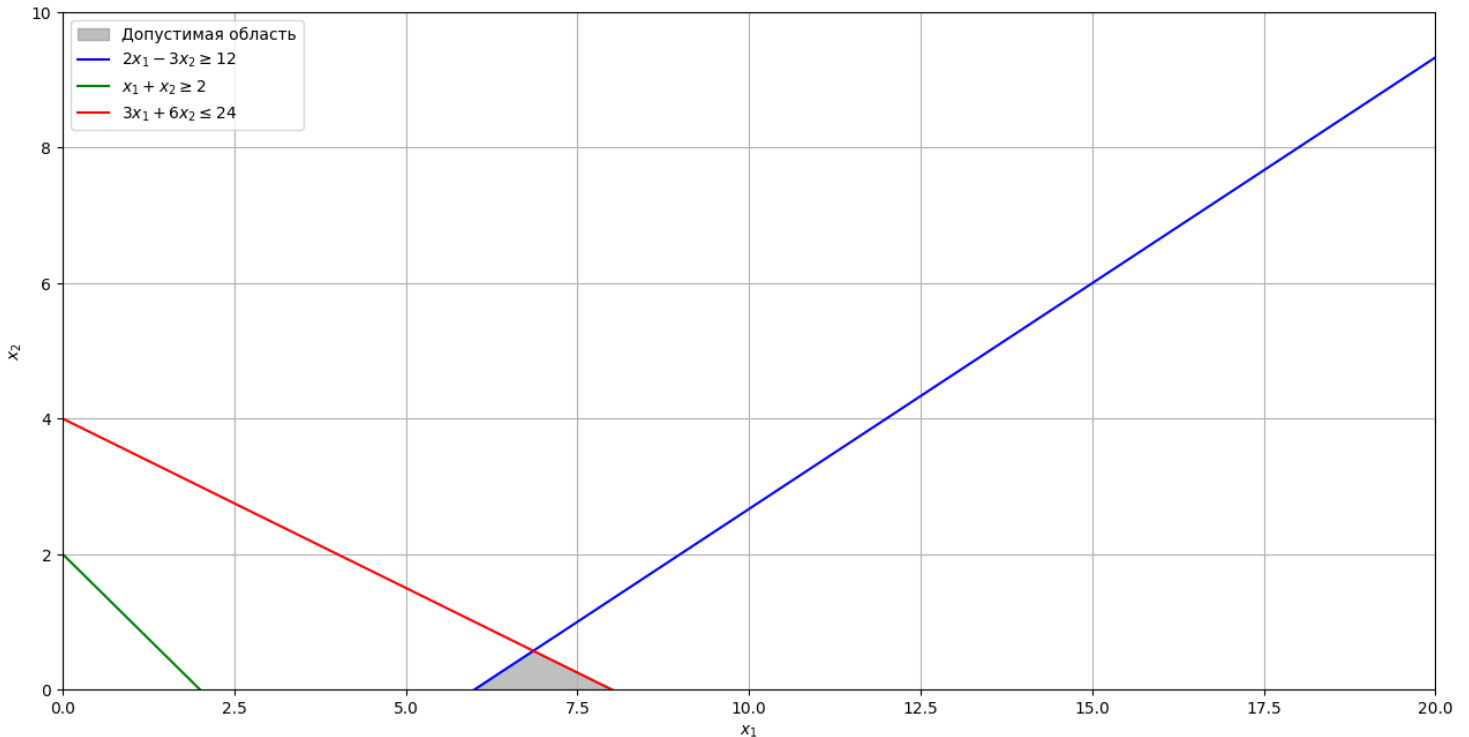


Лабораторная работа №5

Нодири Хисравхон Р3231, Вариант 8

Задание 1.



Задание 2.

$$\begin{cases} 6x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 9 \\ -x_1 - x_3 + 7x_4 + 8x_5 = 14 \\ x_1 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 3 \\ x_i \geq 0, i = 1, 5 \end{cases}$$

Применим метод искусственного базиса. Для этого введем переменные y_1, y_2, y_3

$$\begin{cases} 6x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 + y_1 = 9 \\ -x_1 - x_3 + 7x_4 + 8x_5 + y_2 = 14 \\ x_1 + 2x_3 + x_4 + x_5 + y_3 = 3 \\ x_i \geq 0, i = 1, 5 \\ y_j \geq 0, j = 1, 3 \end{cases}$$

Будем решать вспомогательную задачу

$$W = y_1 + y_2 + y_3 \rightarrow \min$$

$$y_1 = 9 - 6x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 - x_5$$

$$y_2 = 14 + x_1 + x_3 - 7x_4 - 8x_5$$

$$y_3 = 3 - x_1 - 2x_3 - x_4 - x_5$$

$$W = -6x_1 - x_2 - 2x_3 - 10x_4 - 10x_5 + 26$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	β
y_1	-6	-1	-1	-2	-1	9
y_2	1	0	1	-7	-8	14
y_3	-1	0	-2	-1	-1	3
W	-6	-1	-2	-10	-10	26

