

Основы электротехники

Домашнее задание №2

Расчет переходных процессов в цепях первого порядка

Группа ***P3331***

Вариант ***3***

Выполнил: ***Нодири Хисравхон***

Дата сдачи: ***17.12.2024***

Контрольный срок сдачи: 04.12.2024

Количество баллов:

ДЗ 2

Расчет переходных процессов в цепях первого порядка

Выполнить анализ переходного процесса в цепи первого порядка.

Структура электрической цепи изображена на рисунке 2 в обобщённом виде.

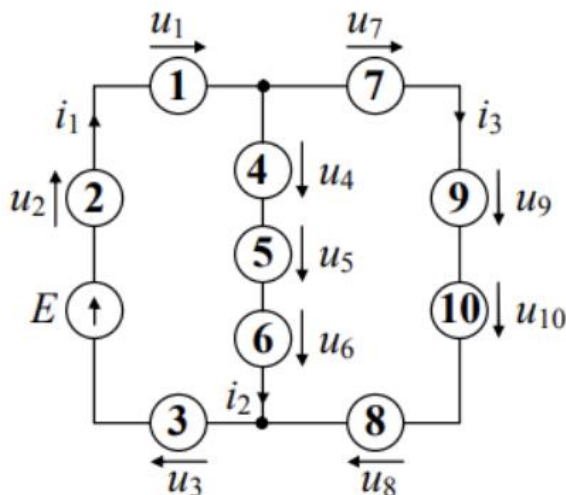


Рисунок 2 – Обобщенная схема цепи

Перед расчётом необходимо составить схему цепи, воспользовавшись информацией таблицы 2 в соответствии с заданным преподавателем вариантом. Ключ в цепи расположен последовательно или параллельно одному из элементов, и **до коммутации** (при $t < 0$) он находится замкнутым (З) или разомкнутым (Р) состоянии.

Выполнение задания 2

Вариант: 3

Исходные данные приведены в табл.2.

Таблица 2 – Исходные данные для схемы на рис. 2

Вариант	Элементы $E[\text{В}], R[\text{Ом}], L[\text{Гн}], C[\text{Ф}]$	Искомые величины	Расположение ключа	Ключ при $t < 0$
3	$E = 250;$ $R_1 = R_4 = R_{10} = 400;$ $C_9 = 2 \cdot 10^{-5}$	$i_1(t), u_9(t)$	Параллельно R_1	З

Дано: $E = 250 \text{ В}; R_1 = R_4 = R_{10} = 400 \text{ Ом}; C_9 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Ф}.$

Найти: Классическим и операторным методами расчета определить искомые величины и построить их на интервале времени $[-\tau, 4 \cdot \tau]$, где τ – постоянная времени цепи.

В соответствии с рис. 2 и табл. 2 заданная схема цепи приведена на рис. 2.1.

