Mnożenie macierzy

Michal Kukowski

Mnożenie macierzy

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix}$$

$$C = A \times B = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \\ c_{31} & c_{32} \end{pmatrix}$$

Wierszowo - kolumnowe mnożenie

To podejście jest najszęściej stosowane. W szkole uczą nas tego mnożenia macierzy, ponieważ w jednym kroku (używając jednego równania), możemy obliczyć każdy element c_{ij}. Stosujemy wzór:

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} * b_{kj}$$

Liczymy

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix}$$

$$c_{11} = a_{11} * b_{11} + a_{12} * b_{21} + a_{13} * b_{31}$$

$$c_{12} = a_{11} * b_{12} + a_{12} * b_{22} + a_{13} * b_{32}$$

Wierszowo - wierszowe mnożenie

$$c_{11} = a_{11} * b_{11} + a_{12} * b_{21} + a_{13} * b_{31}$$

$$c_{12} = a_{11} * b_{12} + a_{12} * b_{22} + a_{13} * b_{32}$$

Rozpiszmy to inaczej:

$$c_{11} = 0 + a_{11} * b_{11} \qquad c_{12} = 0 + a_{11} * b_{12}$$

$$c_{11} = c_{11} + a_{12} * b_{21} \qquad c_{12} = c_{12} + a_{12} * b_{22}$$

$$c_{11} = c_{11} + a_{13} * b_{31} \qquad c_{12} = c_{12} + a_{13} * b_{32}$$

Wierszowo - wierszowe mnożenie

- W jedym ruchu liczymy tylko część wyniku (pola c_{ij})
- Pętla wewnętrzna leci po j, czyli i stałe, j zmienne
- Podczas liczenia elemetów c, element macierzy A jest stały (wewnętrzna pętla)
- Przechodzenie każdej macierzy jest po drugim wymiarze, czyli tak jak układa się pamięć (cache-friendly)
- Odwołujemy się wiele razy to elementu macierzy C