浙江工业大学 2011 - 2012 学年第二学期
概率论与数理统计试卷

姓名：__________学号：__________ 班级：__________任课教师：__________

一. 填空题（每空 2 分，共 28 分）

1. 设 $P(A) = 0.6$，$P(AB) = 0.2$，$P(B|A \cup B) = 0.5$，则 $P(B) =$ _____。

2. 设连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -\pi \\ A\sin\frac{x}{6} + B, & -\pi \le x \le \pi \\ 1, & x > \pi \end{cases}$$

   则 $A =$ _____，$B =$ _____。

3. 设随机变量 $X \sim B(2,p)$，$Y \sim B(3,p)$，若 $P(X \ge 1) = \frac{5}{9}$，则 $P(Y \ge 1) =$ _____。

4. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = e^{-\frac{1}{4}(x^2-2x+c)}$，$-\infty < x < \infty$，则 X 的期望 $EX =$ _____，方差 $Var(X) =$ _____。

5. 若 X, Y 相互独立，且 $P(X \ge 0) = \frac{1}{2}$，$P(Y \ge 0) = \frac{1}{3}$，则 $P(\max\{X,Y\} \ge 0) =$ _____。

6. 设 $X \sim P(2)$，$Y \sim N(2, 2^2)$，X, Y 的相关系数 $\rho(X,Y) = -0.5$，则 $Var(X + Y - 2) =$ _____。

7. 设某一年龄段女童的平均身高为 130 厘米，标准差是 8 厘米。现从该年龄段女童中随机选取一名，则由切比雪夫不等式，其身高 X 在 114 厘米到 146 厘米之间的概率满足 ________。

8. 将一枚均匀的骰子独立地投掷 180 次，利用中心极限定理，估计其点数为 6 的次数在 25 到35 之间的概率为 _____。(已知 $\Phi(1) = 0.8413$, $\Phi(2) = 0.9772$)

9. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_6$ 相互独立，服从共同的分布 $N(1, \sigma^2)$，令

$$U = \frac{A(X_1 - X_2)}{\sqrt{(X_3 - X_4)^2 + (X_5 + X_6 - c)^2}}$$

则当 $A =$ _____，$c =$ _____ 时，U 服从 t-分布，自由度为 _____。

10. 设一批零件的长度 $X \sim N(\mu, 1^2)$，从中随机抽取 16 个零件，测得长度的平均值为 40 厘米，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为 __________。($\Phi(1.96) = 0.975$，$\Phi(1.645) = 0.95$)

二. 选择题（每题 3 分，共 12 分）

1. 设二维离散型随机变量的联合分布律为：

X \ Y	1	2	4
-1	0.1	0.3	b
1	a	0	0.2

若 $P(X + Y \geq 3) = 0,3$，则下列结论正确的是 (　　)。

A) X, Y 独立　　　B) X, Y 不相关

C) $\mathrm{cov}(X, Y) > 0$　　　D) $\mathrm{cov}(X, Y) < 0$

2. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 是相互独立的随机变量序列，服从共同的分布 $U(-1, 5)$，则下列结论正确的是 (　　)。

A) 对任意 $\epsilon > 0$，$\lim_{n\to\infty} P(|\frac{1}{n}(X_1 + \cdots + X_n) - 2| < \epsilon) = 0$；

B) 对任意 $\epsilon > 0$，$\lim_{n\to\infty} P(|\frac{1}{n}(X_1^2 + \cdots + X_n^2) - 7| < \epsilon) = 1$；

C) 对任意 $\epsilon > 0$，$\lim_{n\to\infty} P(|\frac{1}{n}(X_1^2 + \cdots + X_n^2) - 4| > \epsilon) = 1$；

D) 对任意 $\epsilon > 0$，$\lim_{n\to\infty} P(|\frac{1}{n}(X_1 + \cdots + X_n) - 3| > \epsilon) = 0$。

3. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的简单样本，μ, σ^2 均未知，则下列 (　　) 为 σ^2 的无偏估计量。

A) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$　　B) $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$

C) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n (X_i - \overline{X})^2$　　D) $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n (X_i - \overline{X})^2$

4. 设 (X, Y) 的联合密度为 $f(x, y)$ 如下，则下列哪种情形是独立的 (　　)。

A) $\begin{cases} x + y, & 0 \leq x, y \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$　　B) $\begin{cases} 4xy, & 0 \leq x, y \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

C) $\begin{cases} 2(x + y), & 0 \leq x < y \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$　　D) $\begin{cases} 8xy, & 0 \leq x < y \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

三. 解答题（共 60 分）

1. (8 分) 设书架上共有 10 本书，其中有 3 本语文书、4 本数学书、3 本物理书，试求下列随机事件的概率：

   1) 3 本语文书放在一起的概率？

   2) 4 本数学书放在一起并且 3 本物理书没有放在一起的概率？

2. （ 10 分) 根据保险公司的统计资料，将被保险人分为甲、乙两类，其中甲类占 30%，已知甲类人在一年内发生事故的概率为 0.4，乙类人在一年内发生事故的概率为 0.2。

   1) 现随机抽取一个被保险人，他在一年内发生事故的概率是多少？

   2) 若该被保险人在一年内发生了事故，则他是甲类人的概率是多少？

3. (10 分) 设连续型随机变量 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}2xe^{-\frac{x^2}{2}}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$$

1) 求 X 的分布函数；

2) 求 $Y=X^2$ 的密度函数。

4. (12 分) 设两维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} Ax, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

1) 验证常数 $A = 6$;

2) 计算 X, Y 的边缘密度;

3) 计算 X, Y 的相关系数。

5. (10 分) 设总体 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \lambda^2 x e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \le 0 \end{cases}$$

求 $\lambda > 0$ 的矩估计和极大似然估计。

6. (10 分)正常人的脉搏平均为 72 (次/分钟)，现从铅中毒的患者中抽取 10 个人，测得其脉搏为：54、67、68、78、70、66、67、70、65、69 (次/分钟)。假设脉搏服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$，取显著水平 $\alpha = 0.05$，铅中毒患者与正常人的脉搏是否有显著性差异？($t_9(0.05) = 1.8331$、$t_9(0.025) = 2.2622$、$t_{10}(0.05) = 1.8125$、$t_{10}(0.025) = 2.2281$)