Résumé du mémoire de maîtrise de Florian Tramèr

François Bidet

25 avril 2017

1 Présentation

Ce document regroupe des définitions et considérations extraites de mémoire de master "Algorithmic Fairness Revisited" de Florian Tramèr.

2 Notations

Notation. *Un algorithme est noté* $\mathcal{A}$.

Notation. *On note* N *le taille du dataset.*

Notation. *Les données collectées d'un utilisateur sont notées* $X \in \mathcal{X}$.

Notation. *L'ensemble des résultats d'un algorithme est noté* $\mathcal{O}$ *et une sortie particulière est notée* $o \in \mathcal{O}$.

Notation. *Les attributs protégés (ou sensibles) sont notés* S.
Si S *est binaire, on appelle* s^+ *la valeur pour laquelle l'algorithme favorise et* s^- *celle pour laquelle il défavorise.*

Notation. *Une estimation par rapport aux données d'une probabilité* P *est notée* $\hat{P}$.

Notation. *La fonction d'utilité d'un utilisateur est notée* $U \in \mathcal{U}$.

Notation. *On note les attributs non protégés nécessaires à un travail (business)* $B \in \mathcal{B}$. *On note les classes d'utilisateurs nécessaires à un travail* $K \in \mathcal{K}$. *Un business fournit une fonction d'association* $h : \mathcal{B}^n \to \mathcal{K}^n$ *pour tout* $n \geq 1$.

3 Mesures d'équité

Definition 1. *Un algorithme est juste/équitable si sa sortie est indépendante des attributs protégés.*

Definition 2. *Pour un attribut protégé $S \in \{s^+, s^-\}$, respectivement favorisé et défavorisé pour la même sortie $o \in \mathcal{O}$, on définit la mesure "selection-lift" :*

$$slift(s^+; o) = \frac{\hat{P}(o|s^+)}{\hat{P}(o|s^-)}$$

Definition 3. *Pour un attribut protégé $S \in \{s^+, s^-\}$, respectivement favorisé et défavorisé pour la même sortie $o \in \mathcal{O}$, on définit la mesure "difference-based selection-lift" :*

$$slift_d(s^+; o) = \hat{P}(o|s^+) - \hat{P}(o|s^-)$$

Definition 4 (a-protection)**.** *Pour une mesure d'équité $f(.)$ et un seuil fixé $a \in \mathbb{R}$, on dit que $\mathcal{A}$ est "a-protecteur" par rapport à $f(.)$, $s^+ \in \mathcal{S}$ et $o \in \mathcal{O}$ si $f(s^+, o) < a$. Sinon, $\mathcal{A}$ est dit "a-discriminant" ou "a-discriminatoire".*

Soit $[L_1, L_2]$ l'intervalle de confiance de $f(s^+, o)$ au niveau de signification β, alors :

- *$\mathcal{A}$ est a-protecteur au niveau de signification β si $L_2 < a$*
- *$\mathcal{A}$ est a-discriminant au niveau de signification β si $L_1 \geq a$*

Definition 5 (Mesures théoriques de l'information)**.** *La divergence de Kullback-Leibler entre $\hat{P}(S)$ et $\hat{P}(S|O = o)$ est définie par*

$$D_{KL}(\hat{P}(S|O = o)||\hat{P}(S)) = \sum_s \hat{P}(s|o) \ln \left(\frac{\hat{P}(s|o)}{\hat{P}(s)} \right)$$

Definition 6 (Parité statistique)**.** *Un algorithme statisfait empiriquement la parité statistique jusqu'au biais ϵ si*

$$D_{TV}(\hat{P}(O|S = s^+), \hat{P}(O|S = s^-)) = \frac{1}{2} \sum_{o \in \mathcal{O}} \left| \hat{P}(o|s^+) - \hat{P}(o|s^-) \right| \leq \epsilon$$

où $D_{TV}(P, Q)$ est la distance de variation totale entre les distributions P et Q.

