# Gry wieloosobowe, gry z niepełną informacją, gry jednoturowe

Paweł Rychlikowski

Instytut Informatyki UWr

17 kwietnia 2024





### Monte Carlo Tree Search

Algorytm odpowiedzialny za przełom w:

- W grze w Go
- W General Game Playing

#### Główne idee. Przypomnienie

- Oceniamy sytuację wykonując symulowane rozgrywki.
- Budujemy drzewo gry (na początku składające się z jednego węzła – stanu przed ruchem komputera)
- Dla każdego węzła utrzymujemy statystyki, mówiące o tym, kto częściej wygrywał gry rozpoczynające się w tym węźle (pamiętamy też listę możliwych ruchów, ewentualnie wraz ze stanami)
- Selekcję wykonujemy na każdym poziomie (UCB), na końcu rozwijamy wybrany węzeł dodając jego dzieci i przeprowadzając rozgrywkę

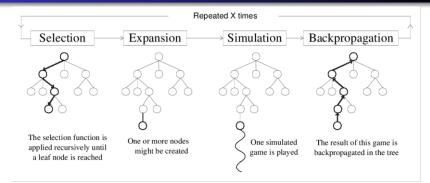
### MCTS. Podstawowe operacje

- Selection: wybór węzła do którego wejdziemy (być może wcześniej go tworząc) rozwinięcia
- Expansion: rozwinięcie drzewa (dodanie węzła)
- Simulation: symulowana rozgrywka (zgodnie z jakąś polityką), zaczynające się od wybranego węzła
- Backup: uaktualnienie statystyk dla rozwiniętego węzła i jego przodków

#### Uwaga

Korzystność ruchu oceniamy z punktu widzenia aktualnego gracza.

### MCTS. Rysunek



#### Opcje

- Jeżeli wejdziemy do węzła, w którym nie wszystkie dzieci są rozwinięte, to możemy wymusić, że brany jest pod uwagę nieuwzględniony ruch.
- Możemy korzystać z jakiejś heurystyki oceniającej ruchy i brać tylko obiecujące ruchy

## MCTS. Dodatkowe uwagi

- Możemy grać nie do końca, wówczas jednak potrzebujemy jakiejś funkcji heurystycznej oceniającej sytuację na planszy
- Rozgrywka nie musi być prostym losowaniem, p-stwo ruchu może zależeć od jego (szybkiej!) oceny (to powinno być coś bardzo szybkiego, niekoniecznie funkcja z podpunktu wyżej)

#### Uwaga

Im więcej obrotów pętli, tym lepsza gra – precyzyjne sterowanie trudnością i czasem działania.

#### Wybór ruchu

- Naturalny wybór: ruch do najlepiej ocenianej sytuacji
- Inna opcja: ruch do sytuacji, w której byliśmy najwięcej razy



### Komentarz do wyboru ruchu

- W pewnym sensie opcje są podobne: UCB też raczej wybiera dobre ruchy (eksploatacja!)
- Wybierając częstą sytuację, uwzględniamy wiarygodność szacunków
- Pojedyncza bardzo korzystna partia zmienia stosunkowo niewiele

### Jeszcze o rozgrywce i wyborze węzła w MCTS

- Ciekawa idea: all-moves-as-first: w danej sytuacji na planszy szacujemy jakość ruchów widzianych (w symulacjach, w  $\alpha\beta$ -search też by się dało to zastosować) niezależnie od tego, w którym momencie się zdarzyły
- Motywacja: w tej sytuacji zawsze jak ruszę hetmanem na B5 to wygrywam
- Możemy liczyć wartość ruchu jako średni wynik rozgrywki, w której ten ruch był wykonany.
- **Uwaga**: nie Q(s, a), ale Q(a)! (ta wartość nie zależy od konkretnego momentu, w którym ruch został wykonany)

Więcej szczegółów w pracy S.Gelly, D.Silver, Monte-Carlo Tree Search and Rapid Action Value Estimation in Computer Go



### Stosowalność MCTS

- Nie tylko do gier!
- Można stosować do poważnych zadań, związanych z przeszukiwaniem (bez oponenta)
  - Na przykład do rozwiązywania więzów (pewnie szczegóły na ćwiczeniach)

### Gry częściowo obserwowalne

- Ciekawe do analizy są gry, w których agenci nie mają pełnej wiedzy o świecie.
- Klasyczne przykłady to gry karciane, ale nie tylko.

