04/05(一)浙江工业大学高等数学A考试试卷

学院：________ 班级：_______ 姓名:_________ 学号:_________

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总 分
得 分										

一、试解下列各题（每小题 3 分）：

本题全部为填空题，请将答案填入题中横线上空白处，不填解题过程。

1. $\lim\limits_{n\to\infty} 2^n \sin 2^{1-n} =$ ________________。

2. 曲线 $f(x)=\sqrt[3]{1-x^2}$ 在 $x=1$ 处的切线是______________________。

3. 设 $y=x^x$，则 $dy=$________________________。

4. 函数 $y=x^2e^{-x}$ 的单调增加区间是_______________。

5. 已知 $\int f(x)dx = x^2+c$，则 $\int \cos x f(\sin x)dx =$_____________。

6. 反常积分 $\int_0^1 \dfrac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}dx =$__________。

7. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}[\sin\dfrac{\pi}{n}+\sin\dfrac{2\pi}{n}+\cdots+\sin\dfrac{(n-1)\pi}{n}] = \int_0^1$_________$dx$

8. 已知 $y_1=e^{-2x}$，$y_2=3xe^{-2x}$ 是微分方程 $y''+py'+qy=0$ 的解，则常数 $p=$______，$q=$______。

二、试解下列各题（每小题 4 分）：

本小题全部为选择题，每小题给出四种选项，其中有且仅有一个是正确的，将你认为正确的代码填入括号内。

1. 设函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处可导，$dy=f'(x_0)\Delta x$，$\Delta y = f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$，则当 $\Delta x\to 0$ 时，$\Delta y - dy$ 是 Δx 的（　　　　　　）

A．等价无穷小；　　B．高阶无穷小；

C．低阶的无穷小；　　D．同阶无穷小；

2. 函数 $f(x)=\dfrac{1+2^{\frac{x+1}{x}}}{2-2^{\frac{1}{x}}}$ 的间断点类型是（　　　　　）

A．一个可去间断点，一个跳跃间断点；　B．一个无穷间断点，一个可去间断点；

C．一个跳跃间断点，一个无穷间断点；　D．二个无穷间断点；

3．半径为 R 的圆柱形油桶装满了油，横放在地面上，油的密度为 ρ，则油桶盖上受到的压力是（　　　　　）

A． $\rho g\int_{-R}^{R}2(R+x)\sqrt{R^2-x^2}dx$；　　　B． $\rho g\int_{-R}^{R}2x\sqrt{R^2-x^2}dx$；

C． $\rho g\int_{-R}^{R}2(R-x)\sqrt{R^2-x^2}dx$；　　　D． $\rho g\int_{-R}^{R}2\sqrt{R^2-x^2}dx$；

4．设 $y=\int_0^x tf(x^2-t^2)dt$，则 $\dfrac{dy}{dx}=$（　　　　　）

A． $xf(x^2)$　　B． $-xf(x^2)$　　C． $2xf(x^2)$　　D． $-2xf(x^2)$

三、计算下列各题（每小题 6 分）：

1．设 $\begin{cases} x=\cos t^2 \\ y=t\cos t^2-\int_1^{t^2}\dfrac{\cos u}{2\sqrt{u}}du \end{cases}$，$t>0$ 求 $\dfrac{dy}{dx}$，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$

2．讨论函数 $y=6x+\dfrac{1}{x}-x^3$ 的极大极小值点和拐点。

四、计算下列各题（每小题 5 分）：

1．求：$\int\dfrac{x^2}{\sqrt{1+x}}dx$

2．求：$\int_0^{\pi}\sqrt{\sin^3 x-\sin^5 x}dx$

五、求解下列各题（每小题 6 分）：

1．证明底面半经为 r，高为 h 的正圆锥体的体积公式为 $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$。

2．求微分方程 $y''-2y'=xe^{2x}$ 的通解。

六、（7 分）设 $f(x)$ 有连续的二阶导数，证明：

$$\int_0^1[2f(x)+x(1-x)f''(x)]dx=f(0)+f(1)$$

七、（7 分）设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\tan x-x}{x^3} & x>0 \\ ax+b & x\le 0\end{cases}$，试确定常数 a,b，使 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续、可导；并求 $f'(0)$。

八、（7 分）连接两点 A（0，1）与 B（1，0）的一条曲线位于弦 AB 的上方，对于曲线上任意一点 $P(x,y)$，曲线与线段 AP 之间的面积为 x^3，求此曲线的方程。

九、（5 分）已知 $u(x)$，$v(x)$ 为连续函数，$\lim\limits_{x\to 0}\ln\dfrac{1+u(x)}{1+v(x)}=0$，$\lim\limits_{x\to 0}[u(x)-v(x)]=0$，$u(0)\ne -1$，证明：当 $x\to 0$ 时，$\ln[1+u(x)]-\ln[1+v(x)]$ 与 $u(x)-v(x)$ 是同阶无穷小。