# Sztuczna inteligencja. Przeszukiwanie

Paweł Rychlikowski

Instytut Informatyki UWr

4 marca 2024

# Problem solving by searching. Intuicje

### Przykład 1. Wyznaczanie trasy



### Przykład 2. Wyznaczanie sekwencji działań

Kohler (1945): monkey and banana problem.



Kohler observed that chimpanzees appeared to have an insight into the problem before solving it

## Problem solving by searching. Intuicje



#### Uwaga

Problemy zabawkowe (toy problems) są częstym narzędziem w AI.

# Czym jest problem?

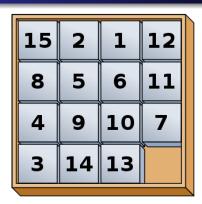
#### Definicja

Problem ma następujące pięć komponentów

- Stan początkowy (i zbiór stanów, ale być może dany implicite)
- Zbiór akcji (co agent może robić)
- Model przejścia (stan + akcja = nowy\_stan)
- Test określający, czy stan jest końcowy (i znaleźliśmy rozwiązanie)
- Sposób obliczania kosztu ścieżki (najczęściej podawany jako koszt akcji w stanie)

**Agent** – program, który odbiera wrażenia o świecie, podejmuje decyzje, wykonuje akcje, maksymalizując jakąś funkcję celu.

# Piętnastka



- Stan początkowy: jakieś ułożenie, na przykład powyższe
- Stan końcowy: liczby po kolei, pusty kwadrat w lewym górnym rogu
- Koszt: jednostkowy
- Model: dowolna zamiana pustego kwadracika z sąsiadem

## Zadanie szachowe z pierwszej listy

- Stan początkowy: jakieś ułożenie dwóch wież i króli, informacja o tym, kto się rusza
- Stan końcowy: mat
- Koszt: jednostkowy
- Model: ruch szachowy + zmiana gracza aktywnego

## Modyfikacje zadania znajdowania marszruty

#### Wariant 1

W co K-tej miejscowości na trasie znajduje się dobra knajpa.

#### Wariant 2

Powinniśmy *zaliczyć* co najmniej *K* dodatkowych atrakcji turystycznych.

Zastanówmy się, co jest stanem w powyższych zadaniach?

## Modyfikacje zadania znajdowania marszruty

#### Wariant 1

W co K-tej miejscowości na trasie znajduje się dobra knajpa.

Stan: (miejscowość, licznik-modulo-K)

#### Wariant 2

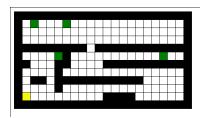
Powinniśmy zaliczyć co najmniej K dodatkowych atrakcji turystycznych.

Stan (1): (miejscowość, liczba-atrakcji-do-zaliczenia) źle!

Stan (2): (miejscowość, zbiór-zaliczonych-atrakcji) lepiej!

Stan (3): (jaki?)

## Labirynt



- Będziemy teraz rozważać różne labirynty, na kwadratowej siatce.
- Labirynt jako problem wyszukiwania:
  - stan współrzędne pola na którym można stanąć (nie ściany)
  - start ustalona pozycja w labiryncie (żółta)
  - cel ustalone pozycje w labiryncie (zielona)
  - model 4-sąsiedztwo (modulo ściany), akcje to N, W, E, S.
  - koszt jednostkowy



## Labirynt 2. Możliwe modyfikacje

Można wzbogacić przestrzeń stanów w labiryncie

- Dodać drzwi i klucze (czym stanie się stan)?
- Dodać poruszających się (deterministycznie) wrogów (stan?)
- Dodać skrzynie z bronią, apteczki i punkty życia (stan?)

## Akcje i model przejścia

#### Uwaga

Akcje oraz model przejścia są ze sobą powiązane. Jest kilka wariantów:

- Zbiór akcji wspólny, funkcja przejścia pilnuje, żeby niemożliwe akcje nie zmieniały stanu Przykład: ludzik idzie w labiryncie na ścianę
- Akcje to funkcja, która dla stanu zwraca zbiór czynności, które agent może zrobić w stanie
- Akcja i model przejścia to jedna funkcja, która dla stanu zwraca listę par postaci: (akcja, nowy\_stan)

## Poziomy abstrakcji

Zadania z rzeczywistego świata można modelować na wiele różnych sposobów. Dla podróżowania MPK mamy następujące akcje/sekwencje akcji

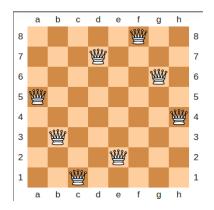
- Przejedź z przystanku A do przystanku B
- Wsiądź do tramwaju na przystanku A, skasuj/zakup bilet, zajmij wygodne miejsce, obserwuj tablicę, podejdź do drzwi, gdy...
- Wykonuj naprzemienne ruchy lewą i prawą nogą, aż ...
- Napnij głowę większą mięśnia dwugłowego lewego uda, ...

#### Uwaga

Akcje muszą być zrozumiałe dla agenta, im wyższy poziom, tym łatwiejsze zadanie przeszukiwania.



