

## Основы электротехники

### Домашнее задание №1

### Расчёт цепей постоянного тока

Группа ***P3331***

Вариант ***107***

Выполнил: ***Нодири Хисравхон***

Дата сдачи: ***16.12.2024***

Контрольный срок сдачи: 04.12.2024

Количество баллов:

## ДЗ 1

### Анализ цепей постоянного тока

На рисунке 1 показаны три варианта структур схем электрической цепи. Для выполнения задания необходимо заменить условные элементы (1...6) схем резистивными элементами и источниками энергии согласно таблице 1 в соответствии с заданным преподавателем вариантом. Индексы значений токов и ЭДС источников в таблицах соответствуют номерам элементов структурных схем, а направление их действия – направлению стрелок.

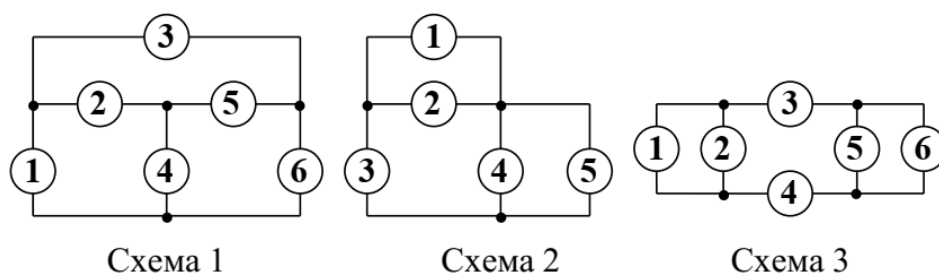


Рисунок 1

### Выполнение задания 1

#### Вариант: 107

Исходные данные приведены в табл.1.

Таблица 1 – Исходные данные для схемы 1 на рис.1

Вариант	Схема	Параметры источников энергии: $J$ [A], $E$ [B]			Параметры резисторов [Ом]					
					1	2	3	4	5	6
107	1	$\uparrow J_4 = 1,05$	$\leftarrow E_3 = 22$	$\leftarrow E_5 = 17$	1	5	8	-	8	6

В соответствии с рис. 1 и табл.1 заданная схема цепи приведена на рис. 1.1.

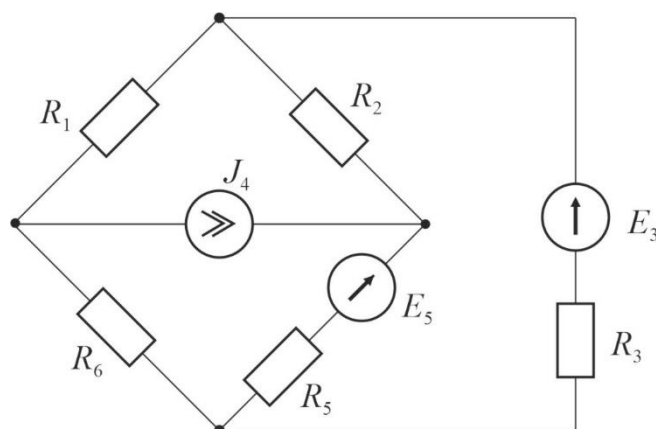


Рисунок 1.1 – Схема цепи

**Дано:**  $R_1 = 1[\text{Ом}]$ ,  $R_2 = 5[\text{Ом}]$ ,  $R_3 = 8[\text{Ом}]$ ,  $R_5 = 8[\text{Ом}]$ ,  $R_6 = 6[\text{Ом}]$ ,

$$J_4 = 1,05 \text{ [A]}, E_3 = 22 \text{ [В]}, E_5 = 17 \text{ [В]}$$

**Найти:** значения всех неизвестных токов, используя:

- законы Кирхгофа,
- метод контурных токов *или* метод узловых напряжений.
- Рассчитать ток любой ветви, **содержащей источник ЭДС**, методом эквивалентных преобразований *или* методом эквивалентного генератора.
- Определить напряжение, приложенное к источнику тока. Определить мощность всех источников энергии, всех резистивных элементов, суммарную мощность источников цепи и суммарную мощность потребителей цепи.

