}$ – аналог частицы «НЕ»;
- ❑ знак \wedge – аналог союза «И»;
- ❑ знак \vee – аналог союза «ИЛИ»;
- ❑ знак \rightarrow – аналог словосочетания «ЕСЛИ ...ТО»;
- ❑ знак \leftrightarrow – аналог словосочетания «ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА».

Логические операции и функции

В алгебре логики логическая переменная может принимать только одно из двух возможных значений – 0 (заменяет словесное обозначение "лжи") или 1 (синоним "истины").



Логическая функция, аналогом которой можно считать *составное высказывание*, принимает только значения 0 или 1, причём последние "вычисляются" в результате выполнения логических операций, входящих в соответствующую логическую формулу, на основе таблиц истинности



В таблице истинности отображаются все возможные сочетания (комбинации) входных переменных и соответствующие им значения функции y , получающиеся в результате выполнения какой-либо логической операции.

Лекция 10. Алгебра логики

Основные логические функции двух переменных

Инверсия (отрицание)

NOT

A	He A
0	1
1	0

Основные положения алгебры логики

Дизъюнкция

OR

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Лекция 10. Алгебра логики

Основные логические функции двух переменных

Конъюнкция

AND

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Основные положения алгебры логики

Исключающее ИЛ

И


XOR

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Лекция 10. Алгебра логики

Основные логические функции двух переменных


Стрелка Пирса



A	B	$\overline{A \vee B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Основные положения алгебры логики

Штрих Шеффера



A	B	$\overline{A \wedge B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Лекция 10. Алгебра логики

Сложные логические функции двух переменных

Основные положения алгебры логики

Сложной является логическая функция, значение истинности которой зависит от истинности других функций - аргументов сложной функции.

Импликация



A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Эквиваленция



A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Правила старшинства логических операций

Для указания порядка выполнения логических действий используют круглые скобки.

Убывание приоритета

**Отрицание → конъюнкция →
дизъюнкция → сильная дизъюнкция
→ импликация → эквиваленция**

**Получение логической формулы по таблице
истинности**

Алгоритм:

Для каждого набора аргументов, на котором функция равна 1, записываем логическое произведение переменных, причём, если какой-то аргумент в этом наборе равен 0, берется его отрицание, затем все полученные произведения логически складываются.

**Законы и тождества алгебры
логики**

Переместительный закон

$$X \vee Y = Y \vee X;$$
$$X \wedge Y = Y \wedge X$$

Сочетательный закон

$$X \vee Y \vee Z = (X \vee Y) \vee Z =$$
$$X \vee (Y \vee Z)$$

Закон идемпотентности

$$X \vee X = X; \quad X \wedge X = X$$

Лекция 10. Алгебра логики

Продолжение

Законы и тождества алгебры логики

Распределительный закон

$$(X \vee Y) \cdot Z = X \cdot Z \vee Y \cdot Z$$

Закон двойного отрицания

$$\overline{\overline{X}} = X$$

Закон двойственности
(Правило де Моргана)

$$\overline{X \vee Y} = \overline{X} \wedge \overline{Y}$$
$$\overline{X \wedge Y} = \overline{X} \vee \overline{Y}$$

