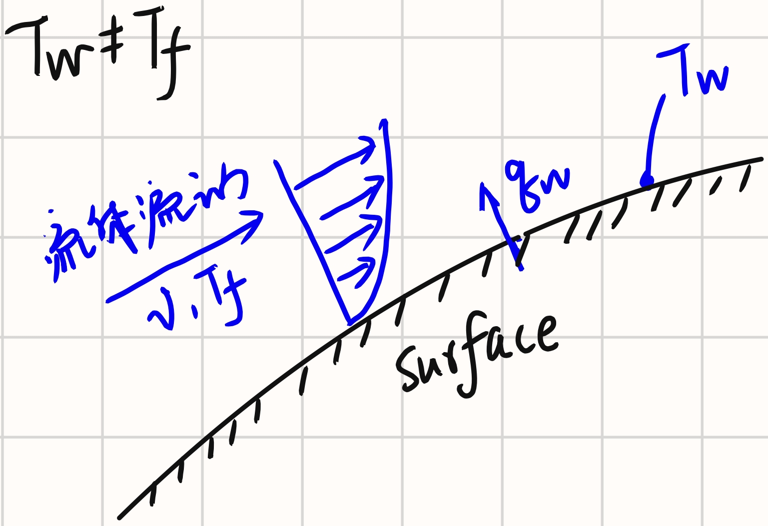
5. 对流传热理论基础

Convection = Conduction + Advection

5.1 对流换热概述



热对流：流体各部分之间发生相对位移时，冷热流体相互掺混所引起的热量传递过程

对流传热：流体流过与其温度不同的固体壁面时发生的热量传递过程

对流传热的特点：(1) 导热与热对流同时存在的复杂传热过程

(2) 前提条件：必须有直接接触和宏观运动，也必须有温差

(3) 由于流体的粘性，紧贴壁面处会形成速度梯度和温度梯度

基本计算公式：$q = h(t_w - t_f)$ $[W/m^2]$

$\Phi = hA(t_w - t_f)$ $[W/m^2]$

表面传热系数：$h = \Phi / (A(T_w - T_\infty))$ $[W/(m^2 \cdot K)]$

2是h的一个定义式，没有揭示出表面传热系数与影响它的有关物理量的内在联系

影响对流换热的因素

① 流动的起因 $\begin{cases} \text{自然对流} \\ \text{强制对流} \end{cases}$

② 流体流动状态 $\begin{cases} \text{层流：} Re = \dfrac{\rho u d}{\eta} \text{ 流体微团沿主流方向做有规律的分层流动} \\ \text{湍流：流体各部分之间发生剧烈混合} \end{cases}$

③ 换热表面几何因素 $\begin{cases} \text{形状} \\ \text{大小} \\ \text{相对位置} \end{cases}$

④换热过程有无相变 $\begin{cases} \text{无相变：流体显热变化} \\ \text{有相变：流体潜热变化} \end{cases}$

⑤流体物性：$\lambda, \rho, c_p, \eta, \gamma, r, \cdots$

η：动力粘度　γ：表面张力　r：汽化潜热

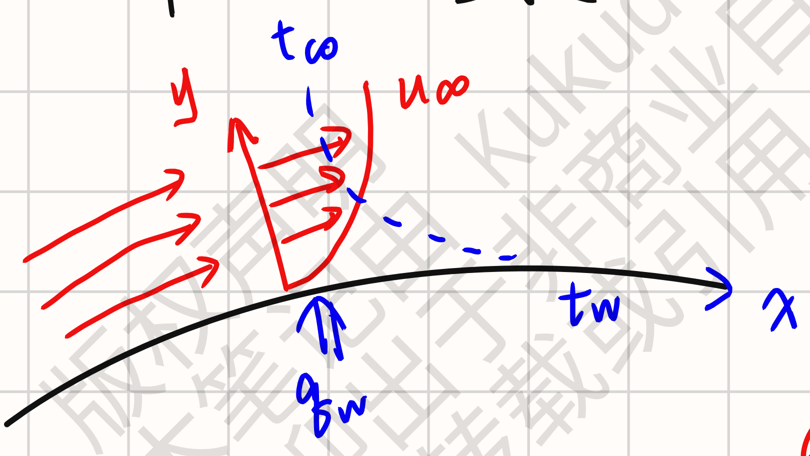
研究方法：

获得h的方法
- 分析解法
- 实验法 → 主要途径
- 比拟法
- 数值解法

目标 $\begin{cases} \text{温度分布} \\ \text{换热量} \end{cases}$

求解思路：物理问题 $\xrightarrow{\text{简化假设}}$ 数学描写 ⟶ 求解结果 $\begin{cases} \text{温度分布} \\ \text{换热量} \end{cases}$

