

# Метод квадратичной аппроксимации

## 1 Условие задачи

Исследуемая функция:

$$f(x) = x^4 + x^2 + x + 1$$

Заданный интервал:

$$[a, b] = [-1, 0]$$

Точность:

$$\epsilon = 0.003$$

## 2 Итерационный процесс

### 2.1 Инициализация

Выберем начальные точки:

- $x_1 = -1$
- $x_2 = -0.5$
- $x_3 = 0$

Вычислим значения функции в этих точках:

- $f(-1) = (-1)^4 + (-1)^2 - 1 + 1 = 1$
- $f(-0.5) = (-0.5)^4 + (-0.5)^2 - 0.5 + 1 = 0.8125$
- $f(0) = 0^4 + 0^2 + 0 + 1 = 1$

### 2.2 Квадратичная аппроксимация

Решим систему уравнений для нахождения коэффициентов  $a, b, c$  квадратичной аппроксимации:

$$\begin{aligned}a(-1)^2 + b(-1) + c &= 1 \\a(-0.5)^2 + b(-0.5) + c &= 0.8125 \\c &= 1\end{aligned}$$

Подставляя  $c = 1$ , получаем:

$$\begin{aligned}a - b + 1 &= 1 \\0.25a - 0.5b + 1 &= 0.8125\end{aligned}$$

Упрощая:

$$\begin{aligned}a - b &= 0 \\0.25a - 0.5b &= -0.1875\end{aligned}$$

Отсюда:

$$\begin{aligned}a &= b \\0.25a - 0.5a &= -0.1875 \\-0.25a &= -0.1875 \\a &= 0.75 \\b &= 0.75\end{aligned}$$

Таким образом, квадратичная аппроксимация:

$$f(x) \approx 0.75x^2 + 0.75x + 1$$

## 2.3 Минимум аппроксимации

Найдем минимум квадратичной аппроксимации:

$$x_{\min} = -\frac{b}{2a} = -\frac{0.75}{1.5} = -0.5$$

Код:

```
def f(x):
    return x**4 + x**2 + x + 1

def quadratic_approximation(x1, x2, x3):
    f1, f2, f3 = f(x1), f(x2), f(x3)

    delta_x21 = x2 - x1
    delta_x31 = x3 - x1

    if abs(delta_x21) < 1e-6 or abs(delta_x31) < 1e-6:
        return None

    denominator_a = (x3**2 - x1**2) - (x2**2 - x1**2) * (x3 - x1) / delta_x21
    if abs(denominator_a) < 1e-6:
        return None

    a = ((f3 - f1) - (f2 - f1) * (x3 - x1) / delta_x21) / denominator_a
    b = (f2 - f1 - a * (x2**2 - x1**2)) / delta_x21
    c = f1 - a * x1**2 - b * x1

    vertex = -b / (2 * a)
    return vertex, a, b, c

x1, x2, x3 = -1, -0.5, 0
epsilon = 0.003

for _ in range(5):
    result = quadratic_approximation(x1, x2, x3)
    if result is None:
        print("Small delta_x, cannot proceed further to avoid division by zero.")
        break
    vertex, a, b, c = result
    print(f"Iteration: Vertex at x = {vertex}, function value = {f(vertex)}")

    if vertex < x1:
        x1 = vertex
    elif vertex > x3:
        x3 = vertex
    else:
        points = [x1, x2, x3, vertex]
        points.sort()
        x1, x2, x3 = points[1], vertex, points[2]
```