

Laboratorium 5: Detekcja odcinków i elips

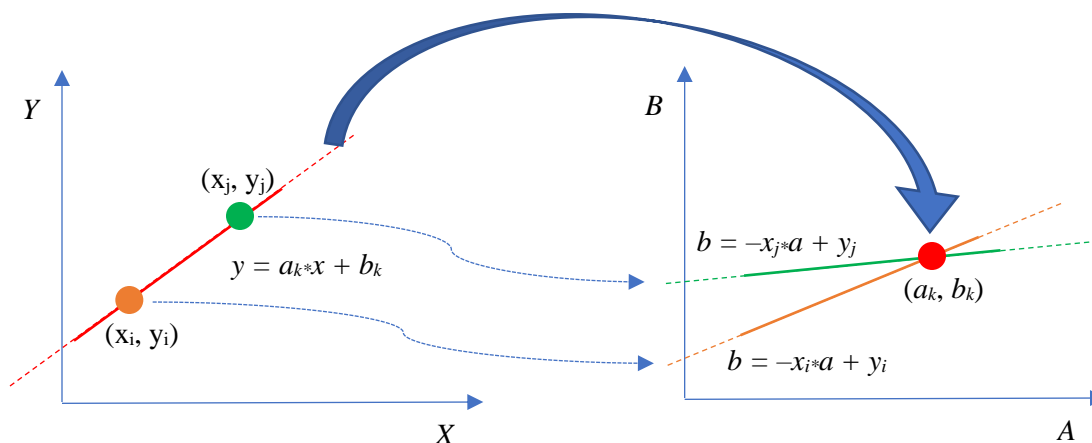
Transformacja Hougha¹

1. Wstęp

Transformacja Hougha² (wym. *hafa*) stanowi bardzo łatwy i elegancki sposób detekcji na płaszczyźnie obrazu prymitywów geometrycznych, takich jak np. proste/odcinki, okręgi lub elipsy. Często transformacja ta stosowana jest w ramach procesu segmentacji obrazu, jako że obszary ‘zamknięte’ przez rozpoznane kształty stanowią właściwy cel segmentacji. W praktyce, procesem początkowym do właściwego zastosowania transformacji stanowi detekcja krawędzi na obrazie. Piksele krawędziowe stanowią wejście dla większości zastosowań transformacji w procesie analizy obrazu. Ogólny pomysł polega na wykorzystaniu parametrycznego opisu wybranych prymitywów geometrycznych i następnie na odpowiedniej reprezentacji w układzie tych parametrów.

Idea detekcji odcinków na obrazie, zilustrowano poniżej:

Rozważmy pewną prostą o zadanym równaniu kierunkowym ($y = a*x + b$). A więc zbiór punktów leżących na prostej zależy od wartości współczynnika kierunkowego (a) oraz punktu przecięcia z osią rzędnych - punkt $(0, b)$ (rys. 1). Idea transformacji Hougha polega na wnioskowaniu w układzie parametrów dla odpowiedniego prymitywu geometrycznego – co w naszym przykładzie ilustruje rys. 2.



Rys. 1. Układ 1 - prosta o zadanym równaniu kierunkowym. Zaznaczono dwa punkty na prostej.

Rys. 2. Układ 2 – reprezentacja w układzie współrzędnych opartym na zbiorach wartości parametrów a i b .