数学描写 $\begin{cases} \text{控制方程} \\ \text{定解条件} \begin{cases} \text{初始条件} \\ \text{边界条件} \end{cases} \end{cases}$



$$\begin{cases} q_w = -\lambda \dfrac{\partial t}{\partial y}\Big|_{y=0} \\ q_c = h(t_w - t_\infty) \end{cases}$$

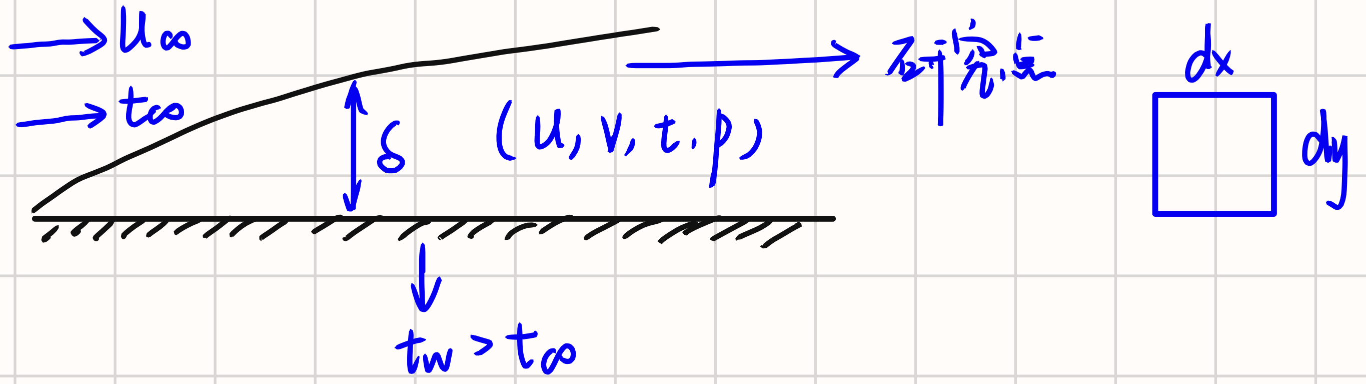
$$q_w = q_c \Rightarrow h = -\frac{\lambda}{t_w - t_\infty} \frac{\partial t}{\partial y}\Big|_{y=0}$$

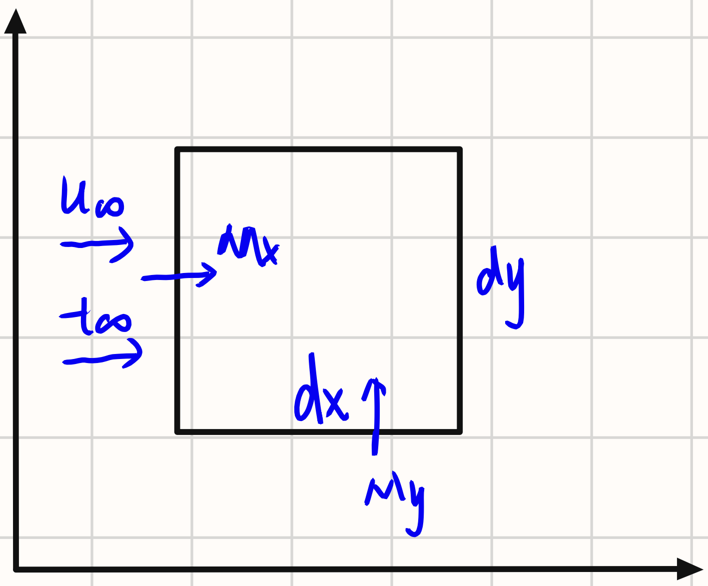
5.2 对流传热问题的数学描写

$t = f(\text{space}, \text{time}) \longrightarrow h = -\dfrac{\lambda}{\Delta t} \dfrac{\partial t}{\partial y}\Big|_{y=0}$

温度场 $\xLeftrightarrow{\text{耦合}}$ 流场　　不可压缩：$Ma < 0.3$，气体可视为不可压缩

牛顿流体：$\tau = \eta \cdot \dfrac{\partial u}{\partial y}$





二维连续性方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial y} = 0 \quad (二维)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial z} = 0 \quad (三维)$$

二维不可压，常物性，无内热源，牛顿流体对流传热问题数学描写

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial \tau} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial \tau} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) = F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \eta\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)$$

$$\rho c_p\left(\frac{\partial t}{\partial \tau} + u\frac{\partial t}{\partial x} + v\frac{\partial t}{\partial y}\right) = \lambda\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}\right).$$

