10 浙江工业大学高等数学期中考试试卷 A

学院：________ 班级：_______ 姓名:_________ 学号:_________

题 号	一	二	三	四	五	六	总分
得 分							

一、填空题（每小题 4 分）：

1．$\lim\limits_{x\to\infty}(1+\dfrac{b}{x+a})^{cx+d}=$__________（其中 a,b,c,d 为常数）。

2．设 $f(x)=\dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}$，则 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$____________________。

3．$\lim\limits_{x\to 0}(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e^{x}-1})=$__________________。

4．设 $f(x)=\begin{cases}2+(x-1)\cos\dfrac{1}{x-1} & x<1\\ x^{2}+\ln x & x\geq 1\end{cases}$，则 $x=1$ 是 $f(x)$ 的__________点。

5．设 $y=e^{-\sin x^{2}}$，则 $dy=$__________________。

6．由方程 $xy^{2}-e^{xy}+2=0$ 确定的隐函数 $y=y(x)$ 的导数 $\dfrac{dy}{dx}=$______________。

7．$\lim\limits_{n\to\infty}n\left[\ln(n+3)-\ln n\right]=$____________________。

二、选择题（每小题 4 分）：

1．下列极限中，正确的是（　　　）

A．$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=1$　B．$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{2x}=1$　C．$\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\dfrac{1}{x}=1$　D．$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}=1$。

2．设函数 $y=f(x)$ 在 x_0 处可导，$\Delta y=f(x_0+h)-f(x_0)$，则当 $h\to 0$ 时，必有（　　　）

A．dy 是 h 的等价无穷小；　B．dy 是 h 的高阶无穷小；

C．$\Delta y-dy$ 是比 h 高阶的无穷小；　D．$\Delta y-dy$ 是 h 的同阶无穷小；

3．函数 $f(x)=\dfrac{1+2^{\frac{x+1}{x}}}{2-2^{\frac{1}{x}}}$ 的间断点类型是（　　　　　）

A．一个可去间断点，一个跳跃间断点；

B．一个无穷间断点，一个可去间断点；

C．一个跳跃间断点，一个无穷间断点；

D．二个无穷间断点。

三、（10 分）判断下列各命题（结论）是否正确（在括弧内填入√或×）：

1．若函数 $f(x)$ 在 $x=a$ 连续，那么 $|f(x)|$ 也在 $x=a$ 连续。（　　　）

2．若函数 $f(x)$ 在 $x=a$ 连续，且 $f(a)\neq 0$，则存在 a 的一个邻域 $U(a)$，在此邻域内有 $f(x)\neq 0$。（　　　）

3．若 $f(x)$ 在 a 的一个邻域 $U(a)$ 内满足 $f(x)\leq f(a)$，则 $f'(a)=0$。（　　　）

4．若函数 $f(x)$、$g(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上可导，且满足 $f(x)\leq g(x)$，则在区间 $[a,b]$ 上有 $f'(x)\leq g'(x)$。（　　　）

5．若函数 $f(x)$ 在 a 的一个邻域 $U(a)$ 内有定义，则 $f(x)$ 在 $x=a$ 点可导的充分必要条件是 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a)-f(a+2h)}{h}$ 存在。（　　　）

四、试解下列各题（每小题 7 分）：

1．求极限 $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\cos\sqrt{x}-\cos x}{1-\cos\sqrt{x}}$

2．求极限 $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(1+2^x+3^x\right)^{\frac{1}{x}}$

3．设 $y=\left(\dfrac{x}{1+x}\right)^{x}$，求：$\dfrac{dy}{dx}$

4．$\begin{cases} x=\ln\left(1+t^{2}\right) \\ y=t-\arctan t \end{cases}$，求：$\dfrac{dy}{dx}$，$\dfrac{d^{2}y}{dx^{2}}$

5．设函数 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\tan x-x}{x^{3}} & x>0 \\ ax+b & x\le 0 \end{cases}$，试确定常数 a,b，使 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续、可导；并求 $f'(0)$。

五、（**10** 分）设函数 $f(x)$ 满足下列条件：（1）$f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$，对一切 $x,y\in R$；（2） $f(x)=1+xg(x)$，而 $\lim\limits_{x\to 0}g(x)=1$。

证明：（1） $f(x)$ 在 R 上处处连续、可导；（2） $f'(x)=f(x)$；（3） $f(x)=e^{x}$。

六、（**5** 分）设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，且 $f(0)=f(1)$，证明存在 $\xi\in[0,1]$，

使得 $f(\xi)=f(\xi+\dfrac{1}{4})$。