Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
Politechnika Warszawska

Przedmiot: Sterowanie procesami

Sprawozdanie z laboratorium
Sterowanie Procesami
Temat: Regulatory predykcyjne

Autor: Jakub Szubzda

Warszawa, 2 czerwca 2025

Spis treści

1. Wstęp

Celem projektu laboratoryjnego było zapoznanie się z regulatorami predykcyjnymi DMC (Dynamic Matrix Control) i GPC (Generalized Predictive Control) oraz porównanie ich działania z klasycznym regulatorem PID. Wykonano analizę obiektu inercyjnego drugiego rzędu z opóźnieniem, zaprojektowano dla niego regulatory predykcyjne oraz przeprowadzono symulacje w środowisku MATLAB/Simulink.

W ramach projektu zrealizowano następujące zadania:

1. Analiza transmitancji obiektu oraz jej reprezentacja w postaci dyskretnej
2. Wyprowadzenie równania różnicowego na podstawie transmitancji dyskretnej
3. Strojenie regulatora PID metodą Zieglera-Nicholsa
4. Synteza i badanie regulatora DMC (wpływ horyzontu predykcji, horyzontu sterowania oraz współczynnika kary za sterowanie)
5. Porównanie regulatorów DMC i PID
6. Porównanie regulatorów DMC i GPC
7. Badanie obszarów stabilności regulatorów PID, DMC i GPC

Projekt pozwolił na praktyczne poznanie zalet i ograniczeń regulatorów predykcyjnych oraz nabycie umiejętności doboru ich parametrów.

2. Zadania projektowe

2.1. Analiza transmitancji obiektu

Obiektem badań był układ inercyjny drugiego rzędu z opóźnieniem, opisany transmitancją ciągłą:

$$G(s) = \frac{K_o e^{-T_o s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \tag{2.1}$$

gdzie:

- $K_o = 4,7$ - współczynnik wzmocnienia statycznego
- $T_o = 5$ s - opóźnienie transportowe
- $T_1 = 1,92$ s - pierwsza stała czasowa
- $T_2 = 4,96$ s - druga stała czasowa

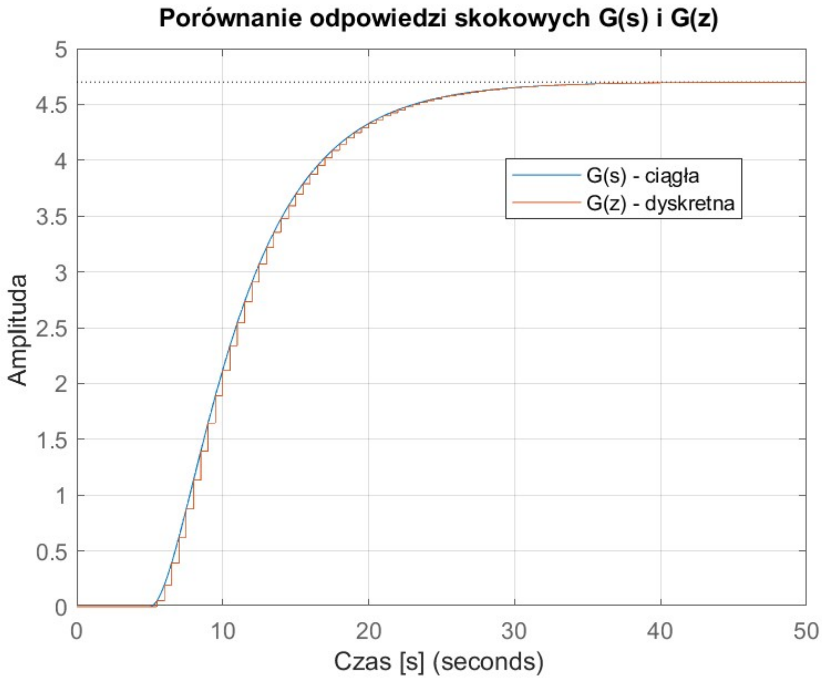
Po podstawieniu wartości parametrów uzyskano transmitancję ciągłą w postaci:

$$G(s) = e^{-5s} \cdot \frac{4,7}{9,523s^2 + 6,88s + 1} \tag{2.2}$$

Transmitancja dyskretna została wyznaczona za pomocą funkcji `c2d(G,Tp,'zoh')` w środowisku MATLAB, z okresem próbkowania $T_p = 0,5$ s. Uzyskano następującą postać:

$$G(z) = z^{-10} \cdot \frac{0,05477z + 0,04856}{z^2 - 1,675z + 0,6968} \tag{2.3}$$

Współczynniki wzmocnienia statycznego dla obu transmitancji są równe $K_s = K_z = 4,7$, co potwierdza poprawność przekształcenia z postaci ciągłej na dyskretną.



Rys. 2.1. Porównanie odpowiedzi skokowych obiektu ciągłego $G(s)$ i dyskretnego $G(z)$ dla okresu próbkowania $T_p = 0,5$ s

Na rysunku 2.1 widać, że odpowiedzi skokowe modelu ciągłego i dyskretnego są zbliżone, co potwierdza poprawność dyskretyzacji.

2.2. Wyprowadzenie równania różnicowego

Na podstawie transmitancji dyskretnej $G(z)$ wyprowadzono równanie różnicowe opisujące obiekt. Transmitancja dyskretna ma postać:

$$G(z) = z^{-10} \cdot \frac{0,05477z + 0,04856}{z^2 - 1,675z + 0,6968} \tag{2.4}$$

Równanie różnicowe wyprowadzone z tej transmitancji:

$$y(k) = 1,6748 \cdot y(k-1) - 0,69682 \cdot y(k-2) + 0,054771 \cdot u(k-11) + 0,048559 \cdot u(k-12) \tag{2.5}$$

Ta postać pozwala na rekurencyjne obliczanie wyjścia procesu na podstawie poprzednich wartości wyjścia i sterowania. Opóźnienie transportowe jest reprezentowane przez przesunięcie sygnału wejściowego o 10 okresów próbkowania ($u(k-10)$ i później).

2.3. Strojenie regulatora PID metodą Zieglera-Nicholsa

Regulator PID został dostrojony metodą Zieglera-Nicholsa z wykorzystaniem parametrów krytycznych. Na podstawie analizy charakterystyki częstotliwościowej obiektu wyznaczono następujące parametry krytyczne:

— Wzmocnienie krytyczne $K_k = 0,46514$
— Okres oscylacji krytycznych $T_k = 10,6074$ s
— Pulsacja krytyczna $\omega_k = 0,59234$ rad/s

Zgodnie z zasadami Zieglera-Nicholsa, obliczono parametry ciągłego regulatora PID:

— $K_r = 0,16745$ (współczynnik wzmocnienia)
— $T_i = 8,8395$ s (stała czasowa całkowania)
— $T_d = 0,76373$ s (stała czasowa różniczkowania)

Co odpowiada następującym współczynnikom K_p, K_i i K_d:

— $K_p = 0,16745$ (wzmocnienie członu proporcjonalnego)
— $K_i = 0,018943$ (wzmocnienie członu całkującego)
— $K_d = 0,12789$ (wzmocnienie członu różniczkującego)

Na podstawie tych wartości wyznaczono parametry dyskretnego regulatora PID w postaci równania różnicowego:

$$u(k) = u(k-1) + r_0 e(k) + r_1 e(k-1) + r_2 e(k-2) \tag{2.6}$$

gdzie:

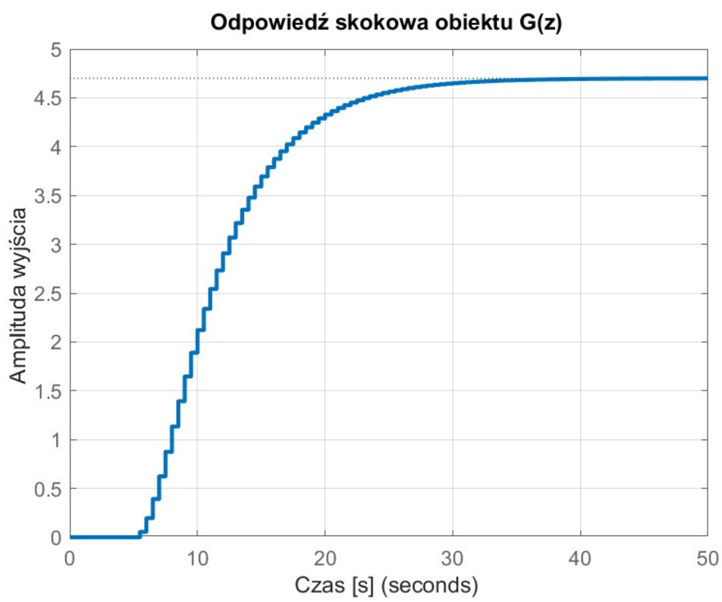
— $r_0 = 0,4327$
— $r_1 = -0,679$
— $r_2 = 0,25577$

System wyświetlił ostrzeżenie, że układ zamknięty z otrzymanymi parametrami może być niestabilny, co wskazuje na trudności w regulacji tego obiektu przy użyciu standardowego regulatora PID. Jest to typowe dla obiektów z dużym opóźnieniem transportowym.

2.4. Synteza i badanie regulatora DMC

2.4.1. Wyznaczenie horyzontu dynamiki

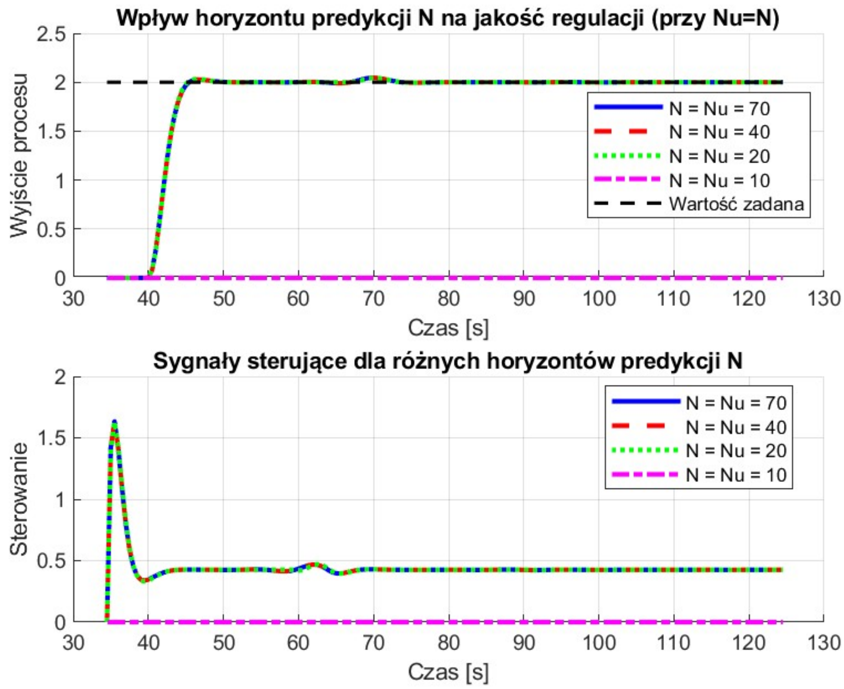
Pierwszym krokiem w syntezie regulatora DMC było wyznaczenie horyzontu dynamiki D, czyli liczby współczynników odpowiedzi skokowej koniecznych do poprawnego zamodelowania dynamiki obiektu. Na podstawie odpowiedzi skokowej obiektu (rysunek 2.2) przyjęto $D = 60$, co odpowiada czasowi 30 sekund (przy $T_p = 0,5$ s), po którym odpowiedź skokowa praktycznie osiąga stan ustalony.



Rys. 2.2. Odpowiedź skokowa obiektu dyskretnego wykorzystana do wyznaczenia horyzontu dynamiki D

2.4.2. Badanie wpływu horyzontu predykcji N

W regulatorze DMC horyzont predykcji N określa, na ile kroków w przyszłość prognozowane jest zachowanie obiektu. Aby zbadać wpływ tego parametru na jakość regulacji, przeprowadzono symulację dla różnych wartości N przy ustalonych pozostałych parametrach. Na rysunku 2.3 przedstawiono porównanie odpowiedzi układu dla wartości $N \in \{20, 30, 40, 50, 60\}$, przy założeniu $N_u = N$ i $\lambda = 1$.

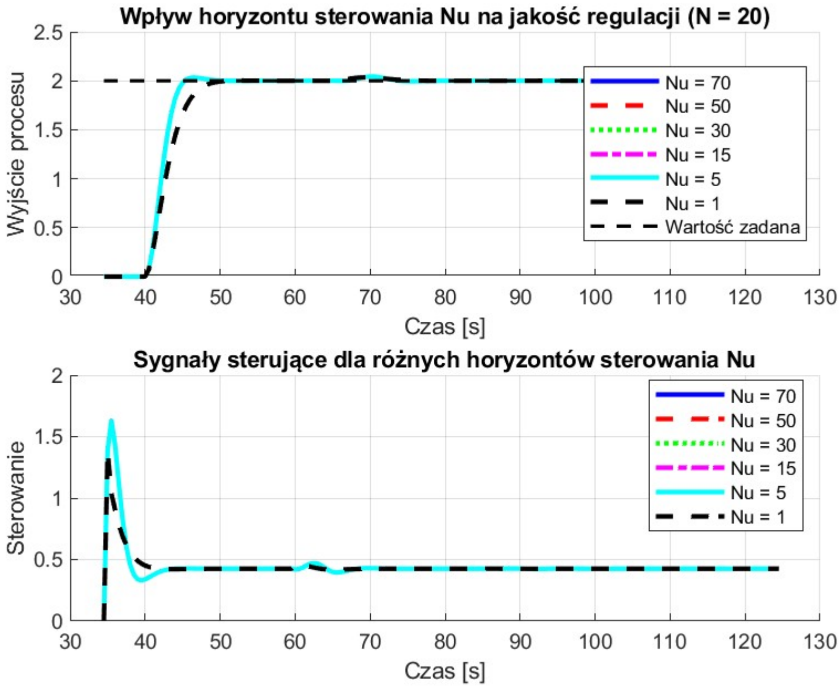


Rys. 2.3. Wpływ horyzontu predykcji N na jakość regulacji (przy $N_u = N$)

Z analizy wynika, że dla $N < 30$ układ wykazuje słabsze tłumienie oscylacji. Przy większych wartościach odpowiedzi stają się bardziej stabilne, ale przy $N > 40$ dalsze zwiększanie horyzontu predykcji nie przynosi już znaczącej poprawy. Jako optymalną wybrano wartość $N = 20$.

2.4.3. Badanie wpływu horyzontu sterowania N_u

Horyzont sterowania N_u określa, na ile kroków w przyszłość obliczane są przyrosty sterowania. Aby zbadać wpływ tego parametru, przeprowadzono symulacje dla stałego horyzontu predykcji $N = 20$ i różnych wartości $N_u \in \{1, 5, 10, 20, 40, 60\}$.