### Решение

#### а) Расчет по законам Кирхгофа

Определим топологию цепи:

$p^* = 6$  (общее количество ветвей),

$p_{\text{ит}} = 1$  (количество ветвей с источниками тока),

$p = p^* - p_{\text{ит}} = 6 - 1 = 5$  (количество неизвестных токов),

$q = 4$  (количество независимых узлов),

$n = p - (q - 1) = 5 - (4 - 1) = 2$  (количество независимых контуров),

$m_I = q - 1 = 4 - 1 = 3$  (количество уравнений по ЗКИ),

$m_{II} = n = 2$  (количество уравнений по ЗКП).

Произвольно обозначим  $p$  неизвестных токов,  $q$  узлов и  $n$  независимых контуров (см. рис. 1.2).

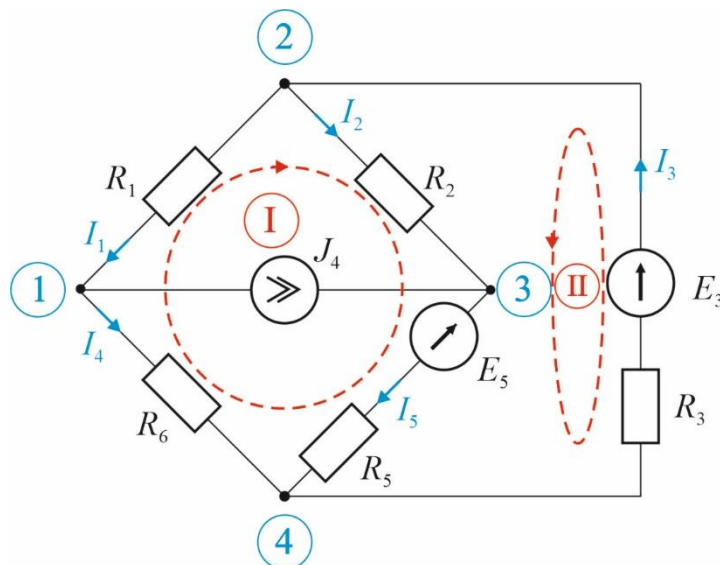


Рисунок 1.2 – Схема цепи для расчета по законам Кирхгофа

Составим уравнения Кирхгофа:

$$\text{ЗК.1: } I_1 - I_4 - J_4 = 0; \text{ или } I_1 - I_4 = J_4$$

$$\text{ЗК.2: } -I_1 - I_2 + I_3 = 0;$$

$$\text{ЗК.3: } I_2 + J_4 - I_5 = 0; \text{ или } I_2 - I_5 = -J_4$$

$$\text{ЗК.1: } -I_1 R_1 + I_2 R_2 - I_4 R_6 + I_5 R_5 = -E_5;$$

$$\text{ЗК.2: } I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_5 R_5 = E_3 - E_5;$$

Запишем эти уравнения в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -R_1 & R_2 & 0 & -R_6 & R_5 \\ 0 & R_2 & R_3 & 0 & R_5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_4 \\ 0 \\ -J_4 \\ -E_5 \\ E_3 - E_5 \end{pmatrix}$$

Подставив численные значения, получим:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 5 & 0 & -6 & 8 \\ 0 & 5 & 8 & 0 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,05 \\ 0 \\ -1,05 \\ -17 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Решение этой системы уравнений имеет вид:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 5 & 0 & -6 & 8 \\ 0 & 5 & 8 & 0 & 8 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1,05 \\ 0 \\ -1,05 \\ -17 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,476 \\ -1,105 \\ 1,371 \\ 1,426 \\ -0,055 \end{pmatrix},$$

где обратная матрица

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 5 & 0 & -6 & 8 \\ 0 & 5 & 8 & 0 & 8 \end{pmatrix}^{-1} == \begin{pmatrix} 0,502 & -0,414 & -0,255 & -0,084 & 0,052 \\ -0,191 & -0,223 & 0,478 & 0,032 & 0,028 \\ 0,311 & 0,363 & 0,223 & -0,052 & 0,08 \\ -0,498 & -0,414 & -0,255 & -0,084 & 0,052 \\ -0,191 & -0,223 & -0,522 & 0,032 & 0,028 \end{pmatrix},$$

**Ответ:**  $I_1 = 2,476 \text{ [A]}, I_2 = -1,105 \text{ [A]}, I_3 = 1,371 \text{ [A]}, I_4 = 1,426 \text{ [A]},$

$I_5 = -0,055 \text{ [A]}.$

### б) Расчет методом контурных токов

Определим топологию цепи:

$p^* = 6$  (общее количество ветвей),

$p_{\text{ит}} = 1$  (количество ветвей с источниками тока),

$p = p^* - p_{\text{ит}} = 6 - 1 = 5$  (количество неизвестных токов),

$q = 4$  (количество независимых узлов),

$n = p - (q - 1) = 5 - (4 - 1) = 2$  (количество неизвестных контурных токов),

$m = p_{\text{ит}} = 1$  (количество известных контурных токов),

$s = n + m = 2 + 1 = 3$  (общее количество контурных токов).