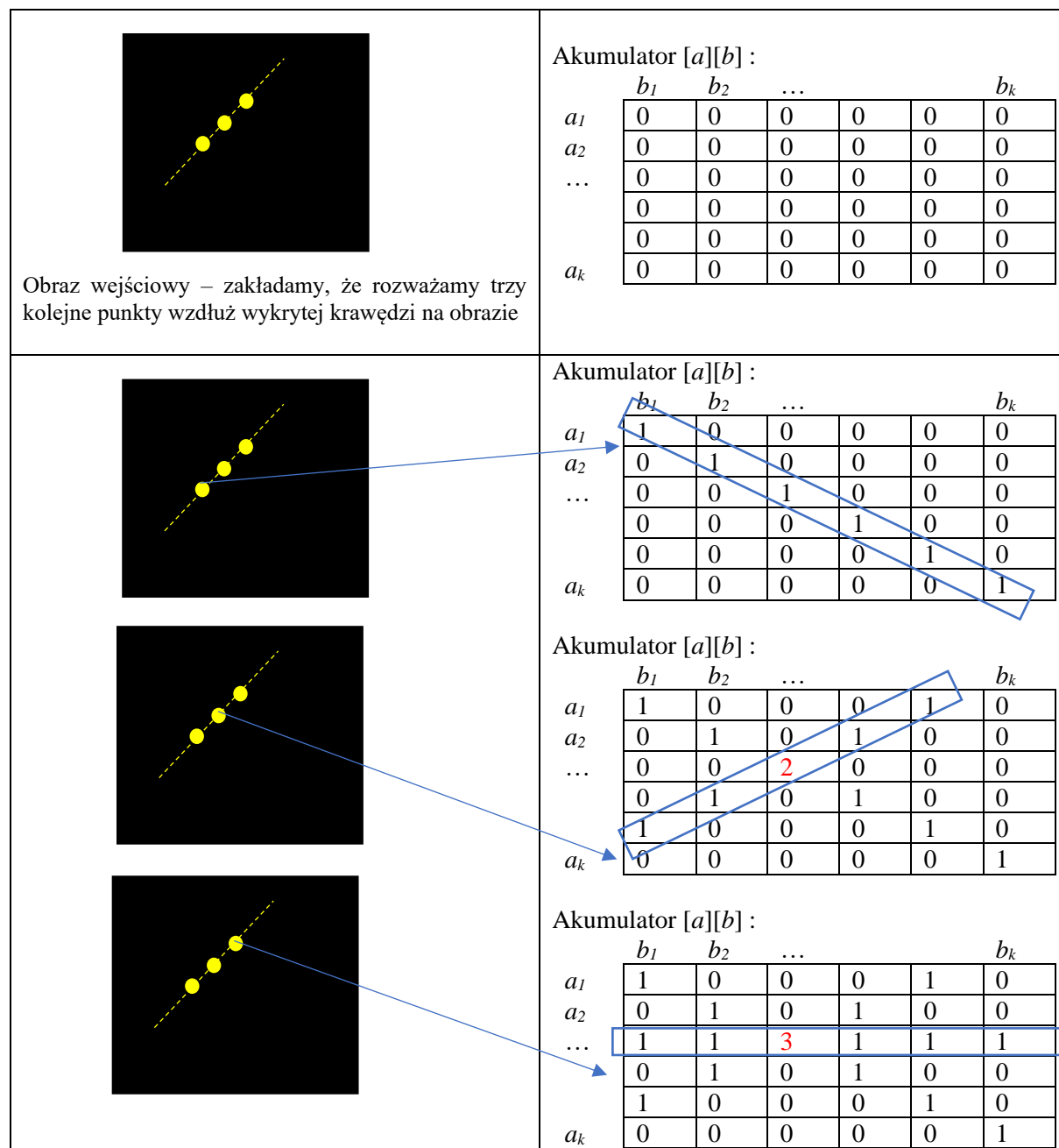
Na powyższych rysunkach widać, że reprezentacją dowolnego punktu w nowym układzie współrzędnych jest to prosta o parametrach wyznaczonych przez współrzędne punktu. Co więcej, wszystkie punkty należące do prostej z układu 1, będą reprezentowane przez proste z drugiego układu współrzędnych

¹ Wykorzystane obrazy w opracowaniu mogą być przedmiotem praw autorskich.

² Nazwa odnosi się do patentu US3069654A (twórca: Paul V. C. Hough)

przecinające się w punkcie (a_k, b_k) , określonego przez parametry prostej z pierwszego układu. Punkt ten reprezentuje prostą z układu 1 w układzie 2.

Już widać, podstawowy pomysł zastosowania transformacji Hougha, czyli możliwość detekcji prostych (w przypadku obrazów z powodu dyskretnej przestrzeni obrazu – odcinków) związana jest z nakładaniem się na siebie prostych w układzie 2. Tj. jeśli testujemy punkty krawędzi wykrytej przez jakiś detektor krawędzi na obrazie, to te punkty (reprezentowane przez proste w układzie 2) będą podbijać wartość punktu ich przecięcia, zakładając np. zliczanie prostych przechodzących przez ten sam punkt, lub inaczej – jeśli założymy, że każda prosta ‘oddaje głos’, to w każdym punkcie przecięcia prostych, wartość oddanych głosów będzie się zwiększać. Do celu zliczania ‘głosów’ można wykorzystać macierz zwaną akumulatorem – zob. rys. 3 poniżej.