Лекция 10. Алгебра логики

Продолжение

Законы и тождества алгебры логики

Закон исключённого третьего

$$X \vee \overline{X} = 1$$

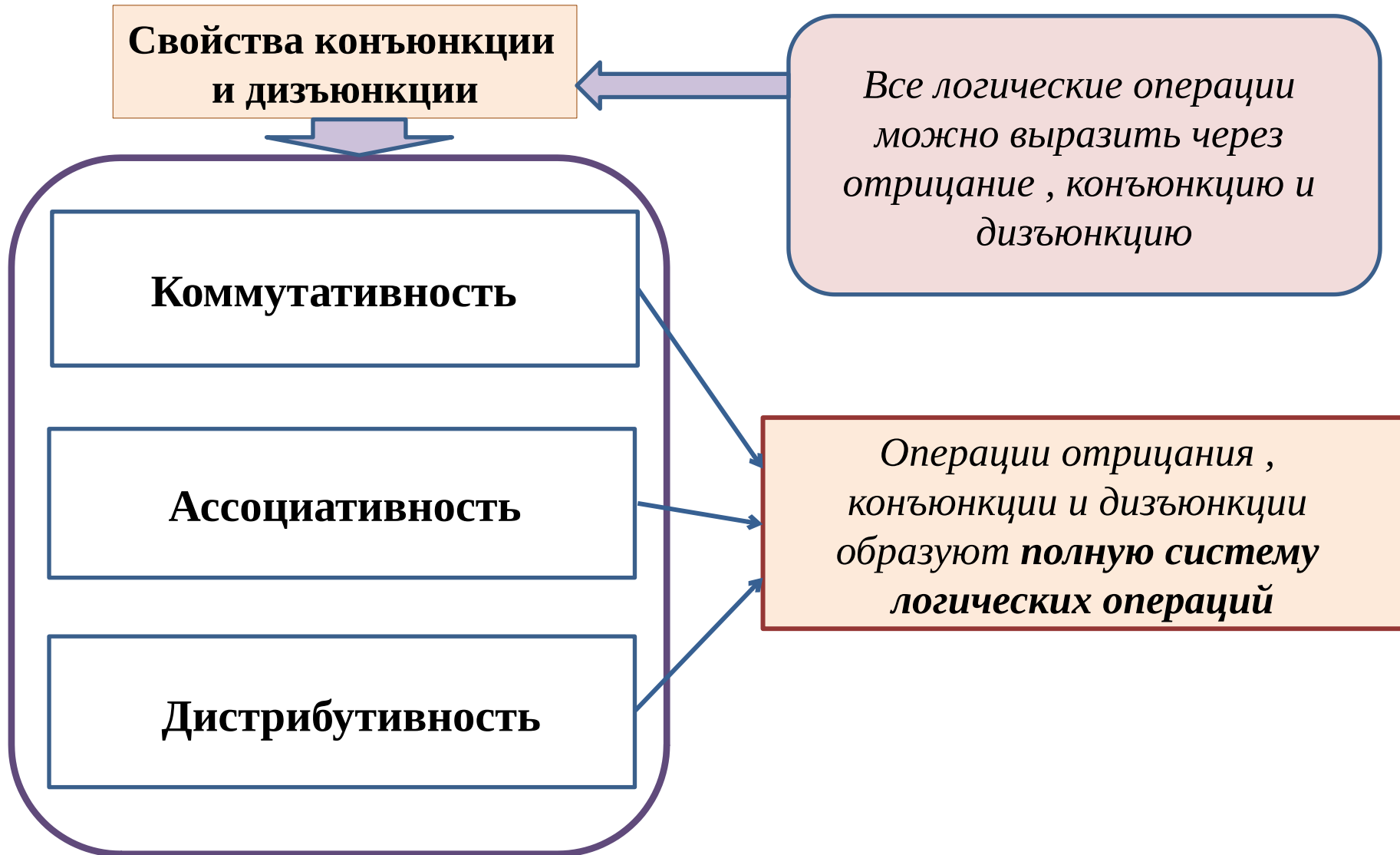
Правило поглощения

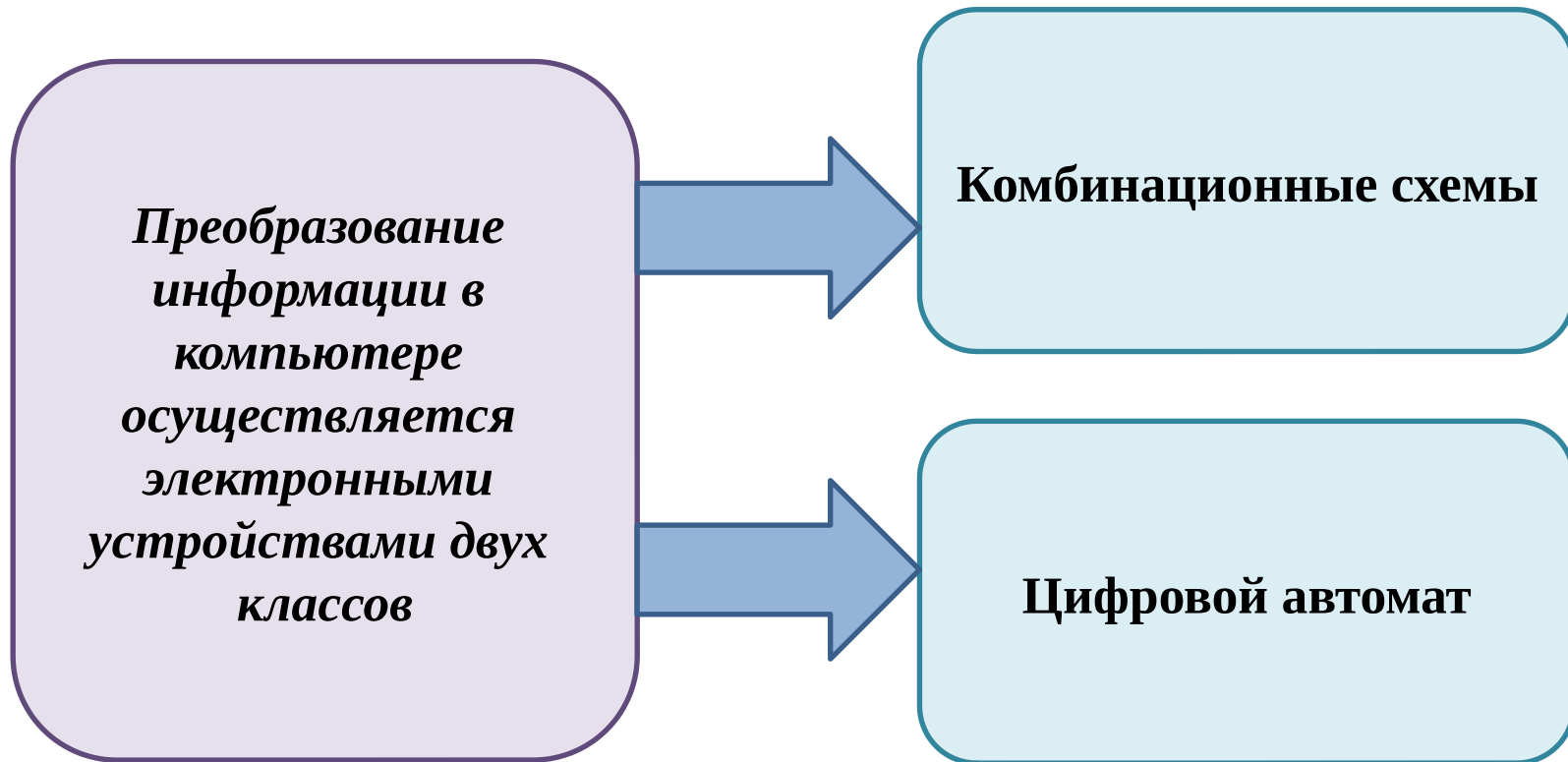
$$\begin{aligned} X \vee (X \wedge Y) &= X \\ X \wedge (X \vee Y) &= X \end{aligned}$$