произвольно обозначаем  $p$  неизвестных токов,  $n$  неизвестных контурных токов и  $m$  известных контурных токов.

$$I_{33} = -J_4 = -1,05 \text{ [A]}.$$

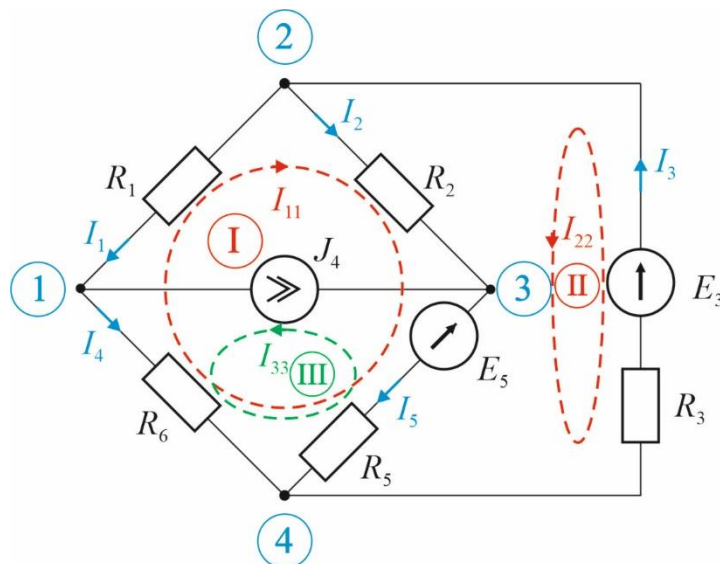


Рисунок 1.3 – Схема цепи для расчета методом контурных токов

В схеме на рис. 1.3 имеется три независимых контура с токами  $I_{11}, I_{22}, I_{33}$ .

Составим уравнения для контуров I и II

$$\begin{cases} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + R_{13}I_{33} = E_{11} \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + R_{23}I_{33} = E_{22} \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} I_{11}(R_1 + R_2 + R_5 + R_6) + I_{22}(R_2 + R_5) - I_{33}(R_5 + R_6) = -E_5 \\ I_{11}(R_2 + R_5) + I_{22}(R_2 + R_3 + R_5) - I_{33}R_5 = E_3 - E_5 \end{cases},$$

или

$$\begin{cases} I_{11}(R_1 + R_2 + R_5 + R_6) + I_{22}(R_2 + R_5) = -E_5 - J_4(R_5 + R_6) \\ I_{11}(R_2 + R_5) + I_{22}(R_2 + R_3 + R_5) = E_3 - E_5 - J_4R_5 \end{cases}$$

Подставим численные значения:

$$\begin{cases} I_{11}(1 + 5 + 8 + 6) + I_{22}(5 + 8) = -17 - 1,05(8 + 6) \\ I_{11}(5 + 8) + I_{22}(5 + 8 + 8) = 22 - 17 - 1,05 \cdot 5 \end{cases}$$

Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 20I_{11} - 13I_{22} = -31,7 \\ 13I_{11} + 21I_{22} = -3,4 \end{cases}$$

В результате получим

$$I_{11} = -2,476; I_{22} = 1,371.$$

Найдем искомые токи через контурные токи.

$$I_1 = -I_{11} = 2,476 \text{ [A]},$$

$$I_2 = I_{11} + I_{22} = -2,476 + 1,371 = -1,105 \text{ [A]},$$

$$I_3 = I_{22} = 1,371 \text{ [A]},$$

$$I_4 = -I_{11} + I_{33} = 2,476 - 1,05 = 1,426 \text{ [A]},$$

$$I_5 = I_{11} + I_{22} - I_{33} = -2,476 + 1,371 + 1,05 = -0,055 \text{ [A]}.$$

**Ответ:**  $I_1 = 2,476 \text{ [A]}, I_2 = -1,105 \text{ [A]}, I_3 = 1,371 \text{ [A]}, I_4 = 1,426 \text{ [A]}, I_5 = -0,055 \text{ [A]}.$