Definition 7 (Information mutuelle (MI))**.** *L'information mutuelle empirique entre S et O est définie par*

$$\hat{I}(S; O) = \mathbb{E}_O \left[D_{KL}(\hat{P}(S|O = o)||\hat{P}(S)) \right] = \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{o \in \mathcal{O}} \hat{P}(s, o) \ln \left(\frac{\hat{P}(s, o)}{\hat{P}(s)\hat{P}(o)} \right)$$

On définit de même l'information mutuelle empirique normalisée entre S et O par

$$\hat{I}_{norm}(S; O) = \frac{\hat{I}(S; O)}{min\{\hat{H}(S), \hat{H}(O)\}} \in [0, 1]$$

où $\hat{H}(Y)$ est l'entropie empirique d'une variable aléatoire Y :

$$\hat{H}(Y) = -\sum_y \hat{P}(Y = y) \ln \hat{P}(Y = y)$$

Definition 8 (MI-équité). *Un algorithme satisfait l'équité ϵ-MI par rapport à l'attribut protégé S si $\hat{I}(S;O) \leq \epsilon$. De même, un algorithme satisfait l'équité ϵ-MI normalisée par rapport à l'attribut protégé S si $\hat{I}_{norm}(S;O) \leq \epsilon$.*

Definition 9 (équité statistique générique). *Soit p la p-value obtenue par un test statistique pour l'hypothèse nulle $S \perp O$. Alors $\mathcal{A}$ est statistiquement juste/ équitable par rapport à S au niveau de signification β si $p \leq \beta$.*

Definition 10 ("User-Utilitarian Fairness"). *$\mathcal{A}$ est juste par rapport à un attribut protégé S et à une fonction d'utilité U si et seulement si $U \perp S$.*

Definition 11 ("Business-Utilitarian Fairness"). *$\mathcal{A}$ est juste par rapport à un attribut protégé S et à une classe K si et seulement si*

1. *Il existe un ensemble d'attributs $\mathcal{B}$ et une association $h : \mathcal{B}^n \to \mathcal{K}^n$ qui sont une représentation valide des nécessités d'un travail*
2. *$O \perp S|K$*

Definition 12 (Information mutuelle conditionnelle). *L'information mutuelle conditionnelle entre S et O sachant K est définie par*

$$\hat{I}(S;O|K) = \mathbb{E}_K[\hat{I}(S;O)|K] = \sum_{k\in\mathcal{K}} \hat{P}(k) \sum_{s\in\mathcal{S}} \sum_{o\in\mathcal{O}} \hat{P}(s,o|k) \ln\left(\frac{\hat{P}(s,o|k)}{\hat{P}(s|k)\hat{P}(o|k)}\right)$$

La mesure normalisée $\hat{I}_{norm}(S;O|K)$ est donnée par $\frac{\hat{I}(S;O|K)}{\min\{\hat{H}(S|K),\hat{H}(O|K)\}}$.

La définition du "G-test" est une définition qui n'est pas créée par l'auteur. "G-test" est une évaluation statistique populaire de la qualité d'une hypothèse.

Definition 13 (G-test). *Pour chaque paire $(s,o) \in \mathcal{S} \times \mathcal{O}$, on note le nombre d'observation $f_{s,o}$. Alors le G-test est donné par*

$$G = 2 \sum_{s\in\mathcal{S}} \sum_{o\in\mathcal{O}} f_{s,o} \ln\left(\frac{f_{s,o}}{E_{s,o}}\right)$$

où $E_{s,o}$ est la fréquence d'observation théorique si l'hypothèse nulle est valide.

Definition 14 (G-test conditionnel). *Avec $f_{s,o,k}$ le nombre d'observation du triplet (s,o,k) et $E_{s,o,k}$ le nombre théorique si l'hypothèse nulle est valide, le G-test est donné par*

$$G_K = 2 \sum_{s\in\mathcal{S}} \sum_{o\in\mathcal{O}} \sum_{k\in\mathcal{K}} f_{s,o,k} \ln\left(\frac{f_{s,o,k}}{E_{s,o,k}}\right)$$

4 Remarques dans le document

4.1 Remarques sur les mesures

Remarque 1. Pour un attribut protégé binaire $S \in s^+, s^-$, on a :

$$\begin{aligned}\hat{P}(S,O) = \hat{P}(S)\hat{P}(O) &\iff slift(s^+;o) = 1, \forall o \in \mathcal{O} \\ &\iff slift_d(s^+;o) = 0, \forall o \in \mathcal{O} \\ &\iff D_{KL}(\hat{P}(S|O=o)||\hat{P}(S)) = 0, \forall o \in \mathcal{O}\end{aligned}$$

Remarque 2 (Asymétrie)**.** Les mesures de "selection-lift" ne sont pas symétriques. En général

$$slift(s^+;o) \neq slift(s^-;o)$$

et

$$slift_d(s^+;o) \neq slift_d(s^-;o)$$

Remarque 3 (lien entre G-test et information mutuelle)**.** Le G-test vérifie

$$G = 2 \cdot N \cdot \hat{I}(S;O)$$

Remarque 4 (lien entre G-test et information mutuelle conditionnelle)**.** Le G-test vérifie

$$G_K = 2 \cdot N \cdot \hat{I}(S;O|K)$$

avec $E_{s,o,k} = N \cdot \hat{P}(k)\hat{P}(s|k)\hat{P}(o|k)$

Remarque 5. Le G-test dépend de la taille du dataset : plus le dataset est grand, plus l'amplitude du G-test peut être importante.