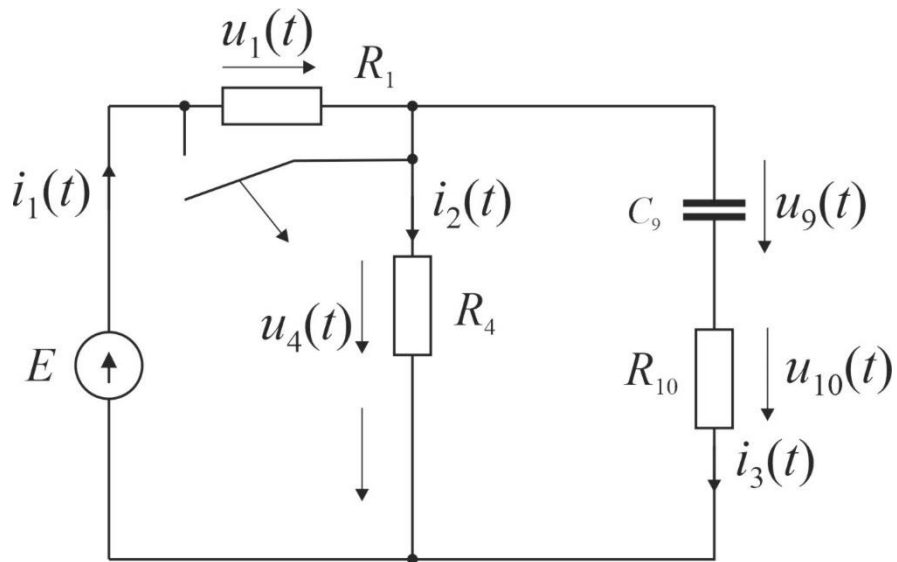


Рисунок 2.1 – Схема цепи

Решение

1) Классический метод

На рисунке 2.2 показана схема цепи после коммутации

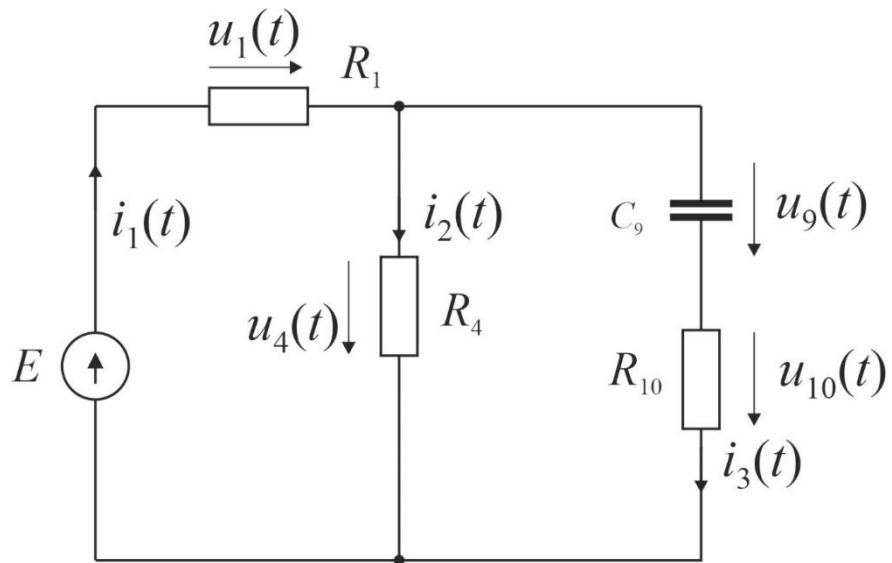


Рисунок 2.2 – Схема после коммутации

1) Составим диф. ур-е схемы после коммутации:

По ЗКІ:

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0.$$

По ЗКІІ левого контура:

$$u_1 + u_4 = E,$$

или

$$i_1 R_1 + i_2 R_4 = i_1 R_1 + (i_1 - i_3) R_4 = i_1 (R_1 + R_4) - i_3 R_4 = E,$$

$$i_1 = \frac{E + i_3 R_4}{R_1 + R_4}.$$

По ЗКП большого контура:

$$u_1 + u_9 + u_{10} = E,$$

$$i_1 R_1 + u_9 + R_{10} i_3 = E,$$

$$R_1 \frac{E + i_3 R_4}{R_1 + R_4} + u_9 + R_{10} i_3 = E,$$

$$\left(R_{10} + \frac{R_4 R_1}{R_1 + R_4} \right) i_3 + u_9 = E \left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_4} \right),$$

Так как $i_3 = C du_9 / dt$, то

$$3CR \frac{du_9}{dt} + 2u_9 = E,$$

где $R = R_1 = R_4 = R_{10} = 400 \text{ Ом}$.

2) Решение диф. ур-я ищем как

$$u_9 = u_{\text{уст}} + u_{\text{св}}.$$

$u_{\text{уст}}$:

$$3CR \frac{du_{\text{уст}}}{dt} + 2u_{\text{уст}} = E,$$

$$3CR \cdot 0 + 2u_{\text{уст}} = E$$

$$u_{\text{уст}} = \frac{E}{2} = \frac{250}{2} = 125 \text{ [В]}.$$

$u_{\text{св}}$: $3CR du_{\text{св}}/dt + 2u_{\text{св}} = 0$ – однородное диф. ур-е