#### в) Расчет тока методом эквивалентных преобразований

**Дано:**  $R_1 = 1 \text{ [Ом]}, R_2 = 5 \text{ [Ом]}, R_3 = 8 \text{ [Ом]}, R_5 = 8 \text{ [Ом]}, R_6 = 6 \text{ [Ом]},$   
 $J_4 = 1,05 \text{ [A]}, E_3 = 22 \text{ [В]}, E_5 = 17 \text{ [В]}$

**Найти:** найти ток в цепи с ЭДС.

В схеме рис. 1.2 расщепляем источник тока  $J_4$  на два источника  $J_{31}$  и  $J_{32}$  на  $R_5, R_6, E_5$  (см. рис. 1.4):

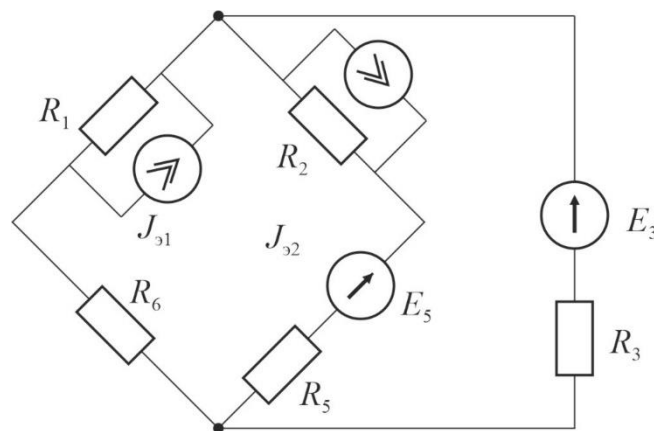


Рисунок 1.4 – Расщепление источника тока  $J_3$

$$J_{31} = J_{32} = 1,05 \text{ [A]}.$$

Заменим  $J_{31}$  и  $J_{32}$  источниками ЭДС (см. рис. 1.5):

$$E_6 = J_{\varepsilon 1} R_1 = 1,05 \cdot 1 = 1,05 \text{ [В]},$$

$$E_7 = J_{\varepsilon 2} R_2 = 1,05 \cdot 5 = 5,25 \text{ [В]}.$$

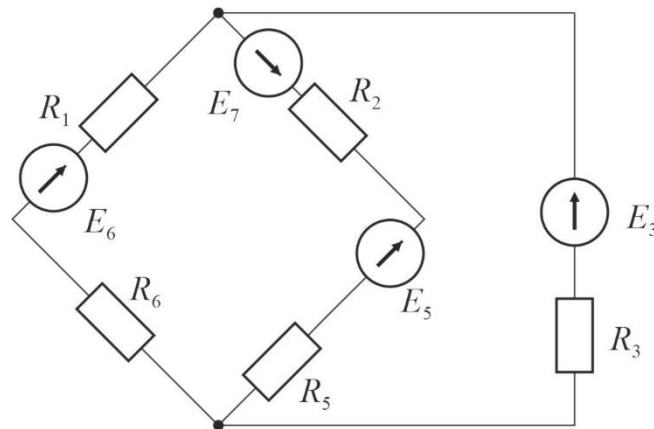


Рисунок 1.5 – Замена источников тока  $J_{\varepsilon 1}$  и  $J_{\varepsilon 2}$  на ЭДС  $E_6$  и  $E_7$

Заменим параллельно-последовательно соединенные резисторы  $R_1, R_6, R_3$  на эквивалентный  $R_9$ , включенный в ветвь с  $E_3, E_6$  и объединим ЭДС  $E_3, E_6$  в  $E_9$ , включенную в ветвь с  $R_9$  (см. рис. 1.6):

$$R_9 = \frac{1}{1/(R_1 + R_6) + 1/R_3} = \frac{1}{1/(1 + 6) + 1/8} = 0,140 \text{ [Ом]},$$

$$E_9 = R_9(E_6/(R_1 + R_6) - E_3/R_3) = 31,7 \text{ [В]}.$$

Рассчитаем ток  $I_2$  в образовавшейся одноконтурной цепи:

$$I_{\varepsilon 2} = \frac{E_9 - E_5 + E_7}{R_2 + R_5 + R_9} = \frac{31,7 - 224}{4,2 + 8} = -0,082 \text{ [А]},$$

что совпадает с величиной тока  $I_1$ , рассчитанного двумя предыдущими методами.