| | |
|--|--|
| Każdy z tych punktów wyznaczy prostą w układzie 2. Każda prosta zwiększy o jeden wartości wpisane dla punktów, przez których przechodzi. | Punkt przecięcia prostych zwiększa swoją wartość w akumulatorze. A więc pomysł zastosowania w praktyce transformacji polega na założeniu, że największe wartości w akumulatorze wyznaczają parametry dla szukanych odcinków na obrazie wejściowym. |
|--|--|

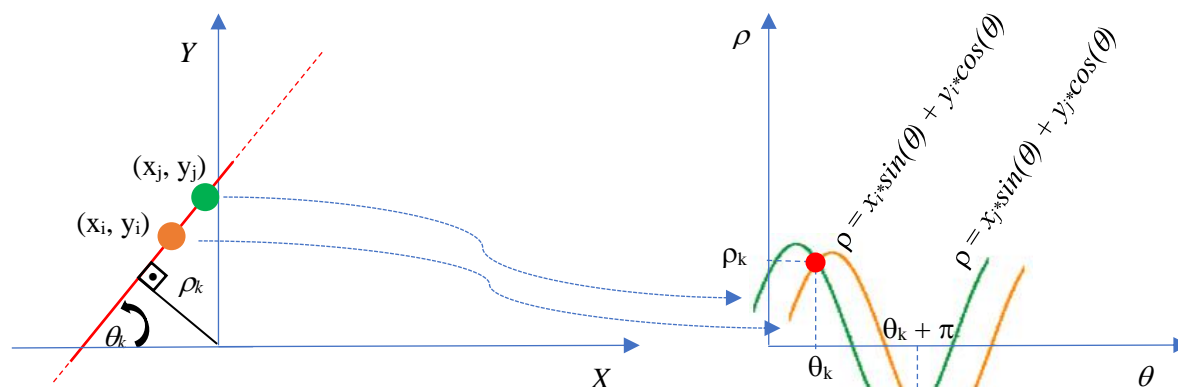
Rys. 3. Idea zastosowania algorytmu detekcji odcinków na obrazie przy wykorzystaniu transformacji Hougha.

Oznacza to, że ostatecznie w akumulatorze otrzymamy pewien podzbiór punktów o wysokiej liczbie ‘oddanych głosów’, które będą reprezentować odcinki scalające piksele krawędziowe obrazu. Dzięki temu, można wykryć cały odcinek – nawet jeśli brakuje ciągłości na poziomie pikseli wynikowych z detektora krawędzi.

2. Podstawowe założenia transformacji Hougha

W przypadku detekcji prostych/odcinków, transformacja Hougha określona jest nieco inaczej (rys. 4, rys. 5), tj. prosta identyfikowana jest przez poniższe równanie parametryczne (jest to lepsza parametryzacja w sensie ograniczenia zakresu parametrów – np. θ : $0 \leq \theta < \pi$):

