17/18（一）浙江工业大学高等数学考试试卷

一、填空选择题（每小题 3 分）：

1．$\lim\limits_{n\to\infty} n\sin\dfrac{\pi}{n} =$

2．设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{2x}-1}{x} & x>0\\ a+x & x\le 0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续则常数 $a=$

3．设 $y=\dfrac{1}{x}e^{-x^2}$，则 $dy=$

4．曲线 $y=e^{2x}-1$ 在 $x=0$ 处的切线是

5．函数 $y=x^3+2x^2-6$ 的单调减少区间是

6．设 $y=y(x)$ 由方程 $x\sin y+ye^x=\dfrac{\pi}{2}$ 所确定，则 $y'(0)=$

7．不定积分 $\int\dfrac{x^2}{1+x}dx=$

8．曲线 $y=x^3-5x^2+6x$ 与 x 轴所围成的图形的面积是

9．$f(x)$ 在 $x=x_0$ 的某邻域内可导，且 $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f'(x)}{x-x_0}=\dfrac{1}{2}$，则 $x=x_0$ 是 $f(x)$ 的（　　）。

A)拐点；B)极大值点；C)极小值点；D)上述都不对。

10．下列函数中哪一个是 $\sin 2x$ 的原函数（　　）。

A) $\sin 2x$；B）$\cos 2x$；C）$1-\dfrac{1}{2}\sin 2x$；D）$1-\dfrac{1}{2}\cos 2x$。

11．设在区间 $[a,b]$ 上 $f(x)>0$，$f'(x)>0$，$f''(x)>0$，记 $A=\int_a^b f(x)dx$，

$B=f(a)(b-a)$，$C=\dfrac{1}{2}[f(a)+f(b)](b-a)$，则有（　　）。

A）$A>B>C$；B）$A>C>B$；C）$C>A>B$；D）$C>B>A$。

二、试解下列各题（每小题 6 分）：

1．求极限

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sin x}-\frac{1}{e^x-1}\right)$$

2．设 $\begin{cases} x=\ln\left(1+t^2\right) \\ y=t-\arctan t \end{cases}$，求：$\dfrac{dy}{dx}$，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$，

3．证明不等式 $2x\arctan x \geq \ln(1+x^2)$

4．求曲线 $y=(x+1)^2(x-2)$ 的极值点和拐点。

三、试解下列各题（每小题 6 分）：

1．求不定积分 $\int \dfrac{\sqrt{x}}{x\sqrt{x+1}}dx$

2．求定积分$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} x\sqrt{1-\cos^2 x}dx$

3．求圆盘$x^2+y^2\le 1$绕$x=-2$旋转一周所成旋转体的体积。

4．已知$f(x)$有连续的二阶导数，$f(0)=f(1)=1$，证明：

$$\int_0^1\left(f(x)+\frac{x(1-x)}{2}f''(x)\right)dx=1$$

5．设 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 内连续且 $f(x)>0$，证明函数 $F(x)=\dfrac{\int_0^x tf(t)dt}{\int_0^x f(t)dt}$ 在 $(0,+\infty)$ 内为单调增加函数。

四、（4 分）设函数 $f(x)$ 满足：$f(a)>0, f'(a)<0$ 且 $f''(x)<0$，证明方程 $f(x)=0$ 在 $(a,+\infty)$ 内有唯一实根。

五、（**9** 分）已知 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x^2+2x+2} & x\le 0\\ \dfrac{1}{1+e^x} & x>0\end{cases}$，$F(x)=\int_{-2}^{x}f(t)dt$

1．求 $F(x)$ 在 $[-2,2]$ 上的解析表达式；2．讨论 $F(x)$ 在 $x=0$ 点的连续性与可导性。