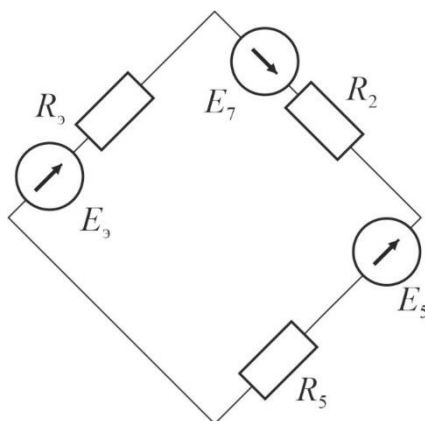


Рисунок 1.6 – Замена резисторов  $R_1, R_6, R_3$  на эквивалентный  $R_3$ , ЭДС  $E_3, E_6$  на эквивалентную  $E_3$

Ответ:  $I_1 = -0.082$  [A] – ток в ветви, содержащий ЭДС  $E_1$ .

**г) Определение напряжения, приложенного к источнику тока, мощности всех источников энергии, всех резистивных элементов, суммарной мощности источников цепи и суммарной мощности потребителей цепи**

Направление (знак) напряжения  $U_J$ , приложенного к источнику тока, выберем против направления тока  $J_4$  и определим его из уравнения, составленного по ЗКП для контура III (см. рис. 1.3).:

$$U_J = -I_4 R_6 + I_5 R_5 + E_5 = -1,426 \cdot 6 - 0,055 \cdot 8 + 17 = 8,004 \text{ [В]}.$$

Определение мощностей элементов.

$$P_J = U_J J_4 = 8,004 \cdot 1,05 = 8,404 \text{ [Вт]},$$

$$P_{E3} = E_3 I_3 = 22 \cdot 1,371 = 30,162 \text{ [Вт]},$$

$$P_{E5} = -E_5 I_5 = -17 \cdot (-0,055) = 0,935 \text{ [Вт]},$$

$$P_{R1} = R_1 I_1^2 = 1 \cdot (2,476)^2 = 6,131 \text{ [Вт]},$$

$$P_{R2} = R_2 I_2^2 = 5 \cdot (1,105)^2 = 6,105 \text{ [Вт]},$$

$$P_{R3} = R_3 I_3^2 = 8 \cdot (1,371)^2 = 15,037 \text{ [Вт]}.$$

$$P_{R5} = R_5 I_5^2 = 8 \cdot (0,055)^2 = 0,024 \text{ [Вт]},$$

$$P_{R6} = R_6 I_4^2 = 6 \cdot (1,426)^2 = 12,201 \text{ [Вт]},$$

Суммарная мощность всех источников:

$$P_{\text{и}} = P_J + P_{E3} + P_{E5} = 8,404 + 30,162 + 0,935 = 58,393 \text{ [Вт]}.$$

Суммарная мощность потребителей



$$P_{\Pi} = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R5} + P_{R6} =$$

$$= 6,131 + 6,105 + 15,037 + 0,024 + 12,201 = 39,498 \text{ [Вт]}.$$

$P_{\text{и}} \neq P_{\Pi}$  – баланс мощностей не сошелся

**Ответ:**  $I_1 = 2,476 \text{ [A]}, I_2 = -1,105 \text{ [A]}, I_3 = 1,371 \text{ [A]}, I_4 = 1,426 \text{ [A]},$   
 $I_5 = -0,055 \text{ [A]}, U_J = 8,004 \text{ [В]}, P_J = 8,404 \text{ [Вт]}, P_{E3} = 30,162 \text{ [Вт]}, P_{E5}$   
 $= 0,935 \text{ [Вт]}, P_{R1} = 6,131 \text{ [Вт]}, P_{R2} = 6,105 \text{ [Вт]}, P_{R3} = 15,037 \text{ [Вт]}, P_{R5}$   
 $= 0,024 \text{ [Вт]}, P_{R6} = 12,201 \text{ [Вт]}, P_{\text{и}} = 58,393 \text{ [Вт]}, P_{\Pi} = 39,498 \text{ [Вт]}.$