$3CRp + 2 = 0$ – характеристическое уравнение

$$p = -\frac{2}{3CR} = -\frac{2}{3 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 400} = -83,333 \left[\frac{1}{\text{с}} \right] \text{ – корень хар-го ур-я}$$

$$u_{\text{св}} = Ae^{pt} = Ae^{-\frac{2t}{3RC}} = Ae^{-83,333t}$$

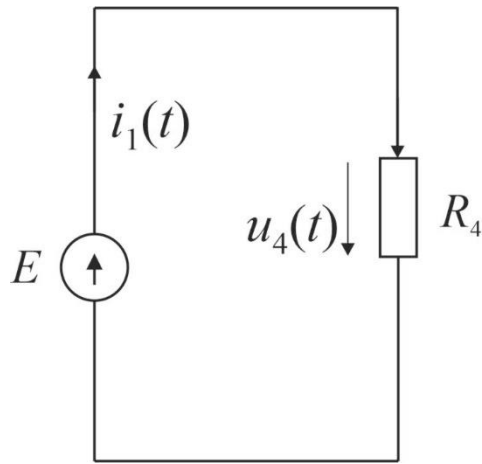


Рисунок 2.3 – Схема до коммутации

$$u_9(0) = u_4(0) = u_9(0_-) = E.$$

$$u_9(0_-) = u_{уст} + Ae^{p \cdot 0}$$

$$A = E - u_{уст} = E - \frac{E}{2} = \frac{E}{2} = \frac{250}{2} = 125 \text{ [B]}$$

Окончательно

$$u_9 = u_{уст} + u_{св} = 125 + 125e^{-\frac{2t}{3RC}} = 125(1 + e^{-83,333t})[\text{B}]$$

3) Определим $i_1(t)$

$$i_1 = \frac{u_1}{R_1} = \frac{E}{R_1} - \frac{u_9 + u_{10}}{R_1} = \frac{E - u_9 - R_{10}i_3}{R_1} = \frac{E - u_9 - R_{10}C \frac{du_9}{dt}}{R_1} =$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \left[E - \frac{1}{2} \left(E - 3CR \frac{du_9}{dt} \right) - RC \frac{du_9}{dt} \right] &= \frac{E}{2R} + \frac{1}{2} C \frac{du_9}{dt} = \\ &= \frac{250}{2 \cdot 400} - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 125 \cdot 83,333 e^{-83,333t} = \\ &= 0,3125 - 0,1042 e^{-83,333t} \end{aligned}$$

2) Операторный метод

$$1) u_c(0_-) = E/R = 250/400 = 0,625 \text{ [B]}$$

$$2) [3CR(p - E_c) + 2]U_9(p) = E/p$$

$$U_9(p) = \frac{(E/p + 3CRE_c)}{3CRp + 2} = \frac{\frac{E}{3CR}}{p \left(p + \frac{2}{3CR} \right)} + \frac{E_c}{p + \frac{2}{3CR}}.$$

Здесь $E_C = u_9(0_-) = E = 250$ В.

3) Характеристическое уравнение $3CRp + 2 = 0$ имеет корень

$$p_1 = -\frac{2}{3CR}.$$

Перейдем к $u_9(t)$:

$$u_9(t) = \frac{E}{2} \left(1 - e^{-\frac{2}{3CR}t} \right) + E e^{-\frac{2}{3CR}t} = \frac{E}{2} \left(1 + e^{-\frac{2}{3CR}t} \right)$$

или, подставив численные значения:

$$u_9(t) = 125(1 + e^{-88,333t}) \text{ [В]}.$$

Решение операторным методом совпало с решением классическим методом.

Определим $i_1(t)$.

$$\begin{aligned} I_1(p) &= \frac{u_1(p)}{R_1} = \frac{E - U_9(p) - U_{10}(p)}{R_1} = \frac{E - U_9(p) - R_{10}I_3(p)}{R_1} \\ &= \frac{E - \frac{1}{2}[E - 3RCpU_9(p)] - RCpU_9(p)}{R} = U_9(p) \frac{C}{2}p + \frac{E}{2R} = \end{aligned}$$

Переходим к $i_1(t)$

$$\begin{aligned} i_1(t) &= \frac{E}{2R} + \frac{C}{2} [du_9(t)dt] = \frac{250}{2 \cdot 400} - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 125 \cdot 88,333 e^{-88,333t} = \\ &= 0,3125 - 0,1042 e^{-88,333t}. \end{aligned}$$

3) Графики

Ток $i_1(0_-)$ до коммутации

$$i_1(0_-) = \frac{E}{R} = \frac{250}{400} = 0,625 \text{ [А]}.$$

$$u_9(t) = \begin{cases} 250 & \text{для } t < 0 \\ 125(1 + e^{-88,333t}) & \text{для } t \geq 0 \end{cases} \text{ [В]}$$

$$i_1(t) = \begin{cases} 0,625 & \text{для } t < 0 \\ 0,3125 - 0,1042 e^{-88,333t} & \text{для } t \geq 0 \end{cases} \text{ [А]}$$

t/τ	-1	0	1	2	3	4
$u_9(t)$	250,	250,0	171,0	142,0	131,2	127,3
$i_1(t)$	0,625	0,625	0,274	0,298	0,307	0,311

