浙江工业大学 2010 - 2011 学年第二学期
概率论与数理统计试卷

姓名：__________学号：__________ 班级：__________任课教师：__________

一. 填空题（每空 2 分，共 30 分）

1. 已知 $P(A)=0.5$，$P(B)=0.6$，$P(A\cup B)=0.7$，则 $P(B|A)=$ _____。

2. 将 5 颗球放入 5 个盒子，则单个盒子中最大球数恰为 3 的概率为 _____，恰好有一个盒子空着的概率为 _____。

3. 设随机变量 X 服从 $[-a,a]$ 上均匀分布，且 $P(X>1)=\frac{1}{3}$，则 $a=$ _____。

4. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且 $P(X\le 1)=\frac{4}{5}P(X\le 2)$，则 $\lambda=$ _____，$Var(X)=$ _____，由切比雪夫不等式可以得到 $P(-2<X<4)\ge$ _____。

5. 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} A+Be^{-x^2}, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$，则 $A=$ _____，$B=$ _____，X 的密度函数为 ______________。

6. 设某年龄段女童的平均身高为 130 厘米，标准差是 8 厘米。现在从中随机选取 16 名女童，则她们的平均身高在 128 到 132 厘米之间的概率约为 _____。($\Phi(1)=0.8413$)

7. 设随机变量 X,Y 相互独立且都服从正态分布 $N(0,3^2)$，而 $X_1,X_2,\cdots,X_9$，$Y_1,Y_2,\cdots,Y_9$ 分别是来自总体 X,Y 的简单样本，已知统计量 $U=c\frac{X_1+\cdots+X_9}{\sqrt{Y_1^2+\cdots+Y_9^2}}$ 服从 t-分布，则自由度为 _____，$c=$ _____。

8. 设 $X_1,\cdots,X_9$ 是来自正态总体 $X\sim N(\mu,0.9^2)$ 的简单样本，样本均值为 $\overline{x}=5$，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为 ______________。(分位点数据参见计算题第 6 题)

9. 设 (X,Y) 服从二维正态分布 $N(0,1^2,1,2^2;0)$，则 $2X+3Y$ 的概率密度函数为 ______________。

二. 选择题（每题 2 分，共 10 分）

1. 设随机变量 $X \sim N(\mu, 4^2)$，$Y \sim N(\mu, 5^2)$，令 $p_1 = P(X \leq \mu - 4)$，$p_2 = P(Y \geq \mu + 5)$，则 (　　)

   A) 对任何 μ，$p_1 = p_2$　　　　B) 对任何 μ，$p_1 < p_2$

   C) 对任何 μ，$p_1 > p_2$　　　　D) 仅对一个 μ，$p_1 = p_2$

2. 设 $F_1(x), F_2(x)$ 分别为随机变量 X_1, X_2 的分布函数，为使得 $F(x) = aF_1(x) - bF_2(x)$ 一定也是一个分布函数，则 (　　)

   A) $a = \frac{3}{5}$, $b = \frac{2}{5}$　　　　B) $a = \frac{3}{5}$, $b = -\frac{2}{5}$

   C) $a = \frac{3}{2}$, $b = \frac{1}{2}$　　　　D) $a = \frac{3}{2}$, $b = -\frac{1}{2}$

3. 设 $X_1, \cdots, X_n$ ($n > 1$) 是来自正态总体 $N(0,1)$ 的简单样本，其样本均值为 $\overline{X}$，则下列结论正确的是 (　　)

   A) $\sum_{i=1}^{n} X_i^2 \sim \mathcal{X}^2(n-1)$　　　　B) $\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2 \sim \mathcal{X}^2(n-1)$

   C) $\frac{(n-1)\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{n\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2} \sim F(n, n-1)$　　　　D) $\frac{(n-1)(\sum_{i=1}^{n} X_i)^2}{n\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2} \sim F(n, n-1)$

4. 设 X_1, X_2, X_3 是来自总体 X 的简单样本，$EX = \mu, Var(X) = \sigma^2$，则下列估计中最有效的无偏估计是 (　　)

   A) $\frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3$　　　　B) $\frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{6}X_3$

   C) $\frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{4}X_3$　　　　D) $\frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{4}X_3$

5. 设随机事件 A, B, C 两两独立，则下列条件和 A, B, C 相互独立不等价的是 (　　)

   A) AB 和 C 独立　　　　B) A 和 $B \cup C$ 独立

   C) AB 和 AC 独立　　　　D) $P(ABC) = P(A)P(B)P(C)$

三. 计算题（第一题 8 分，第四题 12 分，其余每题 10 分，共 60 分）

1. 某仓库有甲、乙、丙三个工厂生产的相同的产品，比例为 $2:2:1$，它们的次品率分别为 $0.01, 0.02, 0.04$。从这批产品中随机选取一件，求：

   1) 该产品为次品的概率；

   2) 若已知该产品为次品，求它是由丙厂生产的概率。

2. 从 5 双不同的鞋子中任取 4 只，记 X 为选取的 4 只鞋子中配成的双数。求 X 的分布律和数学期望。

3. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布，即密度函数为

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

并且 $P(X > 1) = e^{-\frac{1}{2}}$，求:

1) $P(X > 2)$；

2) EX^2；

3) $Y = X^2$ 的密度函数 $f_Y(y)$。

4. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} a(x+y), & 0\le x\le 2, 0\le y\le 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

1) 求常数 a;

2) 求概率 $P(X+Y\le 2)$;

3) 求 X, Y 的边缘密度。

4) 求相关系数 ρ_{XY}。

5. 设总体 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\frac{2x}{a^2}, & 0<x<a\\ 0, & 其它\end{cases}$$

其中 $a>0$，求 a 的矩估计和极大似然估计。

6. 假设食盐包装机包装的每袋食盐的标准重量为 500 克，现在随机抽取 9 袋食盐，测得样本均值为 488 克，样本标准差为 6.29 克，问取显著水平 $\alpha=0.05$ 时，能否认为该包装机包装食盐的平均重量是正常的？($Z_{0.025}=1.96, Z_{0.05}=1.65, t_9(0.025)=2.262, t_8(0.025)=2.306$)