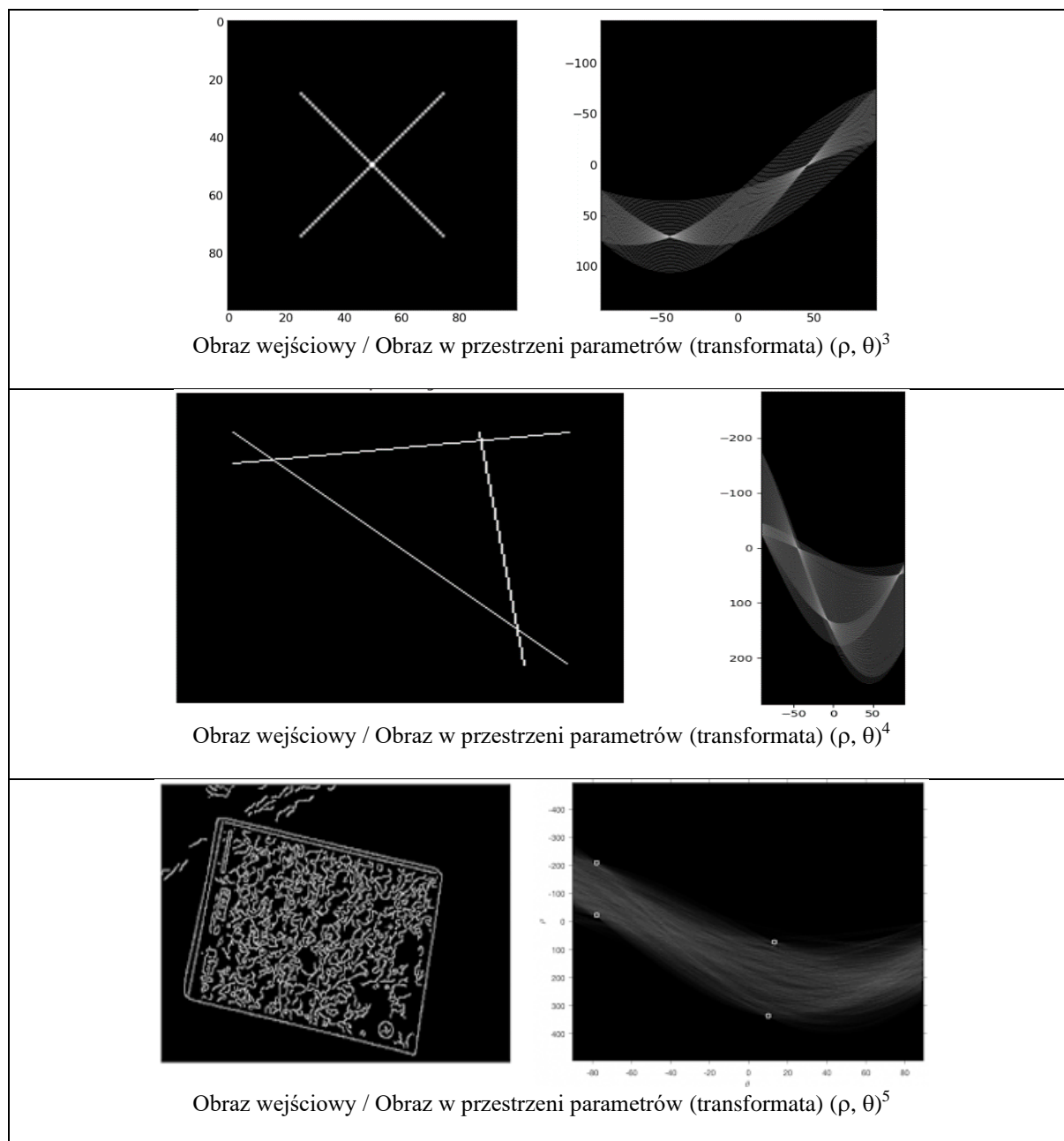
$$\rho = x \sin(\theta) + y \cos(\theta)$$



Rys. 4. Układ 1

Rys. 5. Układ 2. W tym układzie punkty z układu 1 przekształcane są w krzywe sinusoidalne.

Poniżej przykłady ilustracji z układu parametrów (układ 2) dla wybranych obrazów wejściowych po zastosowaniu detekcji krawędzi.