Правило склеивания

$$\begin{aligned} (X \wedge Y) \vee (X \wedge \overline{Y}) &= X \\ (X \vee Y) \wedge (X \vee \overline{Y}) &= X \end{aligned}$$

Лекция 10. Алгебра логики





Логические элементы

Комбинационные схемы

В **комбинационных** **схемах** совокупность выходных сигналов y в каждый дискретный момент времени t_i однозначно определяется комбинацией входных сигналов x , поступивших на входы схемы в этот же момент времени. Соответствие между входом и выходом задается табличным способом или в аналитической форме

$$\begin{aligned} y_1 &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ y_2 &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ &\dots \\ y_m &= f_m(x_1, x_2, \dots, x_n). \end{aligned}$$

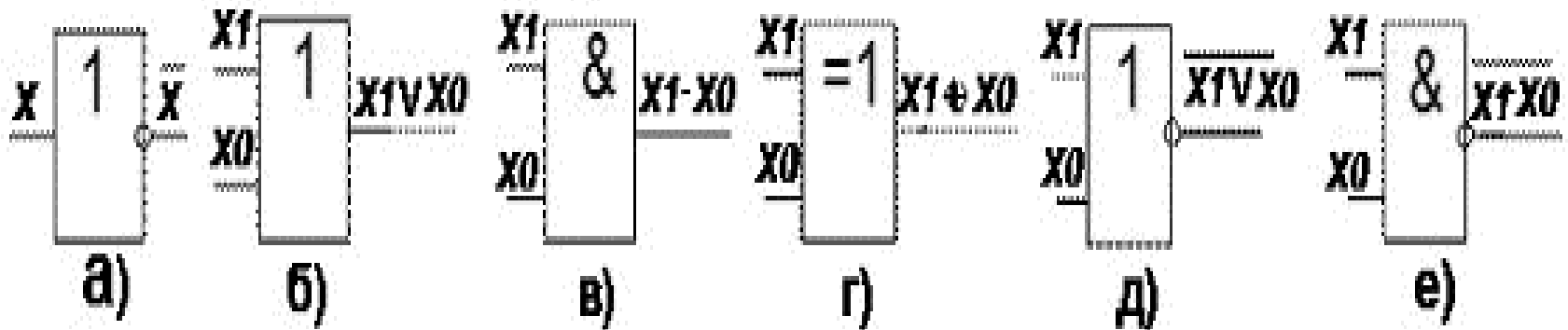
Логические элементы

**Цифровой
автомат**

Имеет конечное число различных внутренних состояний, причем может переходить из одного из них в другое под воздействием входного слова с получением соответствующих выходных слов. Переход от заданных условий работы цифрового автомата к его функциональной схеме осуществляется с помощью аппарата алгебры логики

Обязательно содержит память.

Условные графические обозначения (УГО)



а) Инвертор, б) ИЛИ, в) И, г) Исключающее ИЛИ, д) ИЛИ-НЕ, е) И-НЕ