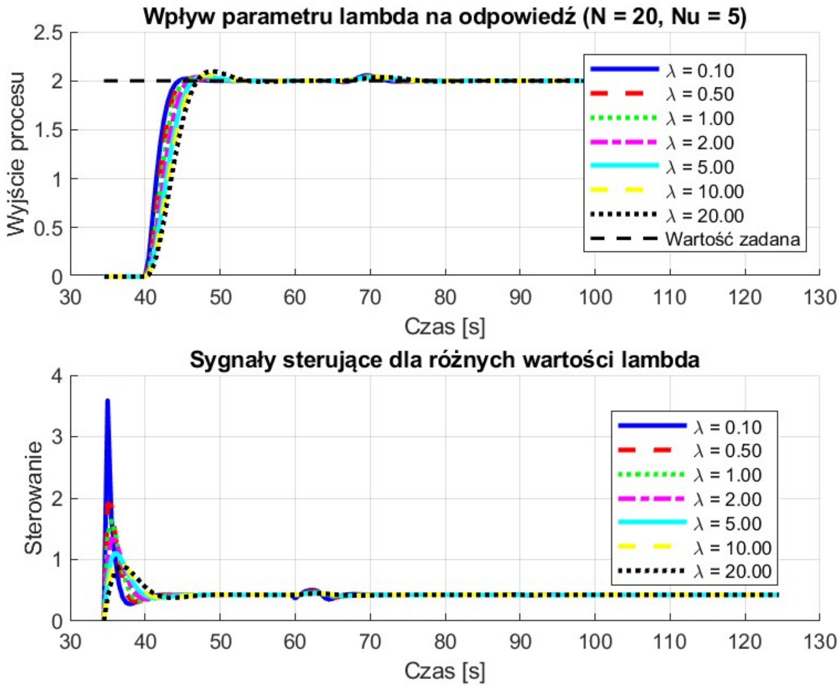


Rys. 2.4. Wpływ horyzontu sterowania N_u na jakość regulacji (przy $N = 20$)

Z rysunku 2.4 wynika, że dla małych wartości N_u (szczególnie $N_u = 1$) odpowiedź układu jest wolniejsza, ale za to łagodniejsza. Wraz ze wzrostem N_u odpowiedź staje się szybsza, ale pojawia się przesterowanie i większe oscylacje sterowania. Jako kompromis między szybkością a jakością wybrano $N_u = 5$.

2.4.4. Badanie wpływu współczynnika kary za sterowanie λ

Współczynnik λ odpowiada za wagę członu kary za przyrosty sterowania w funkcji celu regulatora DMC. Im większa wartość λ, tym większa kara za duże zmiany sterowania, co prowadzi do łagodniejszego działania regulatora.



Rys. 2.5. Wpływ współczynnika kary λ na jakość regulacji (przy $N = 20$, $N_u = 5$)

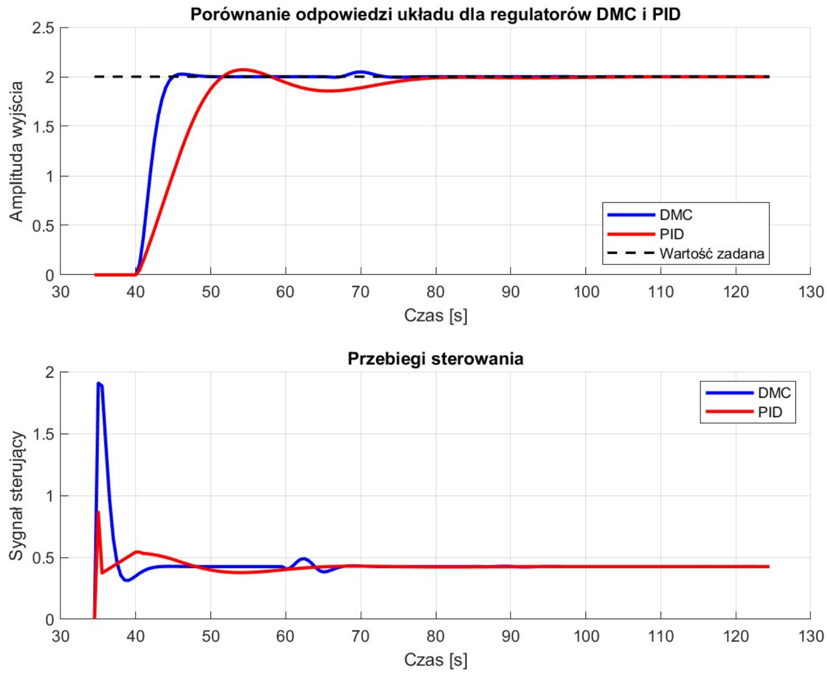
Z rysunku 2.5 wynika, że dla małych wartości λ (np. $0,1$) układ reaguje szybko, ale sterowanie może być agresywne. Dla większych wartości λ (np. 5 czy 10) odpowiedź jest wolniejsza i łagodniejsza. Po przeprowadzeniu badań jako optymalną wartość wybrano $\lambda = 0,5$, która zapewnia dobry kompromis między szybkością odpowiedzi a łagodnością profilu sterowania.

Po przeprowadzeniu powyższych badań ustalono optymalne parametry regulatora DMC:

— Horyzont predykcji $N = 20$
— Horyzont sterowania $N_u = 5$
— Współczynnik kary $\lambda = 0,5$

2.5. Porównanie regulatorów DMC i PID

Po określeniu optymalnych parametrów regulatora DMC przeprowadzono porównanie jego działania z regulatorem PID dostrojonym metodą Zieglera-Nicholsa. Rysunek 2.6 przedstawia porównanie odpowiedzi układu oraz sygnałów sterujących dla obu regulatorów.



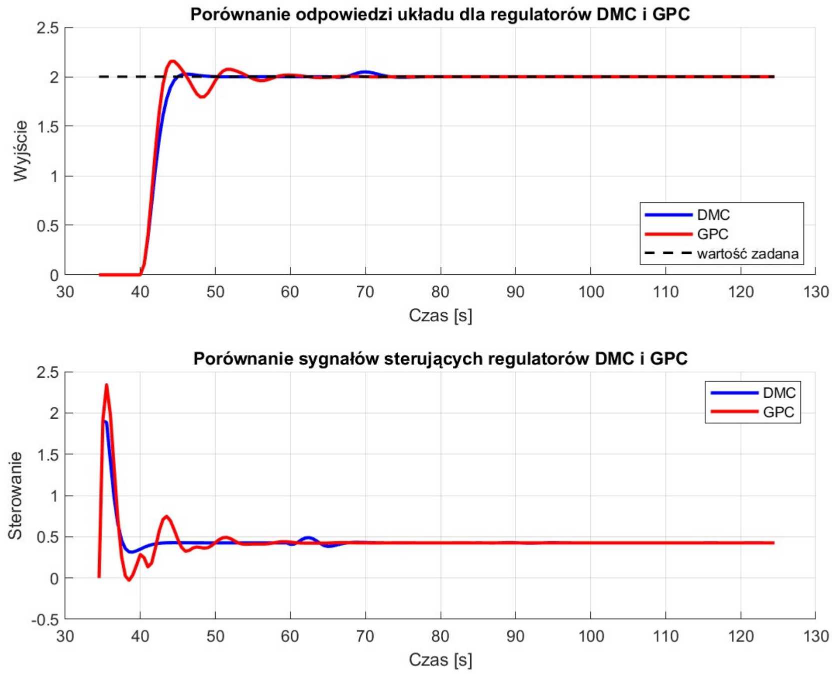
Rys. 2.6. Porównanie odpowiedzi układu z regulatorem DMC i PID

Regulator DMC wykazuje lepszą jakość regulacji niż PID - charakteryzuje się mniejszym przeregulowaniem, szybszym czasem regulacji i lepszym tłumieniem oscylacji. Sygnał sterujący generowany przez DMC ma łagodniejszy przebieg niż w przypadku PID, co jest korzystne z punktu widzenia elementów wykonawczych.

2.6. Porównanie regulatorów DMC i GPC

2.6.1. Reakcja na zmianę wartości zadanej

Porównano działanie regulatorów DMC i GPC przy jednakowych parametrach ($N = 20$, $N_u = 5$, $\lambda = 0,1$). Na rysunku 2.7 przedstawiono odpowiedź układu na zmianę wartości zadanej.