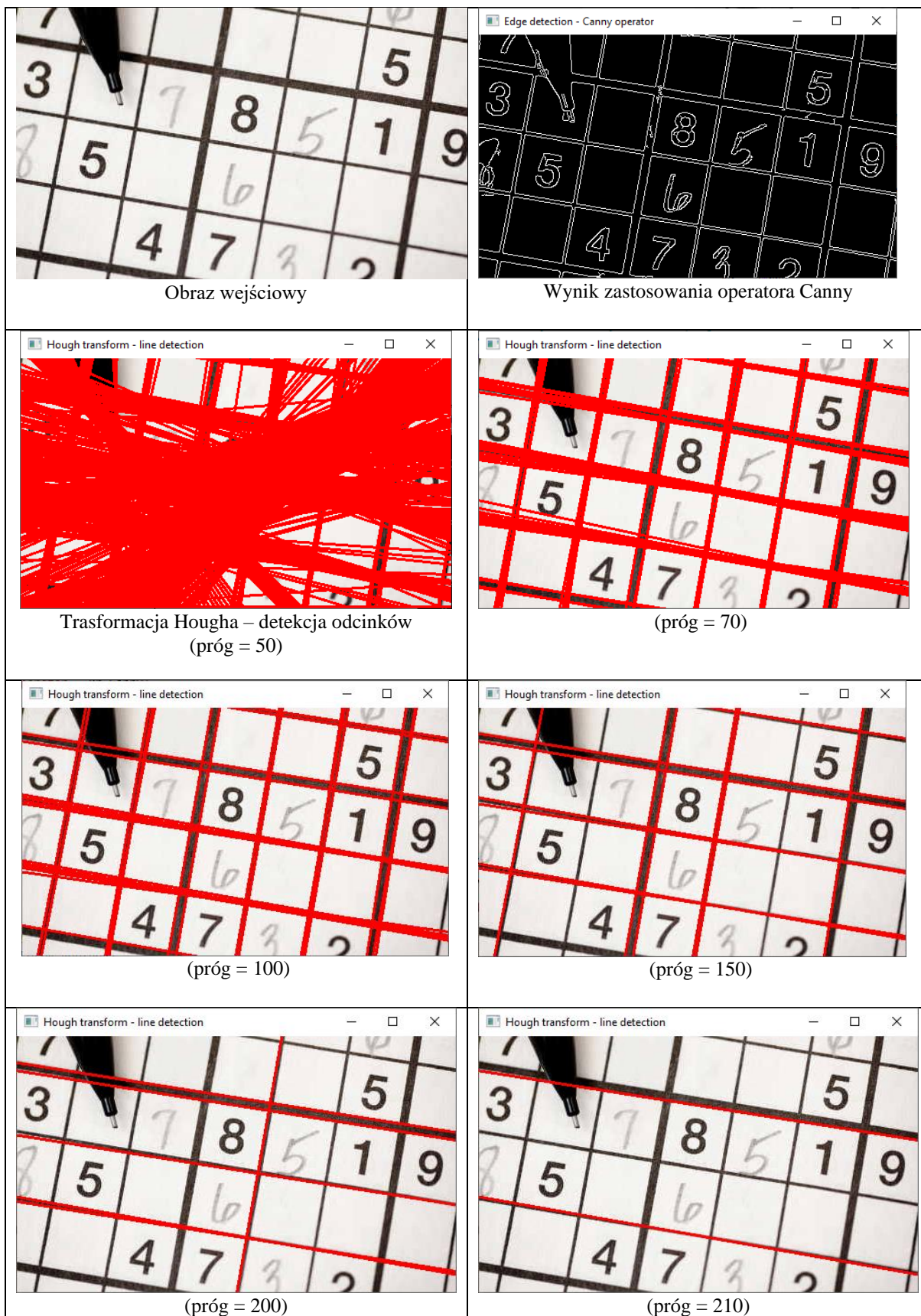


Stosując dalszą część algorytmu, czyli analiza wartości z macierzy akumulatora, można wyznaczyć właściwe odcinki analizowanego obrazu – przykłady poniżej dla różnych wartości zastosowanego progu do akumulatora:

³ źródło: https://scikit-image.org/docs/0.3/auto_examples/plot_hough_transform.html

⁴ źródło: https://scikit-image.org/docs/dev/auto_examples/edges/plot_line_hough_transform.html

⁵ źródło: <http://seanbone.ch/the-hough-transform/>



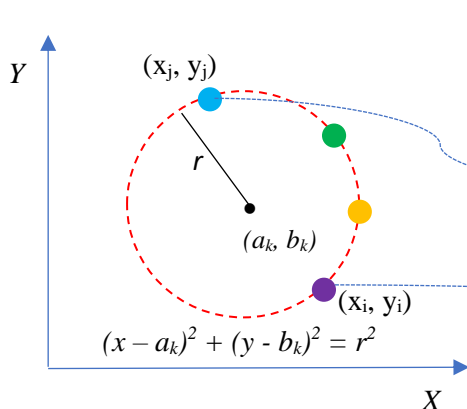
3. Detekcja okręgów

W przypadku detekcji okręgów, zasada zastosowania transformacji Hougha jest identyczna jak dla detekcji prostych – tzn. stosujemy zapis parametryczny prymitywu geometrycznego, następnie przekształcamy do układu parametrów i generujemy odpowiedni akumulator. Na podstawie wartości w akumulatorze wnioskujemy o parametrach okręgów, które były naszym celem rozpoznania.