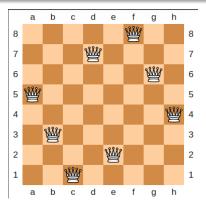
### Problem ośmiu hetmanów



- W przeciwieństwie do poprzedniego przykładu istnieje tu wiele sformułowań.
- Jakie są dwie najważniejsze opcje?



### Problem ośmiu hetmanów



Dwa sposoby opisywania zadania jako problemu przeszukiwania:

- Stan kompletny (rozważamy sytuacje z 8 hetmanami na planszy, ruch to przestawienie hetmana)
- Stan niepełny zaczynamy od pustej planszy, ruchem jest postawienie hetmana.



## Wielkość przestrzeni stanów

#### Uwaga

Rozmieszczamy hetmany wg określonego schematu, rozpoczynając od pustej planszy. Liczymy liczbę stanów.

- $64 \times 63 \times \cdots \times 57 = 178462987637760$  rozmieszczamy po kolei hetmany, na jednym polu jest 1 hetman.
- 8<sup>8</sup> = 16777216 ustalona kolejność, w każdej kolumnie 1 hetman
- 8! = 40320 ustalona kolejność, w każdej kolumnie 1 hetman, nie szachują się w wierszach

### Nieskończona przestrzeń: dowodzenie twierdzeń

- Stany to zbiory lematów (uprzednio dowiedzionych faktów)
- Stan początkowy: zbiór aksjomatów
- Model: Zbiór reguł wyprowadzania nowych twierdzeń na podstawie twierdzeń już dowiedzionych
- Stan końcowy:: zbiór twierdzeń zawierających twierdzenie Ψ, które właśnie dowodzimy

## Rzeczywisty świat

Przykładowe zadania z rzeczywistego świata, będące zadaniami przeszukiwania:

- Różne zagadnienia logistyczne
- Projektowanie układów scalonych
- Nawigacja robotów
- Organizacja procesu produkcji
- Tworzenie projektów o określonych właściwościach
- w przestrzeni parametrów sieci neuronowej znajdź te właściwe,
- w modelu generatywnym (ChatGPT, DALLE-2, ...) znajdź odpowiedź, spełniającą specyfikacje



# Oczekiwania wobec rozwiązania

### (wracamy do ogólniejszych zagadnień)

- Zupełność: czy program znajdzie drogę do rozwiązania, jeżeli takowa istnieje?
  Czy to jest konieczny warunek użyteczności algorytmu?
- Optymalność: czy będzie ona najkrótsza
- Złożoność czasowa: jak długo będzie trwało szukanie
- Złożoność pamięciowa: ile zużyjemy pamięci

### Pytanie

Dlaczego tak ważna jest złożoność pamięciowa?



## Drzewa i grafy

- Agent bez pamięci z konieczności operuje drzewem przeszukiwań (bo nie potrafi stwierdzić, że w jakimś stanie już był)
- Najczęściej lepiej modelować świat za pomocą grafu

### **BFS**

#### **BFS** = Breadth First Search

### Opis

- Mamy 3 grupy stanów: do-zbadania, zbadane i pozostałe.
- Na początku mamy 1 stan do-zbadania: stan startowy
- Stany do zbadania przechowujemy w kolejce FIFO (first-in first out)
- Badanie stanu:
  - Sprawdzenie, czy jest stanem docelowym (jak tak, to koniec!)
  - Ustalenie, jakie akcje możemy zrobić w tym stanie, znalezienie nowych stanów do-zbadania

### Skrócony opis

Pobieraj stan z kolejki, przetwarzaj, jak kolejka się skończy (nic do-zbadania) to zakończ działanie, (możesz też zakończyć, jak znajdziesz stan docelowy).

### **DFS**

**DFS** = Depth First Search

### Opis

- Stany przetwarzamy w innej kolejności: dzieci aktualnie rozwijanego mają priorytet
- Czyli zamiast FIFO używamy LIFO (List in First out), czyli po prostu stosu.
- Oprócz tego algorytm się nie zmienia.

### DLS

**DLS** = Depth Limited Search

### Opis

- Określamy maksymalną głębokość poszukiwania.
- Przeszukujemy w głąb, ale nie rozwijamy węzłów na głębokości większej niż L.
- Wygodnie implementuje się rekurencyjnie (proste ćwiczenie)

## Analiza czasowo pamięciowa

- W algorytmach na grafach używa się takich parametrów jak |V| oraz |E| (liczba stanów, liczba krawędzi)
- Dobra złożoność to może być O(|V| + |E|)
- W sztucznej inteligencji, gdzie często nie znamy grafu (lub jest on zbyt duży, żeby traktować go jako daną do zadania), używamy innych parametrów

# Analiza czasowo pamięciowa (2)

#### Parametry zadania wyszukiwania

- b maksymalne rozgałęzienie (branching factor)
- d głębokość najpłytszego węzła docelowego
- m maksymalna długość ścieżki w przestrzeni poszukiwań

#### Uwaga

Mówiąc o czasie (pamięci) często używamy jako jednostki liczby węzłów (przetworzonych/pamiętanych).