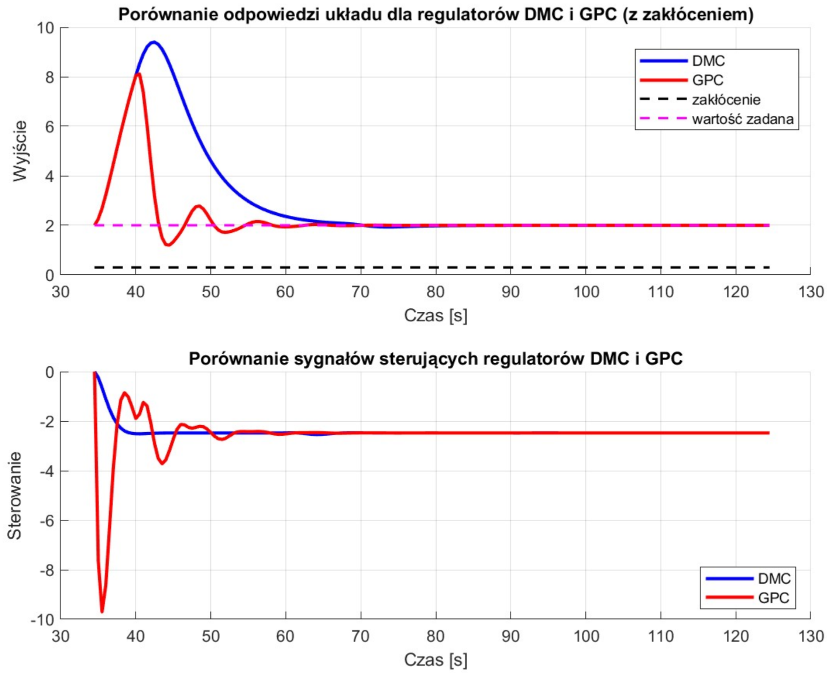


Rys. 2.7. Porównanie odpowiedzi układu z regulatorami DMC i GPC na zmianę wartości zadanej

Zarówno regulator DMC, jak i GPC zapewniają podobną jakość regulacji, jednak GPC charakteryzuje się nieco szybszą odpowiedzią i mniejszym przeregulowaniem. Wynika to z różnego sposobu modelowania obiektu w tych algorytmach - DMC wykorzystuje model odpowiedzi skokowej, a GPC - model w postaci równania różnicowego.

2.6.2. Reakcja na zakłócenie

Przeprowadzono również test odporności na zakłócenie działające na wyjściu obiektu. Na rysunku 2.8 przedstawiono odpowiedź układu na zakłócenie o wartości $0,3$.



Rys. 2.8. Porównanie odpowiedzi układu z regulatorami DMC i GPC na zakłócenie

W przypadku zakłócenia regulator GPC wykazuje szybszą reakcję i lepsze tłumienie jego wpływu. Regulator DMC również skutecznie kompensuje zakłócenie, ale potrzebuje nieco więcej czasu. Wynika to z różnych modeli procesu i algorytmu predykcji zakłóceń.

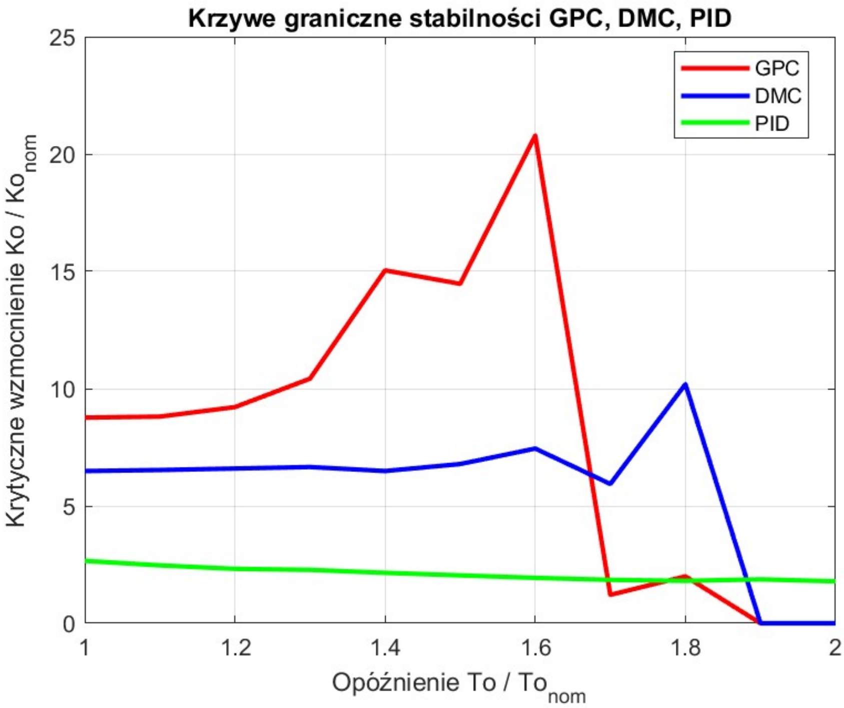
2.7. Badanie obszarów stabilności

W ostatnim etapie projektu przeprowadzono badanie obszarów stabilności regulatorów PID, DMC i GPC w funkcji zmiany parametrów obiektu: wzmocnienia K_o i opóźnienia transportowego T_o. Zbadano wartości krytyczne wzmocnienia K_o dla różnych wartości opóźnienia T_o, przy których układ regulacji traci stabilność.

Wyniki symulacji:

— To=5,00, Ko_kryt: GPC=41,20, DMC=30,50, PID=12,50
— To=5,50, Ko_kryt: GPC=41,40, DMC=30,70, PID=11,60
— To=6,00, Ko_kryt: GPC=43,30, DMC=31,00, PID=10,90
— To=6,50, Ko_kryt: GPC=49,00, DMC=31,30, PID=10,70
— To=7,00, Ko_kryt: GPC=70,70, DMC=30,50, PID=10,10
— To=7,50, Ko_kryt: GPC=68,00, DMC=31,90, PID=9,60
— To=8,00, Ko_kryt: GPC=97,70, DMC=35,00, PID=9,10
— To=8,50, Ko_kryt: GPC=5,70, DMC=27,90, PID=8,70
— To=9,00, Ko_kryt: GPC=9,40, DMC=47,90, PID=8,50
— To=9,50, Ko_kryt: GPC=0,00, DMC=0,00, PID=8,80
— To=10,00, Ko_kryt: GPC=0,00, DMC=0,00, PID=8,40

Na rysunku 2.9 przedstawiono otrzymane krzywe graniczne stabilności.



Rys. 2.9. Krzywe graniczne stabilności dla regulatorów GPC, DMC i PID w funkcji opóźnienia T_o i wzmocnienia K_o

Na osiach wykresu przedstawiono względne zmiany parametrów $T_o/T_{o,nom}$ oraz $K_o/K_{o,nom}$. Obszar stabilności leży poniżej krzywych dla każdego z regulatorów - dla danego opóźnienia $T_o/T_{o,nom}$, system jest stabilny jeśli $K_o/K_{o,nom} < K_{o,kryt}/K_{o,nom}$.

Widoczne jest, że regulatory predykcyjne (DMC i GPC) mają znacznie szerszy obszar stabilności niż regulator PID, szczególnie dla większych opóźnień. Regulator GPC wykazuje największą odporność na wzrost opóźnienia transportowego, co jest jego istotną zaletą w zastosowaniach przemysłowych, zgodnie z teorią regulacji predykcyjnej.

Warto odnotować, że dla bardzo dużych opóźnień (To $>$ 9,0) wszystkie regulatory tracą stabilność nawet przy niewielkim wzroście wzmocnienia obiektu. Jest to zgodne z teorią sterowania, ponieważ duże opóźnienie transportowe jest jednym z najtrudniejszych wyzwań w regulacji.

3. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych badań można sformułować następujące wnioski:

1. Regulatory predykcyjne (DMC i GPC) zapewniają lepszą jakość regulacji niż klasyczny regulator PID, szczególnie dla obiektów z opóźnieniem transportowym. Wykazują mniejsze przeregulowanie, krótszy czas regulacji i lepsze tłumienie oscylacji.
2. Parametry regulatora DMC (N, N_u, λ) mają istotny wpływ na jakość regulacji. Horyzont predykcji N powinien być wystarczająco duży, aby uwzględnić pełną odpowiedź obiektu. Horyzont sterowania N_u wpływa na agresywność sterowania - większe wartości prowadzą do szybszej, ale bardziej oscylacyjnej odpowiedzi. Współczynnik λ pozwala na kompromis między szybkością regulacji a łagodnością sterowania.
3. Regulator GPC wykazuje lepsze właściwości niż DMC w zakresie kompensacji zakłóceń oraz odporności na zmiany parametrów obiektu, szczególnie opóźnienia transportowego. Wynika to z odmiennego sposobu modelowania obiektu i predykcji - GPC wykorzystuje model w postaci równania różnicowego, co pozwala na dokładniejsze odzwierciedlenie dynamiki systemu.
4. Obszar stabilności regulatorów predykcyjnych jest znacznie szerszy niż regulatora PID, co czyni je bardziej odpornymi na zmiany parametrów obiektu. Jest to szczególnie istotne w przypadku procesów o zmiennych parametrach lub niepewności modelowania.

Podsumowując, regulatory predykcyjne stanowią efektywne narzędzie do sterowania procesami, szczególnie w przypadku obiektów trudnych (z opóźnieniem, niestabilnych, wielowymiarowych). Ich implementacja wymaga jednak dokładniejszego modelowania procesu oraz większej mocy obliczeniowej niż w przypadku klasycznych regulatorów PID.

4. Kod źródłowy

Poniżej przedstawiono listę skryptów MATLAB wykorzystanych w projekcie. Szczegółowe treści tych skryptów znajdują się w katalogu `/home/jszubzda/STP_2/kod/`.

4.1. Główny skrypt projektu

```
% --- Główny skrypt projektu ---
clearvars;
clc;
close all;

% Parametry obiektu
Ko = 4.7;
To = 5;
T1 = 1.92;
T2 = 4.96;
Tp = 0.5;

% Zadanie 1
disp('--- Zadanie 1 ---');
[Gs, Gz] = zadanie1_analiza_transmitancji(Ko, To, T1, T2, Tp);

% Zadanie 2
disp('--- Zadanie 2 ---');
zadanie2_rownanie_roznicowe(Gz);

% Zadanie 3
disp('--- Zadanie 3 ---');
[param_pid, param_pid_ciagly] = zadanie3_strojenie_pid_ziegler_nichols(...
    Gs, Tp);

% Parametry symulacji
param_sym = struct('len', 250, 'tp', 0.5, 'setpoint', 2);
wart_zad = ones(1, param_sym.len - 69) * 2;

% Zadanie 5
disp('--- Zadanie 5 ---');
param_dmc_opt = zadanie5_optymalizacja_dmc(Gz, param_pid, param_sym, wart_zad);

% Zadanie 6
disp('--- Zadanie 6 ---');
zadanie6_porownanie_optymalne_dmc_pid(Gz, param_pid, param_dmc_opt, ...
    param_sym, wart_zad);

% Zadanie 8
disp('--- Zadanie 8 ---');
param_gpc = param_dmc_opt;
zadanie8_porownanie_dmc_gpc(Gz, param_dmc_opt, param_gpc, param_pid, ...
    param_sym, wart_zad);

% Zadanie 9
disp('--- Zadanie 9 ---');
zadanie9_badanie_stabilnosci(param_pid, param_dmc_opt, param_gpc, Ko, To, ...
```

```
    T1, T2, Tp, param_sym);

disp('--- Koniec projektu ---');
```

Listing 4.1. Główny skrypt projektu - stp2.m

4.2. Funkcje do analizy transmitancji i wyprowadzenia równania różnicowego

```
function [Gs, Gz] = zadanie1_analiza_transmitancji(Ko, To, T1, T2, Tp)
    Gs = tf(Ko, conv([T1, 1], [T2, 1]), 'InputDelay', To);

    disp('Transmitancja ciągła G(s):');
    Gs

    Gz = c2d(Gs, Tp, 'zoh');

    disp('Transmitancja dyskretna G(z):');
    Gz

    K_statyczne_s = dcgain(Gs);
    K_statyczne_z = dcgain(Gz);

    disp(['Współczynnik wzmocnienia statycznego G(s), K_s = G(0): ', ...
        num2str(K_statyczne_s)]);
    disp(['Współczynnik wzmocnienia statycznego G(z), K_z = G(1): ', ...
        num2str(K_statyczne_z)]);

    fig = figure;

    step(Gs);
    hold on;
    step(Gz);
    grid on;
    box on;
    title('Porównanie odpowiedzi skokowych G(s) i G(z)');
    xlabel('Czas [s]');
    ylabel('Amplituda');
    legend('G(s) - ciągła', 'G(z) - dyskretna', 'Location', 'best');

    saveas(fig, "wykresy/zad1.jpg");
    close;
end
```

Listing 4.2. zadanie1_analiza_transmitancji.m

```
function zadanie2_rownanie_roznicowe(Gz)
    licz_Gz = Gz.Numerator{1};
    mian_Gz = Gz.Denominator{1};
    opoz = Gz.InputDelay;

    rownanie = 'y(k) = ';
    pierwszy_term = true;

    stopien_mian = length(mian_Gz) - 1;

    disp('Równanie różnicowe:');
    for i = 1:stopien_mian
        wsp = -mian_Gz(i+1);
        znak = '';
        if wsp > 0
            if ~pierwszy_term
```

```
                znak = ' + ';
            end
        else
            znak = ' - ';
            wsp = -wsp;
        end

        term = [num2str(wsp, 5), '*y(k-', num2str(i), ')'];
        rownanie = [rownanie, znak, term];
        pierwszy_term = false;
    end

    stopien_licz = length(licz_Gz) - 1;
    max_opoz = opoz + stopien_licz;

    for l = 0:stopien_licz
        wsp = licz_Gz(l+1);
        biezace_opoz = opoz + l;
        if biezace_opoz >= 1
            znak = '';
            if wsp > 0
                if ~pierwszy_term
                    znak = ' + ';
                end
            else
                znak = ' - ';
                wsp = -wsp;
            end

            term = [num2str(wsp, 5), '*u(k-', num2str(biezace_opoz), ')'];
            rownanie = [rownanie, znak, term];
            pierwszy_term = false;
        end
    end

    disp(rownanie);
end
```

Listing 4.3. zadanie2_rownanie_roznicowe.m

4.3. Funkcje do strojenia regulatora PID

```
function [param_pid, param_pid_ciagly] = zadanie3_strojenie_pid_ziegler_nichols(Gs, Tp)
    [Gm_abs, ~, ~, Wcp_rad_s] = margin(Gs);

    Kk = Gm_abs;
    Tk = 2*pi / Wcp_rad_s;

    disp('Parametry krytyczne (Ziegler-Nichols):');
    disp(['Wzmocnienie krytyczne Kk = ', num2str(Kk)]);
    disp(['Okres oscylacji krytycznych Tk = ', num2str(Tk), ' s']);
    disp(['Pulsacja krytyczna omega_k = ', num2str(Wcp_rad_s), ' rad/s']);

    detuning_factor = 0.6;
    Kr = 0.6 * Kk * detuning_factor;
    Ti = 0.5 * Tk / detuning_factor;
    Td = 0.12 * Tk * detuning_factor;

    disp('Parametry ciągłego regulatora PID (wg Zieglera-Nicholsa):');
    disp(['Kr = ', num2str(Kr)]);
    disp(['Ti = ', num2str(Ti), ' s']);
```

```
    disp(['Td = ', num2str(Td), ' s']);

    Kp = Kr;
    Ki = Kr / Ti;
    Kd = Kr * Td;

    disp('Współczynniki Kp, Ki, Kd dla ciągłego regulatora PID:');
    disp(['Kp = ', num2str(Kp)]);
    disp(['Ki = ', num2str(Ki)]);
    disp(['Kd = ', num2str(Kd)]);

    r0 = Kp + Ki*Tp + Kd/Tp;
    r1 = -(Kp + 2*(Kd/Tp));
    r2 = Kd/Tp;

    param_pid_ciagly = struct('Kp', Kp, 'Ki', Ki, 'Kd', Kd, 'Kr', Kr, ...
        'Ti', Ti, 'Td', Td);
    param_pid = struct('r0', r0, 'r1', r1, 'r2', r2);

    disp('Parametry r0, r1, r2 dyskretnego regulatora PID:');
    disp(['Przyjęty okres próbkowania Tp = ', num2str(Tp), ' s']);
    disp(['r0 = ', num2str(r0)]);
    disp(['r1 = ', num2str(r1)]);
    disp(['r2 = ', num2str(r2)]);
end
```