4.2 Considérations

Remarque 6. Un certain nombre de mesures d'équité ne prennent pas en compte la taille des catégories, ce qui peut mener à des contradiction : un résultat peut être annoncé comme peu biaisé alors qu'il y a un énorme biais sur une très petite population.

$\mathcal{A}$	Homme	Femme
Président	20	5
Manager	9 980	9 995
Employé	10 000	10 000

$D_{TV} = 7.50 \cdot 10^{-4}$

$\hat{I}_{norm} = 1.74 \cdot 10^{-4}$

$\mathcal{A}$	Homme	Femme
Président	20	20
Manager	9 970	9 995
Employé	10 010	9 985

$D_{TV} = 1.25 \cdot 10^{-3}$

$\hat{I}_{norm} = 1.13 \cdot 10^{-6}$

Remarque 7. On ne peut pas observer un biais sur des catégories en convertissant en donnée binaire. Exemple, la discrimination envers les personnes noires n'apparaît pas :

S					
Black		White		Hispanic	
Applicants	Hired	Applicants	Hired	Applicants	Hired
100	50%	100	80%	100	20%

S'			
Black		Not Black	
Applicants	Hired	Applicants	Hired
100	50%	200	50%

Le biais envers les personnes noires n'apparaît pas car la favorisation des personnes blanches est compensée par la discrimination envers les personnes hispaniques.

Remarque 8 (Justification "business-utilitarian fairness")**.** Considérons le cas d'un recrutement de 120 employés avec les candidats répartis comme suit :

	Male	Female
PhD	60	24
Master	240	156
Bachelor	150	270

1. On peut considérer que le niveau Master est le niveau minimal à avoir pour pouvoir être embauché. On définit alors

$$\mathcal{K} = \{qualified, non\text{-}qualified\}$$

$$B \in \{PhD, Master, Bachelor\}$$

et

$$h(B) = qualified \iff B \in \{PhD, Master\}$$

On a alors 120 postes pour 480 candidats qualifiés, ce qui fait 25% des candidats à embaucher :

	Male		Female	
	Applicants	Hired	Applicants	Hired
PhD	60	25%	24	25%
Master	240	25%	156	25%
Bachelor	150	0%	270	0%
Total	450	16.7%	450	10%

2. On peut considérer que l'on désire les employés les plus qualifiés. On définit alors

$$\mathcal{K} = \{most\text{-}qualified, qualified, non\text{-}qualified\}$$

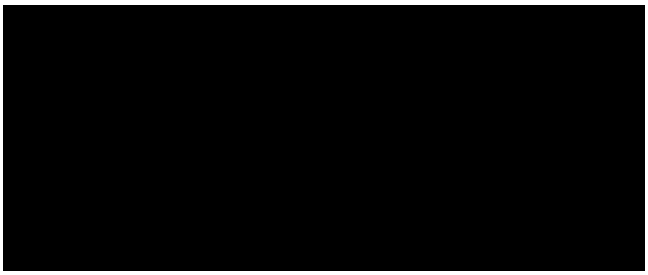
On embauche alors l'ensemble des candidats de niveau doctorat et 36 des 396 candidats de niveau Master, avec le cas favorable où 21 des 240

hommes et 15 des 156 femmes de niveau Master sont embauchés :

	Male		Female	
	Applicants	Hired	Applicants	Hired
PhD	60	100%	24	100%
Master	240	9%	156	9%
Bachelor	150	0%	270	0%
Total	450	18%	450	8.7%

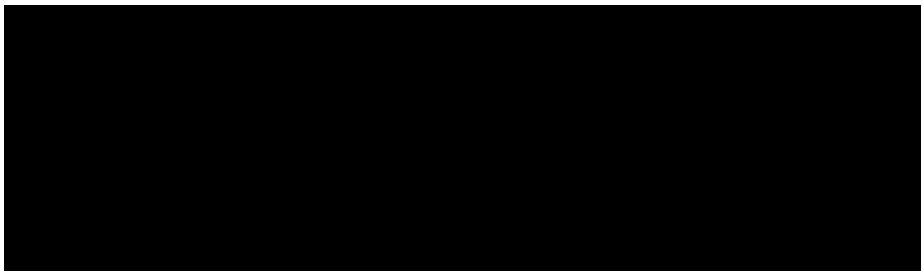
Les résultats présentent donc une discrimination d'après la définition 1 mais sont "justes" d'après la définition 11 si les ensembles $\mathcal{K}$ sont acceptés.