### Kriegspiel

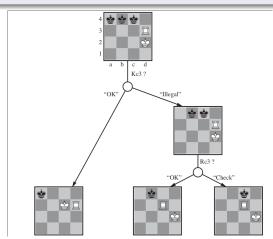
- Mamy dwóch graczy, arbitra i 3 szachownice.
- Gracze widzą na szachownicy swoje pionki, mogą tworzyć też hipotezy o bierkach przeciwnika.
- Arbiter zna położenie wszystkich figur i udziela graczom pewnych (skąpych) informacji.
  - przede wszystkim ocenia, czy ruch jest możliwy (komunikacja osobista, dobry ruch jest od razu wykonywany, w przypadku złego, gracz proponuje kolejny, aż do skutku)
  - odpowiada na pytanie: "czy ja (gracz) mam jakieś bicie?"
  - informuje obu graczy, że "na polu X zbito bierkę" (nie podając jaka bierka jest zbita, a jaka biła)
  - Mówi o szachu (do ubu graczy), dodając, że zagrożenie jest w wierszu, kolumnie, przekątnej lub przez skoczka
- Tak poza tym, to całkiem normalne szachy.

Podobno ludzie radzą sobie z tą grą całkiem nieźle...



### Końcówka w Kriegspiel

Przykładowa końcówka, gracz biały dowiedział się, że czarnemu został tylko król i jest on na jednym z 3 pól.



#### Uwaga

W stanie gry powinniśmy umieścić możliwe ustawienia bierek przeciwnika

Trochę jak z komandosem...

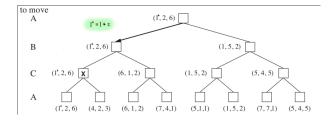
### Pytanie

A jak grać w brydża, bądź inną grę karcianą?

#### Idea (do rozwinięcia na ćwiczeniach)

losowanie układu kart i gra w otwarte karty dla wylosowanego układu, czynności powtarzamy wiele razy

### Gry z większą liczbą uczestników



### Gry wieloosobowe. Problemy

- Strategia maksymalizująca korzyść pojedynczego gracza w oczywisty sposób nieoptymalna (A mógłby się dogadać z B).
- Kwestie sojuszów, zrywania sojuszów, budowania wiarygodności.
- Czasem używa się: paranoidalnego założenia gra wieloosobowa staje się jednoosobową, w której oni wszyscy chcą mi zaszkodzić.

# Zagadka: co robią robotnik i kołchoźnica?





### Odpowiedź





### Gry z jedną turą

- Powiemy sobie trochę o grach z jedną turą
- Ale takich, w których gracze podejmują swoje decyzje jednocześnie

Rozważamy gry z sumą zerową.

### Papier, nożyce, kamień



Żródło: Wikipedia

#### Macierz wypłat

Grę definiuje macierz wypłat. Przykładowo poniżej dla P-N-K

Papier	Nożyce	Kamień
0	-1	+1
+1	0	-1
-1	+1	0
	0+1	0 -1 +1 0

### Strategie

- Czysta strategia: zawsze akcja a
- Mieszana strategia: rozkład prawdopobieństwa na akcjach

### PNK – spostrzeżenia

- Oczywisty fakt: każdą strategię stałą można pokonać (też stałą strategią)
- Fakt 1: każdą strategię mieszaną można (prawie) pokonać za pomocą strategii stałej:
   Mój przeciwnik gra losowo, ale z przewagą kamienia – zatem ja daję zawsze papier
- Fakt 2: Optymalna strategia jest mieszana (w tej grze każde z  $p = \frac{1}{3}$ )
- Fakt 3: Znajomość optymalnej strategii mieszanej gracza A, nie daje żadnej przewagi graczowi B (i odwrotnie)

### PNK – uwagi końcowe

- W prawdziwym P-N-K dochodzi kilka innych aspektów:
  - Grają ludzie, którzy nie potrafią realizować losowości, Który człowiek (nie dysponując kostką do gry), przegrawszy 3 razy z rzędu jako papier pokaże papier?
  - za to wysyłają swoimi ciałami różne informacje, które można analizować
- Zatem ma sens organizowanie zawodów w PNK
- Sens miałyby również zawody ludzko-komputerowe, realizowane on-line (agent musiałby zgadnąć, czy gra z człowiekiem, czy z maszyną i czy opłaca się próbować zgadnąć model losowania używany przez człowieka)

## Gra w zgadywanie (Morra 2)

- Mamy dwóch graczy:
  - Zgadywacz
  - Zmyłek

którzy na sygnał pokazują 1 lub 2 palce.