Выбираем большую по модулю отрицательную Δ . Видим, что при увеличении x_4 быстрее всего до нуля доходит y_2 . Меняем y_2 и x_4 местами.

$$x_4 = 0.14286c_1 + 0.14286c_3 - 0.14286y_2 - 1.14286x_5 + 2$$

$$y_1 = -6x_1 - x_2 - x_3 - 2(0.14286c_1 + 0.14286c_3 - 0.14286y_2 - 1.14286x_5 + 2) - x_5 + 9$$

$$y_3 = -x_1 - 2x_3 - (0.14286c_1 + 0.14286c_3 - 0.14286y_2 - 1.14286x_5 + 2) - x_5 + 3$$

$$W = -6x_1 - x_2 - 2x_3 - 10(0.14286c_1 + 0.14286c_3 - 0.14286y_2 - 1.14286x_5 + 2) - 10x_5 + 26$$

	x_1	x_2	x_3	y_2	x_5	β
y_1	-6.28571	-1	-1.28571	0.28571	1.28571	5
x_4	0.14286	0	0.14286	-0.14286	-1.14286	2
y_3	-1.14286	0	-2.14286	0.14286	0.14286	1
W	-7.42857	-1	-3.42857	1.42857	1.42857	6

Выбираем большую по модулю отрицательную Δ . Видим, что при увеличении x_1 быстрее всего до нуля доходит y_1 . Меняем y_1 и x_1 местами.

$$x_1 = -0.15909y_1 - 0.15909x_2 - 0.20455x_3 + 0.04545y_2 + 0.20455x_5 + 0.79545$$

$$x_4 = 0.14286(-0.15909y_1 - 0.15909x_2 - 0.20455x_3 + 0.04545y_2 + 0.20455x_5 + 0.79545) - 0.02273y_1 - 0.02273x_2 + 0.11364x_3 + 0.13636y_2 - 1.11364x_5 + 2.11364$$

$$y_3 = -1.14286(-0.15909y_1 - 0.15909x_2 - 0.20455x_3 + 0.04545y_2 + 0.20455x_5 + 0.79545) + 0.18182y_1 + 0.18182x_2 - 1.90909x_3 + 0.90909y_2 - 0.90909x_5 + 0.90909$$

$$W = -7.42857(-0.15909y_1 - 0.15909x_2 - 0.20455x_3 + 0.04545y_2 + 0.20455x_5 + 0.79545) - 1.18182y_1 + 0.18182x_2 - 1.90909x_3 + 1.09091y_2 - 0.09091x_5 + 0.9091$$

	y_1	x_2	x_3	y_2	x_5	β
x_1	-0.15909	-0.15909	-0.20455	0.04545	0.20455	0.79545
x_4	-0.02273	-0.02273	0.11364	-0.13636	-1.11364	2.11364
y_3	0.18182	0.18182	-1.90909	0.09091	-0.09091	0.09091
W	1.18182	0.18182	-1.90909	1.09091	-0.09091	0.09091

Выбираем большую по модулю отрицательную Δ . Видим, что при увеличении x_3 быстрее всего до нуля доходит y_3 . Меняем y_3 и x_3 местами.

$$x_3 = 0.09524y_1 + 0.09524x_2 - 0.52381y_3 + 0.04762y_2 - 0.04762x_5 + 0.04762$$

$$x_1 = -0.15909y_1 - 0.15909x_2 - 0.20455(x_3 - 0.09524y_1 + 0.09524x_2 - 0.52381y_3 + 0.04762y_2 - 0.04762x_5 + 0.04762) - 0.17857y_1 - 0.17857x_2 + 0.10714y_3 + 0.03571y_2 + 0.21429x_5 + 0.78571$$

$$x_4 = -0.02273y_1 - 0.02273x_2 + 0.11364(x_3 - 0.09524y_1 + 0.09524x_2 - 0.52381y_3 + 0.04762y_2 - 0.04762x_5 + 0.04762) - 0.01119y_1 - 0.01119x_2 - 0.05952y_3 - 0.13095y_2 - 1.11905x_5 + 2.11905$$

$$W = 1.18182y_1 + 0.18182x_2 - 1.90909(0.09524y_1 + 0.09524x_2 - 0.52381y_3 + 0.04762y_2 - 0.04762x_5 + 0.04762) + 1.09091y_2 - 0.09091x_2 + 0.09091 = y_1 + y_3 + y_2$$

	y_1	x_2	y_3	y_2	x_5	β
x_1	-0.17857	-0.17857	0.10714	0.03571	0.21429	0.78571
x_4	-0.0119	-0.0119	-0.05952	-0.13095	-1.11905	2.11905
x_3	0.09524	0.09524	-0.52381	0.04762	-0.04762	0.04762
W	1	0	1	1	0	0

Видим, что выполнен критерий оптимальности: все $\Delta \geq 0$.