Listing 4.4. zadanie3_strojenie_pid_ziegler_nichols.m

4.4. Funkcje do projektowania i badania regulatora DMC

```
function [param_dmc_opt] = zadanie5_optymalizacja_dmc(Gz, param_pid, ...
    param_sym, wart_zad)
% a
fig = figure;
step(Gz);
h = findobj(gca, 'Type', 'Line');
set(h, 'LineWidth', 2);

grid on;
title('Odpowiedź skokowa obiektu G(z)');
xlabel('Czas [s]');
ylabel('Amplituda wyjścia');
saveas(fig, 'wykresy/step.jpg');
close;

% b
wartosci_N = [70, 40, 20, 10];
figure;
subplot(2,1,1);
hold on;
grid on;
title('Wpływ horyzontu predykcji N na jakość regulacji (przy Nu=N)');
xlabel('Czas [s]');
ylabel('Wyjście procesu');

subplot(2,1,2);
hold on;
grid on;
title('Sygnały sterujące dla różnych horyzontów predykcji N');
xlabel('Czas [s]');
ylabel('Sterowanie');
```

```
legendy = {};

colors = {'b', 'r', 'g', 'm'};
linestyles = {'-', '--', ':', '-.'};
for i = 1:length(wartosci_N)
    N_test = wartosci_N(i);
    param_dmc = struct('N', N_test, 'Nu', N_test, 'lambda', 1, 'D', 70);
    [~, y_dmc, ~, u_dmc, czas_sym, D] = symulacja_dmc_pid(param_dmc, ...
        param_sym, param_pid, Gz);

    subplot(2,1,1);
    plot(czas_sym(D:end), y_dmc(D:end), [colors{i}, linestyles{i}], 'LineWidth', 2);

    subplot(2,1,2);
    plot(czas_sym(D:end), u_dmc(D:end), [colors{i}, linestyles{i}], 'LineWidth', 2);

    legendy{end+1} = sprintf('N = Nu = %d', N_test);
end

subplot(2,1,1);
plot(czas_sym(D:end), wart_zad, 'k--', 'LineWidth', 1.5);
legendy{end+1} = 'Wartość zadana';

subplot(2,1,1);
legend(legendy, 'Location', 'best');

subplot(2,1,2);
legend(legendy{1:end-1}, 'Location', 'best');

saveas(gcf, 'wykresy/horyzont_predykcji_porownanie.jpg');
close;

N_opt = 20;

% c
wartosci_Nu = [70, 50, 30, 15, 5, 1];

figure;
subplot(2,1,1);
hold on;
grid on;
title(['Wpływ horyzontu sterowania Nu na jakość regulacji (N = ', num2str(N_opt), ')']);
xlabel('Czas [s]');
ylabel('Wyjście procesu');

subplot(2,1,2);
hold on;
grid on;
title('Sygnały sterujące dla różnych horyzontów sterowania Nu');
xlabel('Czas [s]');
ylabel('Sterowanie');

legendy = {};
colors = {'b', 'r', 'g', 'm', 'c', 'k'};
linestyles = {'-', '--', ':', '-.', '-', '--'};

for i = 1:length(wartosci_Nu)
    Nu_test = wartosci_Nu(i);
    param_dmc = struct('N', N_opt, 'Nu', Nu_test, 'lambda', 1, 'D', 70);

    [~, y_dmc, ~, u_dmc, czas_sym, D] = symulacja_dmc_pid(param_dmc, ...
        param_sym, param_pid, Gz);
```

```
    subplot(2,1,1);
    plot(czas_sym(D:end), y_dmc(D:end), [colors{i}, linestyles{i}], 'LineWidth', 2);

    subplot(2,1,2);
    plot(czas_sym(D:end), u_dmc(D:end), [colors{i}, linestyles{i}], 'LineWidth', 2);

    legendy{end+1} = sprintf('Nu = %d', Nu_test);
end

subplot(2,1,1);
plot(czas_sym(D:end), wart_zad, 'k--', 'LineWidth', 1.5);
legendy{end+1} = 'Wartość zadana';

subplot(2,1,1);
legend(legendy, 'Location', 'best');

subplot(2,1,2);
legend(legendy{1:end-1}, 'Location', 'best');

saveas(gcf, 'wykresy/horyzont_sterowania_porownanie.jpg');
close;

Nu_opt = 5;

% d
wartosci_lambda = [0.1, 0.5, 1, 2, 5, 10, 20];

figure;
subplot(2,1,1);
hold on;
grid on;
title(['Wpływ parametru lambda na odpowiedź (N = ', num2str(N_opt), ...
    ', Nu = ', num2str(Nu_opt), ')']);
xlabel('Czas [s]');
ylabel('Wyjście procesu');

subplot(2,1,2);
hold on;
grid on;
title('Sygnały sterujące dla różnych wartości lambda');
xlabel('Czas [s]');
ylabel('Sterowanie');

legendy = {};
colors = {'b', 'r', 'g', 'm', 'c', 'y', 'k'};
linestyles = {'-', '--', ':', '-.', '-', '--', ':'};

for i = 1:length(wartosci_lambda)
    lambda_test = wartosci_lambda(i);
    param_dmc = struct('N', N_opt, 'Nu', Nu_opt, 'lambda', lambda_test, ...
        'D', 70);

    [~, y_dmc, ~, u_dmc, czas_sym, D] = symulacja_dmc_pid(param_dmc, ...
        param_sym, param_pid, Gz);

    subplot(2,1,1);
    plot(czas_sym(D:end), y_dmc(D:end), [colors{i}, linestyles{i}], 'LineWidth', 2);

    subplot(2,1,2);
    plot(czas_sym(D:end), u_dmc(D:end), [colors{i}, linestyles{i}], 'LineWidth', 2);

    legendy{end+1} = sprintf('\\lambda = %.2f', lambda_test);
end
```

```
subplot(2,1,1);
plot(czas_sym(D:end), wart_zad, 'k--', 'LineWidth', 1.5);
legendy{end+1} = 'Wartość zadana';

subplot(2,1,1);
legend(legendy, 'Location', 'best');

subplot(2,1,2);
legend(legendy{1:end-1}, 'Location', 'best');

saveas(gcf, 'wykresy/lambda_porownanie.jpg');
close;

lambda_opt = 0.5;

param_dmc_opt = struct('N', N_opt, 'Nu', Nu_opt, 'lambda', lambda_opt, ...
    'D', 70);

disp('--- Optymalne parametry regulatora DMC ---');
disp(['N = ', num2str(N_opt)]);
disp(['Nu = ', num2str(Nu_opt)]);
disp(['lambda = ', num2str(lambda_opt)]);
end
```