5.3 边界层型对流换热的数学描写

def. 在对流传热时，固体壁面附近温度发生剧烈变化的薄层称为温度边界层或热边界层

温度边界层厚度 δ_t：过余温度等于99%的主流区流体的过余温度

$$(t - t_w)|_{\delta_t} = 99\%(t_\infty - t_w)$$

湍流换热比层流换热强

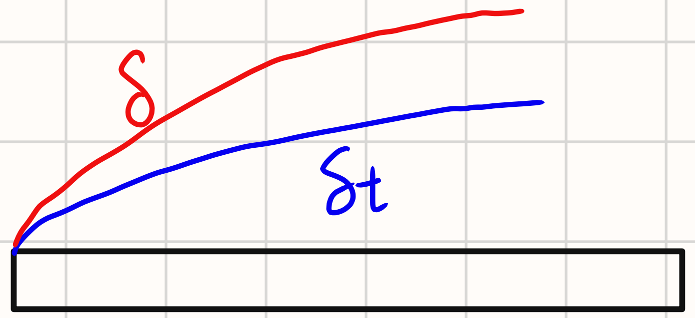
边界层总结：① 流场区域可以分为边界层区和主流区

② 边界层内 $\frac{\partial u}{\partial y}$、$\frac{\partial t}{\partial y}$ 很大

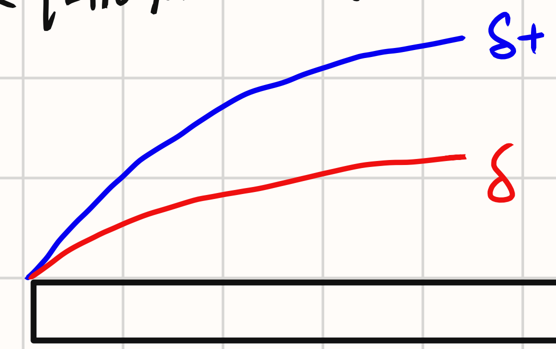
→处于同一个数量级

③ $\delta \ll l$，$\delta_t \ll l$，$\delta \sim \delta_t$，$y \sim \delta$，$x \sim l$，$u \sim u_\infty$，$t \sim (t_\infty - t_w)$

$Pr=\frac{\nu}{a}$ Pr数反映了流动与温度边界层厚度的相对大小 普朗特数



Pr>1



Pr<1

一定是同一侧内

数量级分析方法：分析比较方程中各等号两侧各项的数量级大小，在同一侧内保留数量级大的项而舍去数量级小的项，从而实现方程的合理简化。

实施方法：① 列出所研究问题中几何变量及物理变量的数量级的大小，一般以1表示数量级大的物理量的量级，以Δ表示小的数量级。

② 导数的数量级由自变量及因变量的数量级代入获得

$\delta \ll l,\ \delta_t \ll l,\ \delta \sim \delta_t,\ y \sim \delta,\ x \sim l,\ u \sim u_\infty,\ t \sim (t_\infty - t_w)$

变量	x	y	u	v	p	ρ	t
数量级	1	Δ	1	Δ	1	1	1

动量方程的化简：$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right)$

$$1\cdot\frac{1}{1}+\Delta\cdot\frac{1}{\Delta}=-\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{1}+\Delta\cdot\left(\frac{1}{1}/1+\frac{1}{\Delta}/\Delta\right)$$

$$1+1=-1+\cancel{\Delta}+\frac{1}{\Delta}$$

$$\Rightarrow u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

能量方程的简化：$u\frac{\partial t}{\partial x}+v\frac{\partial t}{\partial y}=a\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)\right)$

$$1\cdot\frac{1}{1}+\Delta\cdot\frac{1}{\Delta}=a\left(\frac{1}{1}/1+\frac{1}{\Delta}/\Delta\right)$$

$$1+1=a\left(\cancel{1}+\frac{1}{\Delta^2}\right)$$

$$\Rightarrow u\frac{\partial t}{\partial x}+v\frac{\partial t}{\partial y}=a\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$$

5.4 流体外掠平板传热层流分析解

外掠等温平板传热层流分析解：

Blasius解（流动边界层厚度）： $\frac{\delta}{x}=\frac{5.0}{\sqrt{\frac{u_\infty x}{\nu}}}$ ， $Re_x=\frac{u_\infty x}{\nu}$ $\Rightarrow$ $\delta \sim x^{1/2}$

范宁局部阻力系数： $c_f=\tau_w/(0.5\rho u_\infty^2)$ 和达西局部阻力系数差4倍.