Вспомогательная задача решена. Вернёмся теперь к исходной задаче.

Выбросим вспомогательные переменные y_1, y_2, y_3 так как они нам больше не понадобятся.

$$x_1 = 0.78571 - 0.17857x_2 + 0.21429x_5$$

$$x_3 = 0.04762 + 0.09524x_2 - 0.04762x_5$$

$$x_4 = 2.11905 - 0.0119x_2 - 1.11905x_5$$

$$f = x_2 - 6x_3 + x_4 - 3x_5 = 1.83333 + 0.41667x_2 - 3.83333x_5$$

	x_2	x_5	β
x_1	-0.17857	0.21429	0.78571
x_4	-0.0119	-1.11905	2.11905
x_3	0.09524	-0.04762	0.04762
f	0.41667	-3.83333	1.83333

Выбираем большую по модулю положительную Δ . Видим, что при увеличении x_2 быстрее всего до нуля доходит x_1 .

Меняем x_1 и x_2 местами.

$$x_2 = -5.6x_1 + 1.2x_5 + 4.4$$

$$x_4 = -0.0119(-5.6x_1 + 1.2x_5 + 4.4) - 1.11905x_5 + 2.11905 = 0.06667x_1 - 1.13333x_5 + 2.06667$$

$$x_3 = 0.09524(-5.6x_1 + 1.2x_5 + 4.4) - 0.04762x_5 + 0.04762 = -0.53333x_1 + 0.06667x_5 + 0.46667$$

$$F = 0.41667(-5.6x_1 + 1.2x_5 + 4.4) - 3.83333x_5 + 1.83333 = -2.33333x_1 - 3.33333x_5 + 3.66667$$

	x_1	x_5	β
x_2	-5.6	1.2	4.4
x_4	0.06667	-1.13333	2.06667
x_3	-0.53333	0.06667	0.46667
f	-2.33333	-3.33333	3.66667

Обе характеристические разности отрицательные. Найдено оптимальное решение.

$$x_1^* = 0$$

$$x_2^* = 4.4$$

$$x_3^* = 0.46667$$

$$x_4^* = 2.06667$$

$$x_5^* = 0$$

$$f^* = 3.66667$$

Задание 3.

$$\begin{cases} -4x_1 + 2x_2 + 2x_5 = -3 \\ 2x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -1 \\ -2x_1 - 2x_2 + 2x_4 = -5 \\ x_i \geq 0, i = 1, 5 \end{cases}$$

Двойственная задача имеет вид:

$\min\{-3y_1 - y_2 - 5y_3\}$ при ограничениях:

$$\begin{cases} -4y_1 + 2y_2 - 2y_3 - y_4 = -0.333 \\ 2y_1 - 4y_2 - 2y_3 - y_5 = -0.5 \\ y_i \geq 0, i = 1, 5 \end{cases}$$

	y_1	y_2	y_3	β
y_4	-4	2	-2	0.333
y_5	2	-4	-2	0.5
f	-3	-1	-5	0

Выбираем большую по модулю отрицательную Δ . Видим, что при увеличении y_3 быстрее всего до нуля доходит y_4 .

Меняем y_4 и y_3 местами.

$$y_3 = -2y_1 + y_2 - 0.5y_4 + 0.1665$$

$$y_5 = 2y_1 - 4y_2 - 2(-2y_1 + y_2 - 0.5y_4 + 0.1665) + 0.5 = 6y_1 - 6y_2 + y_4 + 0.167$$

$$F = -3y_1 - y_2 - 5(-2y_1 + y_2 - 0.5y_4 + 0.1665) = 7y_1 - 6y_2 + 2.5y_4 - 0.8325$$

	y_1	y_2	y_4	β
y_3	-2	1	-0.5	0.1665
y_5	6	-6	1	0.167
f	7	-6	2.5	-0.8325

Выбираем большую по модулю отрицательную Δ . Видим, что при увеличении y_2 быстрее всего до нуля доходит y_5 .

Меняем y_5 и y_2 местами.

$$y_2 = y_1 - 0.16667y_5 + 0.16667y_4 + 0.02783$$

$$y_3 = -2y_1 + (y_1 - 0.16667y_5 + 0.16667y_4 + 0.02783) - 0.5y_4 + 0.1665 = -y_1 - 0.16667y_5 - 0.33333y_4 + 0.19433$$

$$F = 7y_1 - 6(y_1 - 0.16667y_5 + 0.16667y_4 + 0.02783) + 2.5y_4 - 0.8325 = y_1 + y_5 + 1.5y_4 - 0.9995$$

	y_1	y_5	y_4	β
y_3	-1	-0.16667	-0.33333	0.19433
y_2	1	-0.16667	0.16667	0.02783
f	1	1	1.5	-0.9995

Обе характеристические разности отрицательные. Найдено оптимальное решение.

$$f^* = -0.9995$$