13/14(一)浙江工业大学高等数学 A 考试试卷 A

学院：________ 班级：_______ 姓名:_________ 学号:_______

题 号	一	二	三	四	五	总 分
得 分						

一、填空选择题（每小题 3 分）

1．极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{\sin x}$ ___________。

2．设 $f(x)=\dfrac{1}{x}\sin\dfrac{\pi x}{6}$，要使 $f(x)$ 处处连续，则应该补充定义 $f(0)=$____。

3．设 $f'(x_0)=3$，则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{h}=$___________。

4．设 $y=\dfrac{x^2+1}{\sqrt{x}}$，则 $y'=$___________。

5．曲线 $y=x^3+2x^2-5$ 上的切线斜率最小的点是_______。

6．设 $f(x)=(x+1)(x+2)\cdots(x+n)$，则 $f'(0)=$_____。

7．设 $\int_1^x f(t)dt=a^{2x}-a^2$，$f(x)$ 为连续函数，则 $f(x)=$____。

8．微分方程 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1}{x+y}$ 的通解是 _____。

9．在微积分的众多公式中被认为最重要的一个是_____。

10． $f(x)$ 在 $x=x_0$ 附近可导，且 $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f'(x)}{x-x_0}=\dfrac{1}{2}$，则 $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的（　　）

A） 拐点　　B）极大值　　C）极小值　　D）不能确定

11． 对于微分方程 $y''+3y'+2y=e^{-x}$，利用待定系数法求其特解 y^* 时，下面特解设法正确的是（　　）

A） $y^*=ae^{-x}$　　B） $y^*=(ax+b)e^{-x}$　　C） $y^*=axe^{-x}$　　D） $y^*=ax^2e^{-x}$

二、试解下列各题（每小题 5 分）

1．设 $(5y+2)^3=(2x+1)^5$，求：$\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=0}$

2．摆线的参数方程为 $\begin{cases}x=a(t-\sin t)\\ y=a(1-\cos t)\end{cases}$，求：$\dfrac{dy}{dx}$，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$

3. $\int \frac{1}{1+\cos x}dx$

4. 设 $f(2x)=(x-\frac{1}{2})e^{x^2-x}$，求：$\int_0^2 |f(x)|dx$

5. 解微分方程 $2x(ye^{x^2}-1)dx+e^{x^2}dy=0$， $y(0)=-4$

三、试解下列各题（每小题 6 分）

1. 当 $0<x_1<x_2<\frac{\pi}{2}$ 时，证明不等式：$\frac{\tan x_2}{\tan x_1}>\frac{x_2}{x_1}$

2. 已知 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x+c}{x-c}\right)^x=\int_{-\infty}^{c} te^{2t}dt$，求常数 c

3. 设 $f(x)$ 为连续函数，证明 $\int_0^x\left(\int_0^t f(u)du\right)dt=\int_0^x (x-t)f(t)dt$

4. 计算曲线 $y=\sin x \quad (0\le x\le\pi)$ 与 x 轴所围图形分别绕 x 轴旋转及绕 y 轴旋转一周所成立体的体积

5. 设 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的原函数， $F(1)=1, F(x)>0$，且 $f(x)\cdot F(x)=\frac{1}{2}xe^x \ (x\ge 1)$，试求： $f(x) \quad (x\ge 1)$

四、（8 分）设 $S_1(t)$ 是曲线 $y=x^3$ 与直线 $x=0$ 及 $y=t \quad (0<t<1)$ 所围的图形的面积，$S_2(t)$ 是曲线 $y=x^3$ 与直线 $x=1$ 及 $y=t \quad (0<t<1)$ 所围的图形的面积，试求 t 为何值时 $S_1(t)+S_2(t)$ 最小？最小值是多少？

五、（4 分）设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可导， $f(a)=f(b)$，证明：至少有一点 $\xi(a<\xi<b)$，使 $f(\xi)+\xi f'(\xi)-f(a)=0$。