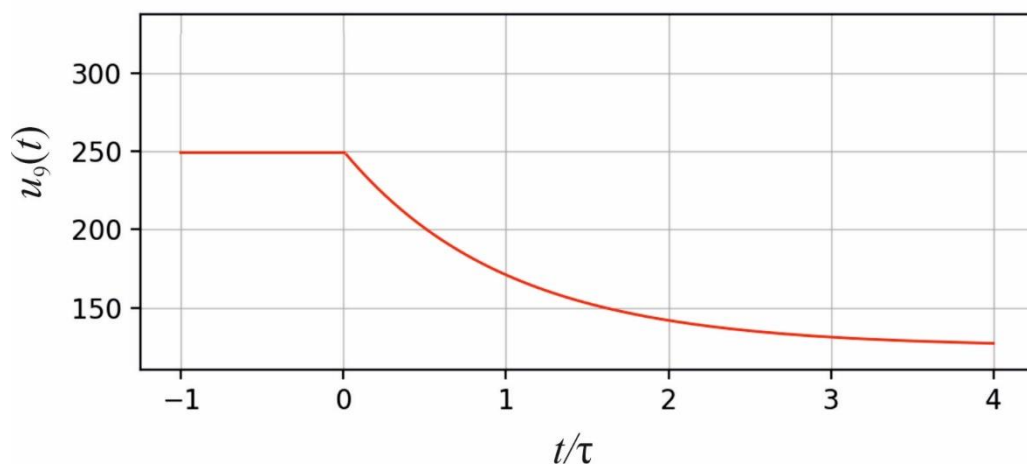


Рисунок 2.4 – Напряжение на конденсаторе C_0

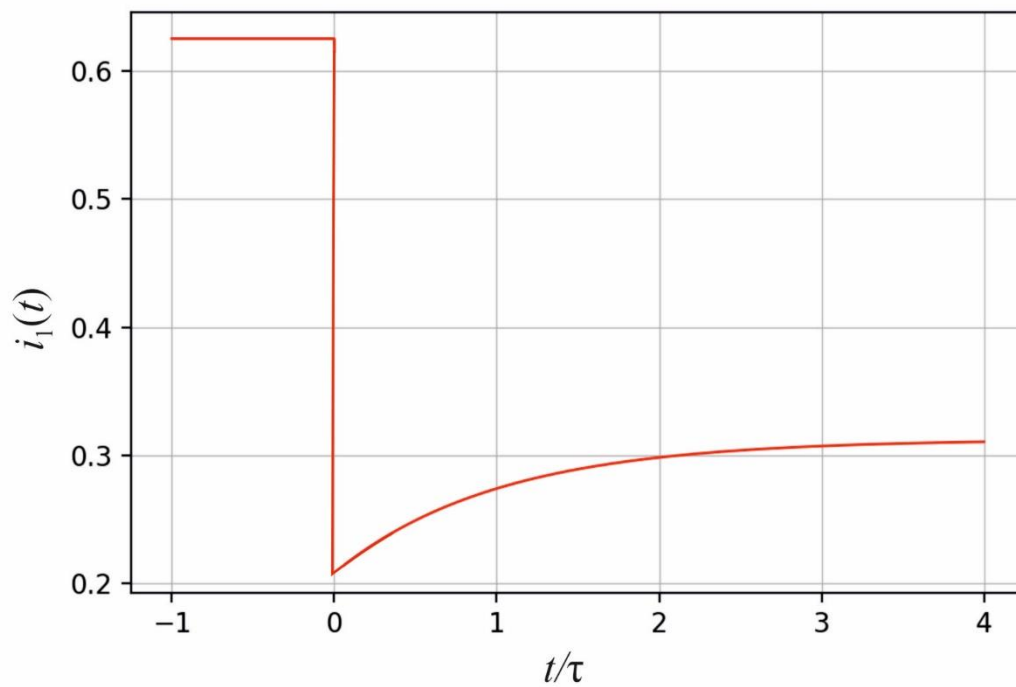


Рисунок 2.5 – Напряжение на резисторе R_1