

Laboratorium nr 3 i 4, 5

gr. WCYIV1N2

dn. 2024-11-24

B1 czas: 13:30 – 15:05 (1 blok)

B2 czas: 16:00 – 17:35 (2 blok)

B3 czas: 17:50 – 19:25 (3 blok)

Temat:

B1/B2

Zadanie interpolacji Fourier'a (trygonometrycznej). Implementacja interpolacji szeregiem Fourier'a z wykorzystaniem wybranych metod rozwiązywania układów równań. Problemy z wykorzystaniem interpolacji w różnych zagadnieniach.

- Interpolacje szeregów czasowych w układach biegunowych z wykorzystaniem metody Fouriera.
- Kompensacje efektu Gibbsa w obszarach o dużych skokach pochodnej,
- Poszukiwanie charakterystycznych cech ukrytych w szeregach czasowych, redukcje szumów o określonych częstościach,
- Wnioski z analizy częstotliwościowej.

B3

Interpolacja krzywymi sklejanymi różnych stopni w dowolnych układach współrzędnych. Naturalna krzywa sklejana (natural spline) i krzywa sklejana z zadanymi warunkami brzegowymi. Implementacja własna z wykorzystaniem wybranej metody rozwiązywania układu równań.

- Praktyczna realizacja interpolacji z wykorzystaniem krzywych sklejanych różnych rzędów w różnych układach odniesienia,
 - Metody łączenia dwóch niezależnych interpolacji dla różnych serii danych,
 - Analiza wykorzystania metod interpolacji krzywą sklejaną do ekstrapolacji serii danych.
-

Zadania do rozwiązania

Zad. 1 (B1/B2)

Na podstawie funkcji analitycznej $r(\theta)$ wygeneruj n ($90 \geq n \geq 40$) - równoodległych węzłów. Znajdź wielomian interpolujący Fourier'a ($W_m(\theta)$) dla wyznaczonych punktów. W tym celu zbuduj i rozwiąż właściwy układ równań. Wykorzystując różne położenie równoodległych węzłów (zmiana ilości węzłów) wskaż rozwiązanie, które gwarantuje najmniejszą oscylację interpolacji w otoczeniu skoków wartości funkcji, czyli w węzłach: $\theta_1 = \pi/2$ i $\theta_2 = 3\pi/2$ (patrz rys. 1). Zbuduj funkcję $quality()$, której minimalna wartość pozwoli znaleźć właściwe rozwiązanie.

Jako rozwiązanie w pliku sprawozdania zamieść:

1. Znajdź współczynniki wielomianu Fourier'a **budując i rozwiązując układ równań**,
2. Wartości optymalne parametrów: n , θ_0 , współczynniki wielomianu Fourier'a, wartość funkcji $quality()$.
3. Rysunek z optymalną funkcją $W_m(\theta)$ wraz z wizualizacją węzłów.
4. Tabelę, która zawiera wartości funkcji $quality()$ w otoczeniu $\theta_1 = \pi/2$ i $\theta_2 = 3\pi/2$.

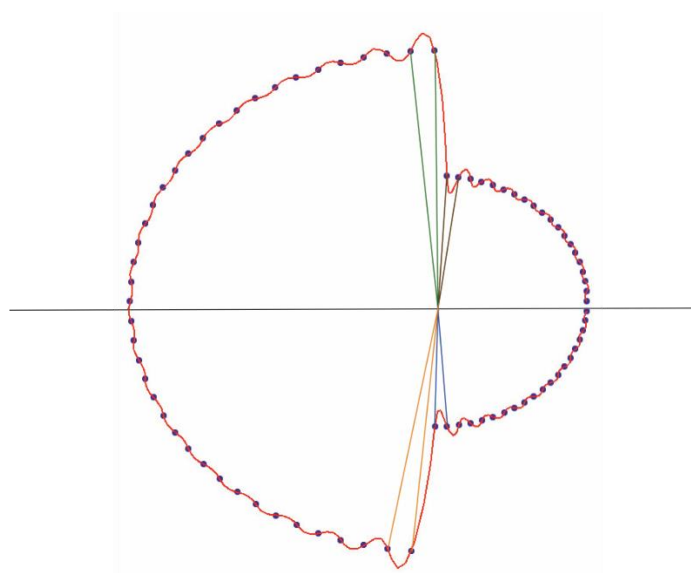
Dana jest funkcja

$$r(\theta) = \begin{cases} 1.0 & 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2} [\text{rad}] \\ 2.0 & \frac{\pi}{2} \leq \theta < \frac{3\pi}{2} [\text{rad}] \\ 1.0 & 2\pi [\text{rad}] > \theta \geq \frac{3\pi}{2} [\text{rad}] \end{cases}$$

Wielomian Fourier'a:

$$n = \begin{cases} \text{parzyste} & m = n/2 \\ \text{nieparzyste} & m = (n-1)/2 \end{cases}$$

$$W_m(x) = \begin{cases} n - \text{parzyste} & a_0 + \sum_{j=1}^{m-1} (a_j \cos(jx) + b_j \sin(jx)) + a_m \cos(mx) \\ n - \text{nieparzyste} & a_0 + \sum_{j=1}^m (a_j \cos(jx) + b_j \sin(jx)) \end{cases}$$



Rys. 1. Punkty niebieskie oznaczają węzły interpolacji. Krzywa czerwona to interpolacja Fourier'a. Zakresy kątów, dla których minimalizujemy oscylację oznaczone są kolorami (zielonym, brązowym, pomarańczowym i niebieskim)

Zad. 2 (B3)

W pliku **dane_polar_F1.csv** (dołączonym do niniejszego pliku) znajduje się zbiór punktów reprezentowanych w układzie biegunowym $(\theta, r(\theta))$ /kąt w radianach/. Wykorzystując istniejące wartości znajdź i narysuj krzywą sklejaną pierwszego i trzeciego stopnia. W pliku **dane_polar2.csv** umieść nowe wartości $(\theta, r(\theta))$, dla $\theta \in \langle 0, \pi/4 \rangle$ z krokiem 0.05 rad pochodzące z interpolacji krzywą sklejaną trzeciego rzędu.

Jako rozwiązanie zadania w pliku sprawozdania należy zamieścić:

1. Zbuduj i dołącz plik **dane_polar2.csv**.
2. Przedstaw uzyskane rozwiązanie graficzne, do którego pozyskania użyj metod zaprezentowanych podczas wykładu. Współczynniki wielomianu Fourier'a oblicz rozwiązując właściwy układ równań.
3. Oblicz największe odchylenie krzywej interpolowanej od prostej łączącej dwa następujące po sobie węzły punktów bazowych. Przedstaw wszystkie obliczone odchylenia w tabeli.
4. Dołącz kod programu w pliku tekstowym.

Dane:

Plik dane_polar_F1.csv