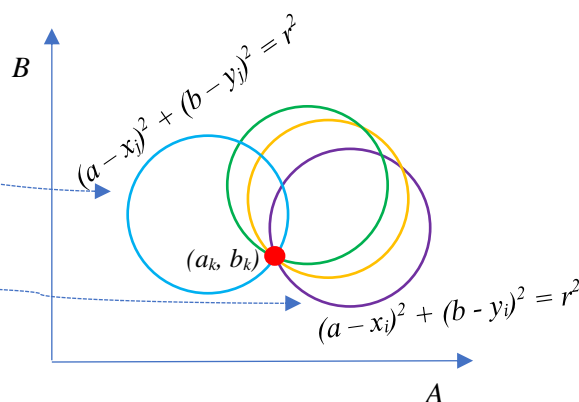
W przypadku okręgów, korzystamy z równania okręgu:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2, \text{ gdzie punkt } (a, b) \text{ wyznacza środek okręgu, a } r \text{ promień.}$$

Oczywiście, mamy tu 3 parametry: a , b i r , dlatego jeśli promień nie jest nam znany, należy pracować w trójwymiarowym układzie parametrów. Dla uproszczenia jednak, założymy że szukane okręgi na obrazie wejściowym mają zadany promień. Przy tym założeniu, idea detekcji okręgów za pomocą transformacji Hougha przedstawiona jest na rysunkach poniżej (rys. 6, rys. 7).



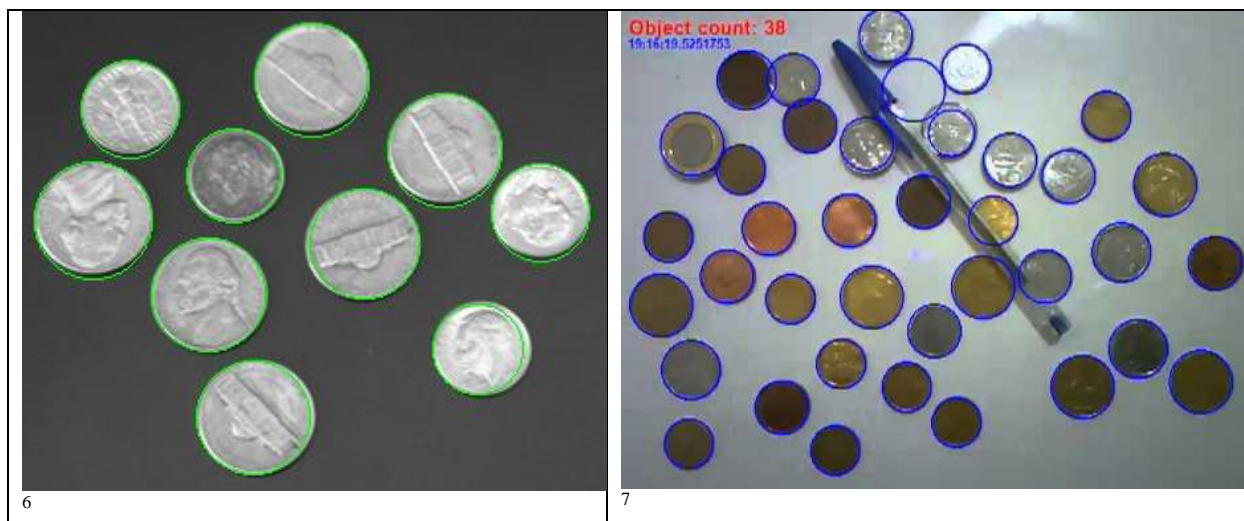
Rys. 6. Układ 1



Rys. 7. Układ 2

A więc w układzie 2 okręgi będą oddawać głosy w akumulatorze, aż pojawią się wartości świadczące o właściwym środku szukanych okręgów z układu 1. Na powyższych rysunkach widać, że jeśli zbiór punktów rozkłada się na pewnym okręgu (kształcie okręgu po detekcji krawędzi), to ich reprezentacje w układzie parametrycznym będą ‘oddawać głosy’ na jego właściwy środek, co umożliwi jego detekcję.

Poniżej przykłady detekcji okręgów za pomocą metody Hougha:



Literatura:

Gonzalez, R. C., Woods, R. E.: Digital Image Processing. 4th Edition, MedData Interactive, Pearson, (2018).

⁶ źródło: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/26978-hough-transform-for-circles>

⁷ źródło: <https://www.youtube.com/watch?v=vn9y7t9iqC8>