Listing 4.5. zadanie5_optymalizacja_dmc.m

```
function zadanie6_porownanie_optymalne_dmc_pid(Gz, param_pid, param_dmc_opt, ...
    param_sym, wart_zad)
    figure('Position', [100, 100, 800, 600]);

    subplot(2,1,1);
    hold on;
    grid on;
    title('Porównanie odpowiedzi układu dla regulatorów DMC i PID');
    xlabel('Czas [s]');
    ylabel('Amplituda wyjścia');

    subplot(2,1,2);
    hold on;
    grid on;
    title('Przebiegi sterowania');
    xlabel('Czas [s]');
    ylabel('Sygnał sterujący');

    [y_pid, y_dmc, u_pid, u_dmc, czas_sym, D] = symulacja_dmc_pid(...
        param_dmc_opt, param_sym, param_pid, Gz);

    subplot(2,1,1);
    plot(czas_sym(D:end), y_dmc(D:end), 'b-', 'LineWidth', 2);
    plot(czas_sym(D:end), y_pid(D:end), 'r-', 'LineWidth', 2);
    plot(czas_sym(D:end), wart_zad, 'k--', 'LineWidth', 1.5);

    subplot(2,1,2);
    plot(czas_sym(D:end), u_dmc(D:end), 'b-', 'LineWidth', 2);
    plot(czas_sym(D:end), u_pid(D:end), 'r-', 'LineWidth', 2);

    subplot(2,1,1);
    legend('DMC', 'PID', 'Wartość zadana', 'Location', 'best');

    subplot(2,1,2);
    legend('DMC', 'PID', 'Location', 'best');

    saveas(gcf, 'wykresy/optimal_solution.jpg');
```

```
    close;
end
```

Listing 4.6. zadanie6_porownanie_optymalne_dmc_pid.m

4.5. Funkcje do porównania regulatorów DMC i GPC

```
function zadanie8_porownanie_dmc_gpc(Gz, param_dmc, param_gpc, param_pid, ...
    param_sym, wart_zad)
% a
figure('Position', [100, 100, 800, 600]);
subplot(2,1,1);
hold on;
grid on;
title('Porównanie odpowiedzi układu dla regulatorów DMC i GPC');
xlabel('Czas [s]');
ylabel('Wyjście');

subplot(2,1,2);
hold on;
grid on;
title('Porównanie sygnałów sterujących regulatorów DMC i GPC');
xlabel('Czas [s]');
ylabel('Sterowanie');

[~, y_dmc, ~, u_dmc, ~, ~] = symulacja_dmc_pid(param_dmc, param_sym, ...
    param_pid, Gz);
[y_gpc, u_gpc, czas_sym, D] = symulacja_gpc(param_gpc, param_sym, Gz);

subplot(2,1,1);
plot(czas_sym(D:end), y_dmc(D:end), 'b-', 'LineWidth', 2);
plot(czas_sym(D:end), y_gpc(D:end), 'r-', 'LineWidth', 2);
plot(czas_sym(D:end), wart_zad, 'k--', 'LineWidth', 1.5);
legend('DMC', 'GPC', 'wartość zadana', 'Location', 'best');

subplot(2,1,2);
plot(czas_sym(D:end), u_dmc(D:end), 'b-', 'LineWidth', 2);
plot(czas_sym(D:end), u_gpc(D:end), 'r-', 'LineWidth', 2);
legend('DMC', 'GPC', 'Location', 'best');

saveas(gcf, 'wykresy/DMC_vs_GPC_setpoint.jpg');
close;

% b
zaklocenie = 0.3;

figure('Position', [100, 100, 800, 600]);
subplot(2,1,1);
hold on;
grid on;
title('Porównanie odpowiedzi układu dla regulatorów DMC i GPC (z zakłóceniem)');
xlabel('Czas [s]');
ylabel('Wyjście');

subplot(2,1,2);
hold on;
grid on;
title('Porównanie sygnałów sterujących regulatorów DMC i GPC');
xlabel('Czas [s]');
ylabel('Sterowanie');
```

```
[~, y_dmc, ~, u_dmc, ~, ~] = symulacja_dmc_pid(param_dmc, param_sym, ...
    param_pid, Gz, zaklocenie, true);
[y_gpc, u_gpc, czas_sym, D] = symulacja_gpc(param_gpc, param_sym, ...
    Gz, zaklocenie, true);

subplot(2,1,1);
plot(czas_sym(D:end), y_dmc(D:end), 'b-', 'LineWidth', 2);
plot(czas_sym(D:end), y_gpc(D:end), 'r-', 'LineWidth', 2);
plot(czas_sym(D:end), ones(1, length(czas_sym(D:end)))*zaklocenie, 'k--', 'LineWidth', 1.5);
plot(czas_sym(D:end), wart_zad, 'm--', 'LineWidth', 1.5);
legend('DMC', 'GPC', 'zakłócenie', 'wartość zadana', 'Location', 'best');

subplot(2,1,2);
plot(czas_sym(D:end), u_dmc(D:end), 'b-', 'LineWidth', 2);
plot(czas_sym(D:end), u_gpc(D:end), 'r-', 'LineWidth', 2);
legend('DMC', 'GPC', 'Location', 'best');

saveas(gcf, 'wykresy/DMC_vs_GPC_disturbance.jpg');
close;
end
```

Listing 4.7. zadanie8_porownanie_dmc_gpc.m

4.6. Funkcje do badania stabilności

```
function zadanie9_badanie_stabilnosci(param_pid, param_dmc, param_gpc, Ko, To, T1, T2, ...
    Tp, param_sym)
    mnozniki_To = [1, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 2];
    Ko_kryt_gpc = zeros(size(mnozniki_To));
    Ko_kryt_dmc = zeros(size(mnozniki_To));
    Ko_kryt_pid = zeros(size(mnozniki_To));

    for i = 1:length(mnozniki_To)
        To_test = mnozniki_To(i) * To;
        Ko_test = 0.1;
        Ko_max = 100;
        znaleziono_gpc = false;
        znaleziono_dmc = false;
        znaleziono_pid = false;
        while Ko_test < Ko_max && (~znaleziono_gpc || ~znaleziono_dmc || ...
                ~znaleziono_pid)
            Gs_test = tf(Ko_test, conv([T1, 1], [T2, 1]), 'InputDelay', To_test);
            Gz_test = c2d(Gs_test, Tp, 'zoh');
            [y_pid, y_dmc, ~, ~, ~, ~] = symulacja_dmc_pid(param_dmc, ...
                param_sym, param_pid, Gz_test);
            [y_gpc, ~, ~, ~] = symulacja_gpc(param_gpc, param_sym, Gz_test);

            if czy_oscyluje(y_gpc, 8, 0.01, 2) && ~znaleziono_gpc
                Ko_kryt_gpc(i) = Ko_test;
                znaleziono_gpc = true;
            end
            if any(y_pid > 7) && ~znaleziono_pid
                Ko_kryt_pid(i) = Ko_test;
                znaleziono_pid = true;
            end
            if czy_oscyluje(y_dmc, 8, 0.01, 1) && ~znaleziono_dmc
                Ko_kryt_dmc(i) = Ko_test;
                znaleziono_dmc = true;
            end
            Ko_test = Ko_test + 0.1;
        end
```

```
        if ~znaleziono_gpc, Ko_kryt_gpc(i) = 0; end
        if ~znaleziono_dmc, Ko_kryt_dmc(i) = 0; end
        if ~znaleziono_pid, Ko_kryt_pid(i) = 0; end
        fprintf('To=%.2f, Ko_kryt: GPC=%.2f, DMC=%.2f, PID=%.2f\n', ...
            To_test, Ko_kryt_gpc(i), Ko_kryt_dmc(i), Ko_kryt_pid(i));
    end

figure;
plot(mnozniki_To, Ko_kryt_gpc/Ko, 'r-', 'LineWidth', 2); hold on;
plot(mnozniki_To, Ko_kryt_dmc/Ko, 'b-', 'LineWidth', 2);
plot(mnozniki_To, Ko_kryt_pid/Ko, 'g-', 'LineWidth', 2);
grid on;
title('Krzywe graniczne stabilności GPC, DMC, PID');
xlabel('Opóźnienie To / To_{nom}');
ylabel('Krytyczne wzmocnienie Ko / Ko_{nom}');
legend('GPC', 'DMC', 'PID', 'Location', 'best');
saveas(gcf, 'wykresy/GPC_DMC_PID_stabilnosc_Ko_vs_To.jpg');
close;
disp(' ');
disp('Obszar stabilności: Dla danego To/To_nom, system jest stabilny dla Ko/Ko_nom < Ko_kryt/
disp('System jest niestabilny dla Ko > Ko_kryt (powyżej krzywej).');
end
```