Remarque 9 (Classifieur à deux étages)**.** Pour effectuer une classification qui est juste par rapport à des exigences de l'entreprise, on peut concevoir un classifieur en deux niveaux comme suit :



On définit une première fonction h qui associe un profile d'attributs B, nécessaires à l'entreprise, à une classe K puis une deuxième fonction g effectue la classification en fonction de la classe K et du profile privé des attributs B. C'est cette dernière fonction qui doit être juste pour chaque classe K.

Remarque 10 (Pipeline générique pour tests statistiques d'équité)**.**



On a quatre étapes qui peuvent en théorie être effectuées indépendamment :

1. Acquisition de donnée

étape consistant à mettre en forme le dataset, à le séparer en ensemble d'apprentissage et ensemble de test, à les traiter pour enlever les attributs protégés, en les sauvegardant dans un ensemble auxiliaire afin d'étudier ultérieurement les biais.

2. Partionnement de données et apprentissage
étape consistant à entraîer un classifieur approximant la décision prise sur l'ensemble d'entraînement pour pouvoir par la suite interpréter.

3. Génération d'hypothèse interprétable
étape consistant à formuler l'hypothèse nulle, dans notre cas qu'il n'y a pas de biais dans les groupes observés.

4. Tests statistiques
étape consistant à effectuer des mesures d'équité en fonction des hypothèses précédemment établies et à calculer les p-valeurs correspondantes.

Après ces quatre étapes, on doit rajouter une étape d'études des résultats statistiques pour déterminer s'il y a vraiment un biais et si on doit réitérer en modifiant le dataset.

5 Travail effectué

Le travail effectué consiste à implémenter le pipeline précédemment décrit :

1. Récupérer des ensembles de données et les encoder par un encore one-hot
2. Effacer les attributs protégés des ensembles d'entraînement et de test
3. Entraîner un arbre de décision binaire sur l'ensemble d'entraînement privé des attributs protégés
4. Comparer sa précision par rapport à une régression logistique pour évaluer la pertinence de l'approximation
5. Pour chaque noeud de l'arbre, calculer le G-test par rapport aux attributs protégés et relever la p-valeur
6. Afficher les noeuds où la p-valeur est faible pour interprétation de l'utilisateur

Pour cela, il utilise 3 ensembles de données avec à chaque fois le sexe comme attribut protégé :

Toy Credit Allocation

Un ensemble de données contenant des demandes de prêts pour soit une voiture, soit une maison, soit un voyage effectuées par un homme ou un femme avec l'information si elles ont été acceptées ou refusées.

Purpose	Male		Female	
	Applicants	Credit	Applicants	Credit
Buy Car	2000	75%	1000	50%
Buy House	2000	25%	3000	50%
Buy Trip	2000	50%	2000	50%
All	6000	50%	6000	50%

Berkeley Admissions

Cet ensemble de données contient les résultats des admissions dans 6 départements de l'université de Berkeley en automne 1973. Il contient des candidatures renseignant le département, le sexe du candidat et s'il est admis ou non.

Department	Male		Female	
	Applicants	Admitted	Applicants	Admitted
A	825	62%	108	82%
B	560	63%	25	68%
C	325	37%	593	34%
D	417	33%	375	35%
E	191	28%	393	24%
F	272	6%	341	7%
All	2590	46%	1835	30%

US Adult Census

Cet ensemble de données contient éléments décrits par 14 attributs (6 continus et 8 catégoriques), dont l'attribut protégé est le sexe, et vise à prédire si le revenu annuel de l'individu est supérieur ou inférieur à 50000 dollars.

Male		Female	
Applicants	> 50K	Applicants	> 50K
32650	30.38%	16192	10.93%

Remarque 11. Lors de l'encodage one-hot, une seule des catégories de l'attribut sensible n'est enregistrée. On a donc ramené l'attribut à valeur multiples à un attribut binaire. Cela a pour conséquence de parfois masquer une discrimination comme décrit dans la remarque 7.

Remarque 12. Le code proposé ne permet pas de tester en fonction de plusieurs attributs protégés.