热边界层厚度： $\frac{\delta}{\delta_t}=Pr^{1/3}$ $\longleftarrow$ $Pr=\frac{\nu}{a}$

局部表面对流换热系数（Polhausen解）： $h_x=0.332\frac{\lambda}{x}(Re_x)^{1/2}(Pr)^{1/3}$ $\longrightarrow$ $h_x \sim x^{-1/2}$，$h_x \sim 1/\delta$

局部努塞尔数： $Re<Re_c=5\times10^5$

边界层是减小传热能力的，可以视为一个热阻.

$$Nu_x=\frac{hx}{\lambda}=0.332(Re)^{1/2}(Pr)^{1/3}$$

长度 l 的等温平板，平均努塞尔数： $h=\frac{1}{l}\int_l h_x dx$ $\left(h_x=0.332\frac{\lambda}{x}(Re_x)^{1/2}(Pr)^{1/3}\right)$

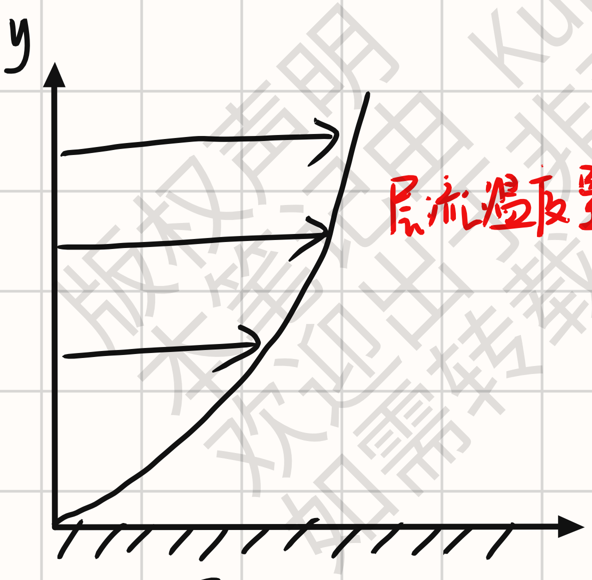
$Nu=\frac{hl}{\lambda}$ ， $Re=\frac{u_\infty l}{\nu}$ ， $Pr=\frac{\nu}{a}$

$\Rightarrow Nu=0.664Re^{1/2}Pr^{1/3}$

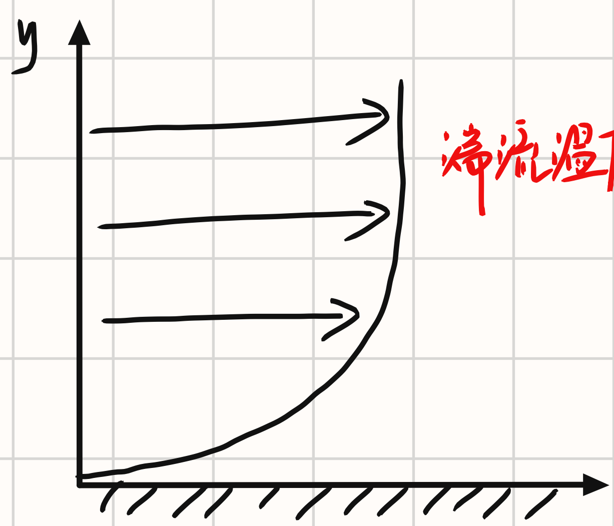
Nu和Bi的区别？

使用对象不同，Bi 对于固体（多固体）

Nu 是针对流体



层流



湍流

比拟理论：

$$\begin{cases} u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=(\nu+\nu_t)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u\frac{\partial t}{\partial x}+v\frac{\partial t}{\partial y}=(a+a_t)\frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \end{cases}$$

引入 $x^*=\frac{x}{l}$, $y^*=\frac{y}{l}$, $u^*=\frac{u}{u_\infty}$, $v^*=\frac{v}{u_\infty}$, $\theta=\frac{t-t_w}{t_\infty-t_w}$

$$\begin{cases} u^*\frac{\partial u^*}{\partial x^*}+v^*\frac{\partial v^*}{\partial y^*}=\frac{1}{u_\infty l}(\nu+\nu_t)\frac{\partial^2 u^*}{(\partial y^*)^2} \\ u^*\frac{\partial \theta}{\partial x^*}+v^*\frac{\partial \theta}{\partial y^*}=\frac{1}{u_\infty l}(a+a_t)\frac{\partial^2 \theta}{(\partial y^*)^2} \end{cases}$$

雷诺认为：湍流切应力τ和湍流热流密度q_t均由脉动所致

假定：$\nu_t/a_t=Pr_t=1$

此时u^*和θ有完全相同的解

$$\left.\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0}=\left.\frac{\partial \theta}{\partial y^*}\right|_{y^*=0}$$

雷诺比拟

$\Rightarrow Nu_x=0.0296Re_x^{4/5}$ $\quad C_f=0.0592Re_x^{-1/5}$ $(Re_x\le 10^7)$

$Pr\neq 1$时，修正 契尔顿-柯尔本比拟

$\frac{C_f}{2}=St\,Pr^{2/3}=j$ $\quad$ St称为斯坦顿数(Stanton) def. $St=\frac{Nu}{RePr}$