Listing 4.8. zadanie9_badanie_stabilnosci.m

```
function czy_osc = czy_oscyluje(y, liczba_szczytow, tolerancja, typ)
    czy_osc = false;
    if length(y) > 100
        y = y(end-100:end);
    end
    [szczyty, ~] = findpeaks(y);
    switch typ
        case 1
            if length(szczyty) > liczba_szczytow
                trend = diff(szczyty(end-liczba_szczytow:end));
                if all(trend > tolerancja)
                    czy_osc = true;
                end
            end
        case 2
            if length(szczyty) > 5
                czy_osc = (max(szczyty(1:4)) - szczyty(end) < 0);
            end
    end
end
```

Listing 4.9. czy_oscyluje.m

4.7. Funkcje pomocnicze do symulacji

```
function [y_pid, y_dmc, u_pid, u_dmc, czas_sym, D] = symulacja_dmc_pid(...
    param_dmc, param_sym, param_pid, Gz, zaklocenie, stan_ustalony)
    if nargin < 5
        zaklocenie = 0;
    end

    if nargin < 6
        stan_ustalony = false;
    end

    dlugosc = param_sym.len;
```

```
    czas_sym = (0:param_sym.len-1)*param_sym.tp;
    wart_zad = param_sym.setpoint;
    licz_Gz = Gz.Numerator{1};
    mian_Gz = Gz.Denominator{1};
    opoz = Gz.InputDelay;

    r0 = param_pid.r0;
    r1 = param_pid.r1;
    r2 = param_pid.r2;

    y_pid = zeros(1, dlugosc);
    u_pid = zeros(1, dlugosc);
    e_pid = zeros(1, dlugosc);

    N = param_dmc.N;
    Nu = param_dmc.Nu;
    lambda = param_dmc.lambda;
    D = param_dmc.D;

    yzad = wart_zad * ones(N, 1);

    y_dmc = zeros(1, dlugosc);
    u_dmc = zeros(1, dlugosc);
    du_dmc = zeros(1, dlugosc);

    if stan_ustalony
        y_dmc(1:D) = wart_zad;
    end

    s = step(Gz, (0:D-1)*param_sym.tp);
    s = s(1:D);

    M = zeros(param_dmc.N, Nu);
    for i = 1:N
        for j = 1:min(i, Nu)
            M(i, j) = s(i-j+1);
        end
    end

    s = s(2:D);

    K = inv(M'*eye(N)*M + lambda*eye(Nu)) * M'*eye(N);

    for k = max(3, D+1):dlugosc
        for i = 1:length(mian_Gz)-1
            y_pid(k) = y_pid(k) - mian_Gz(i+1) * y_pid(k-i);
            y_dmc(k) = y_dmc(k) - mian_Gz(i+1) * y_dmc(k-i);
        end

        for i = 1:length(licz_Gz)
            idx = k - opoz - i + 1;
            y_pid(k) = y_pid(k) + licz_Gz(i) * u_pid(idx);
            y_dmc(k) = y_dmc(k) + licz_Gz(i) * u_dmc(idx);
        end

        y_dmc(k) = y_dmc(k) + zaklocenie;

        e_pid(k) = wart_zad - y_pid(k);
        u_pid(k) = u_pid(k-1) + r0*e_pid(k) + r1*e_pid(k-1) + r2*e_pid(k-2);

        dUp = zeros(D-1, 1);
        for i = 1:min(D-1, k-1)
            dUp(i) = u_dmc(k-i) - u_dmc(k-i-1);
```

```
        end

        y0 = zeros(N, 1);
        for p = 1:N
            y0(p) = y_dmc(k);
            for i = 1:min(D-1, k-1)
                if p+i <= D-1
                    y0(p) = y0(p) + (s(p+i) - s(i)) * dUp(i);
                end
            end
        end
        dU = K * (yzad - y0);
        du_dmc(k) = dU(1);

        u_dmc(k) = u_dmc(k-1) + du_dmc(k);
    end
end
```

Listing 4.10. symulacja_dmc_pid.m

```
function [y_gpc, u_gpc, czas_sym, D] = symulacja_gpc(param_gpc, param_sym, ...
    Gz, zaklocenie, stan_ustalony)
    if nargin < 4
        zaklocenie = 0;
    end

    if nargin < 5
        stan_ustalony = false;
    end

    dlugosc = param_sym.len;
    czas_sym = (0:param_sym.len-1)*param_sym.tp;
    wart_zad = param_sym.setpoint;
    licz_Gz = Gz.Numerator{1};
    mian_Gz = Gz.Denominator{1};
    opoz = Gz.InputDelay;

    N = param_gpc.N;
    Nu = param_gpc.Nu;
    lambda = param_gpc.lambda;
    D = param_gpc.D;

    yzad = wart_zad * ones(N, 1);

    y_gpc = zeros(1, dlugosc);
    u_gpc = zeros(1, dlugosc);

    if stan_ustalony
        y_gpc(1:D) = wart_zad;
    end

    s = zeros(D, 1);
    for j = 1:D
        if j <= opoz
            s(j) = 0;
        else
            for i = 1:min(length(licz_Gz), j-opoz)
                s(j) = s(j) + licz_Gz(i);
            end
            for i = 1:min(length(mian_Gz) - 1, j-1)
                s(j) = s(j) - mian_Gz(i+1) * s(j-i);
            end
        end
    end
```

```
M = zeros(param_gpc.N, Nu);
for i = 1:N
    for j = 1:min(i, Nu)
        M(i, j) = s(i-j+1);
    end
end

K = inv(M'*eye(N)*M + lambda*eye(Nu)) * M'*eye(N);

for k = max(3, D+1):dlugosc
    for i = 1:length(mian_Gz)-1
        y_gpc(k) = y_gpc(k) - mian_Gz(i+1) * y_gpc(k-i);
    end

    for i = 1:length(licz_Gz)
        idx = k - opoz - i + 1;
        y_gpc(k) = y_gpc(k) + licz_Gz(i) * u_gpc(idx);
    end

    y_gpc(k) = y_gpc(k) + zaklocenie;

    y_hat = 0;
    for j = 1:length(licz_Gz)
        idx = k - opoz - j + 1;
        if idx >= 1
            y_hat = y_hat + licz_Gz(j) * u_gpc(idx);
        end
    end
    for j = 1:length(mian_Gz)-1
        y_hat = y_hat - mian_Gz(j+1) * y_gpc(k-j);
    end

    d_k = y_gpc(k) - y_hat;

    y0 = zeros(N, 1);
    for p = 1:N
        y0(p) = 0;
        for i = 1:length(licz_Gz)
            if p+i <= D - 1
                idx = k - opoz - i + p;
                if idx >= k
                    idx = k-1;
                end
                y0(p) = y0(p) + licz_Gz(i) * u_gpc(idx);
            end
        end
        for i = 1:length(mian_Gz)-1
            if p+i <= D - 1
                idx = k - i + p;
                if p > i
                    y0(p) = y0(p) - mian_Gz(i+1) * y0(p-i);
                else
                    y0(p) = y0(p) - mian_Gz(i+1) * y_gpc(idx);
                end
            end
        end
        y0(p) = y0(p) + d_k;
    end

    dU = K * (yzad - y0);
    du_gpc = dU(1);
```

```
        u_gpc(k) = u_gpc(k-1) + du_gpc;
    end
end
```

Listing 4.11. symulacja_gpc.m