- Jeżeli Zgadywacz nie zgadnie (pokazał coś innego niż Zmyłek), daje Zmyłkowi 3 dolary.
- Jeżeli Zgadywacz zgadnie, to dostaje od Zmyłka:
  - jak pokazali 1 palec, to 2 dolary
  - jak pokazali 2 palce, to 4 dolary

### Pytanie

Jak grać w tę grę? (prośba o podanie wstępnych intuicji)

## Macierz wypłat

#### Definicja

Taką grę zadajemy za pomocą macierzy wypłat, w której  $V_{a,b}$  jest wynikiem gry z punktu widzenia pierwszego gracza.

#### Nasza gra:

```
Zg/Zm 1 palec 2 palce
1 palec 2 -3
2 palce -3 4
```

### Proste fakty

- Jak Zmyłek będzie grał cały czas to samo, to Zgadywacz wygra każdą turę (i odwrotnie)
- Muszą zatem stosować strategie mieszane, ale jakie?

### Wartość gry

#### Definicja

Wartość gry dla dwóch strategii graczy jest równa:

$$V(\pi_A, \pi_B) = \sum_{a,b} \pi_A(a) \pi_B(b) V(a,b)$$

Przykładowo: Zgadywacz zawsze zgaduje 1, Zmyłek wybiera akcję losowo z prawdopodobieństwem 0.5.

Wynik:  $-\frac{1}{2}$  (tak samo często zyskuje 2 jak traci 3 dolary)

### Strategia mieszana vs czysta

#### Uwaga

Jeżeli gracz A zapowie, że będzie grał strategią mieszaną (i ją poda), wówczas gracz B może grać strategią czystą (i osiągnie optymalny wynik).

#### Dlaczego?

#### Odpowiedź

- Możemy dla każdej akcji policzyć wartość oczekiwaną wypłaty
- i wybrać (dowolną) najlepszą akcję
- (Jeżeli takich akcji jest więcej, wówczas można też dowolnie losować między nimi)

# Gra w zgadywanie (Morra 2). Przypomnienie

- Mamy dwóch graczy:
  - A Zgadywacz
  - Zmyłek

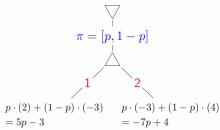
którzy na sygnał pokazują 1 lub 2 palce.

- Jeżeli Zgadywacz nie zgadnie (pokazał coś innego niż Zmyłek), daje Zmyłkowi 3 dolary.
- Jeżeli Zgadywacz zgadnie, to dostaje od Zmyłka:
  - jak pokazali 1 palec, to 2 dolary
  - jak pokazali 2 palce, to 4 dolary

## Znalezienie optymalnej strategii

Zaczyna gracz B – Zmyłek.

Wybiera strategię mieszaną z parametrem p

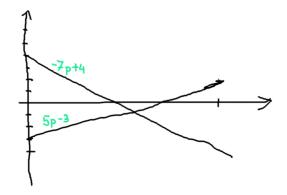


Wartość takiej gry to

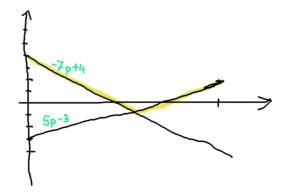
$$\min_{p \in [0,1]} (\max(5p-3, -7p+4))$$



# Optymalna strategia. Wykresy



# Optymalna strategia. Wykresy



# Znalezienie optymalnej strategii (2)

- W powyższej grze, Zmyłek osiągnie najlepszy wynik, gdy przyjmie  $p = \frac{7}{12}$ , wynik ten to  $-\frac{1}{12}$
- Ok, on zaczynał, miał trudniej a gdyby zaczynał Zgadywacz? I podał swoją strategię mieszaną?