# Czas i pamięć dla BFS i DFS

#### **BFS**

Czas = 
$$(O(b + b^2 + b^3 + \cdots + b^d) = O(b^d))$$
  
Pamięć = Czas

**Uwaga**: Może być też  $O(b^{d+1})$  jak testujemy warunek sukcesu dopiero podczas rozwijania.

#### **DFS**

Czas = 
$$O(b^m)$$
 – niedobrze  
Pamięć =  $O(bm)$  – dobrze

### Uwaga

W tych rozważaniach zakładamy, że przestrzeń jest tak wielka, że nie spamiętujemy odwiedzonych stanów (względnie wiemy, że stany się nie powtarzają)

Oczywiście w skończonych grafach nasze rozważania są nazbyt pesymistyczne!

## Iterative Deepening

#### Uwaga

**Iteracyjne pogłębianie** to po prostu wywoływanie DLS na coraz to większej głębokości (bez zapamiętywania żadnych pośrednich wyników)

Może wydawać się to stratą czasu, ale:

- działamy w pamięci O(bd),
- na czas wpływa ostatnia wartstwa, czyli  $O(b^d)$

### UCS. Właściwości

- UCS = Uniform Costs Search
- Zamiast kolejki FIFO mamy kolejkę priorytetową, z priorytetem równym poniesionemu kosztowi dotarcia do węzła.

### Uwaga

Oczywiście umożliwia to różnicowanie kosztów dotarcia z węzła do węzła.

#### Uwaga 2

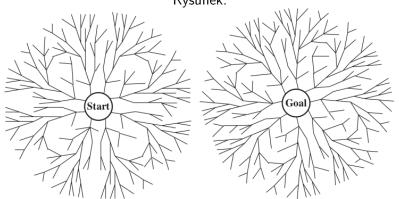
UCS rozwiązuje ten sam problem co algorytm Dijkstry (i w bardzo podobny sposób). Ale jest różnica powiedzmy filozoficzna

### Przeszukiwanie dwukierunkowe

### Pomysł

Prowadźmy poszukiwania jednocześnie od przodu i od tyłu

## Rysunek:



## Przeszukiwanie dwukierunkowe. Problemy i korzyści

#### **Problemy**

Nie zawsze jest możliwe do zastosowania:

- Musimy znać stan końcowy (vide hetmany czy obrazki logiczne)
- Najlepiej jak jest jeden (albo niewiele i umiemy je wszystkie wymienić)
- Musimy umieć odwrócić funkcję następnika
- Musimy pamiętać odwiedzone stany (przynajmniej z jednej strony)
  - BFS + IDS (lub BFS + BFS) zamiast IDS+IDS

### Korzyści

Podstawowa korzyść to czas działania. Dlaczego? Odpowiedź: Zamiast jednego przeszukania na głębokości d mamy dwa przeszukania na głębokości d/2.

### Przeszukiwanie bez wiedzy. Podsumowanie

Criterion	Breadth- First	Uniform- Cost	Depth- First	Depth- Limited	Iterative Deepening	Bidirectional (if applicable)
Complete?	$\mathrm{Yes}^a$	$\mathrm{Yes}^{a,b}$	No	No	$Yes^a$	$Yes^{a,d}$
Time	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon \rfloor})$	$O(b^m)$	$O(b^{\ell})$	$O(b^d)$	$O(b^{d/2})$
Space	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon \rfloor})$	O(bm)	$O(b\ell)$	O(bd)	$O(b^{d/2})$
Optimal?	$\mathrm{Yes}^c$	Yes	No	No	$\mathrm{Yes}^c$	$\mathrm{Yes}^{c,d}$

**Figure 3.21** Evaluation of tree-search strategies. b is the branching factor; d is the depth of the shallowest solution; m is the maximum depth of the search tree; l is the depth limit. Superscript caveats are as follows: a complete if b is finite; b complete if step costs  $\geq \epsilon$  for positive  $\epsilon$ ; c optimal if step costs are all identical; d if both directions use breadth-first search.

## Komentarze do listy pracowniowej

#### Zadanie o Panu Tadeuszu

- Przeszukujemy możliwe podziały (sposoby legalnego wstawiania spacji)
- Można myśleć o tym jako o modelu języka: język składa się raczej z długich, niż z krótkich słów
- Uwaga: konieczny jest algorytm dynamiczny!

### Jeszcze o zadaniu pokerowym

### Fragment treści zadania

Sprawdź za pomocą tego programu (wykonując kilka eksperymentów), jak zmienia się prawdopodobieństwo sukcesu, jeżeli pozwolimy Blotkarzowi wyrzucić pewną liczbę wybranych kart przed losowaniem (inaczej mówiąc, pozwalamy Blotkarzowi na skomponowanie własnej talii, oczywiście złożonej z blotek). Czy potrafisz skomponować zwycięską talię dla Blotkarza (mającą możliwie dużo kart)?

- ograniczenie:  $p_{\rm Blotkarz\ wygrywa} > \frac{1}{2}$ , cel optymalizacji: maksymalna liczba kart
- Inna możliwość: wspólne kryterium liczbowe (wiele możliwości)
- Optymalizacja wielokryterialna (może do niej kiedyś wrócimy)