#### Wynik gry

Wynik jest dokładnie taki sam, czyli  $-\frac{1}{12}$ !

### Twierdzenie von Neumana

#### Twierdzenie, von Neuman, 1928

Dla każdej jednoczesnej gry dwuosobowej o sumie zerowej ze skończoną liczbą akcji mamy:

$$\max_{\pi_A} \min_{\pi_B} V(\pi_A, \pi_B) = \min_{\pi_B} \max_{\pi_A} V(\pi_A, \pi_B)$$

dla dowolnych mieszanych polityk  $\pi_A$ ,  $\pi_B$ .

- Można ujawnić swoją politykę optymalną!
- Dowód: pomijamy, programowanie liniowe, przedmiot J.B.
- Algorytm: programowanie liniowe



### Gry wieloturowe

- Można o grze wieloturowej myśleć jako o grze jednoturowej
- Gracze na sygnał kładą przed sobą opis strategii (program)

### Uwaga

Optymalną strategią jest MiniMax (ExpectMiniMax w grach losowych). Ale wiedząc o strategii gracza różnej od optymalnej możemy oczywiście ugrać więcej.

## Co pomijamy

- Gry o sumie niezerowej, w których dochodzi możliwość kooperacji.
- Punkt równawagi Nasha (jest zawsze para strategii, że żaden gracz nie chce jej zmienić, wiedząc, że ten drugi nie zmienia).
   Również dla gier o sumie niezerowej!
- Agent musi zdecydować, czy ma być miły dla innego agenta (i budować reputację przy wielu rozgrywkach, słynny dylemat więźnia).

### Procesy decyzyjne Markowa



### Procesy decyzyjne Markowa (MDP)

- Coś pomiędzy grami a zwykłym zadaniem przeszukiwania
- (zwłaszcza jeżeli przypomnimy sobie gry z węzłami losowymi)
- a jednocześnie krok w stronę uczenia ze wzmocnieniem

### MDP a przeszukiwanie

#### Standardowe przeszukiwanie

Znamy mechanikę świata i wiemy, że akcja w stanie da nam konretny rezultat (inny stan).

#### **MDP**

Znamy mechanikę świata i wiemy, że akcja w stanie da nam pewien rozkład prawdopodobieństwa na następnych stanach.

Nie wiemy, co dokładnie się stanie, ale wiemy co **może** się stać i z jakim prawdopodobieństwem.

### Własność Markowa

- Przyszłość zależy od ostatniego stanu.
- Nie zależy od historii...
- Chyba, że jej fragment (o długości N) uznamy za część stanu.

#### Ważna uwaga

Zakładamy skończoną liczbę stanów

# Uwaga na wulkany (1)

- Dobrze omawia się MDP na prostych światach na prostokątnej kratce.
- I od takich modeli zaczniemy.

Generalnie myślimy na początku o przestrzeni stanów na tyle małej, że nie będzie kłopotów z pamiętaniem różnych wartości dla każdego stanu.

# Uwaga na wulkany (2)

# Volcano crossing







	-50	20
	-50	
2		

CS221 / Autumn 2017 / Liang & Ermon

### Mechanika świata wulkanów

	-50	20
	-50	
2		

- Możliwe 4 akcje (UDLR)
- W normalnym przypadku efekt oczywisty (próba wyjścia poza planszę oznacza pozostanie na polu)
- Z prawdopodobieństwem p możemy się poślizgnąć, wówczas poruszamy się w losowym kierunku.
- Dojście do pola z liczbą kończy grę (i odpowiednią dostajemy wypłatę).



### Inny przykład. Gra w kości

#### Uwaga

Nagroda może być przydzielana w sposób ciągły, nie tylko w stanie końcowym.

- Mamy dwie opcje: pozostanie albo rezygnacja.
- rezygnacja oznacza wypłatę 10\$
- pozostanie to wypłata 4\$ po której rzucamy kostką.
- Interpretacja wyniku:
  - 1,2 koniec gry
  - 3,4,5,6 gramy dalej

#### Pytanie

Ile mamy stanów? Odpowiedź: 2

