

05/06(一)浙江工业大学高等数学A考试试卷

学院: _____ 班级: _____ 姓名: _____ 学号: _____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一、填空题（每小题4分）：

1. 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \sin t^2 dt}{x^n} = a \neq 0$, 则 $n =$ _____, $a =$ _____。

2. 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可微, 且有 $df(\sin 2x)|_{x=0} = dx$, 则 $f'(0) =$ _____。

3. 曲线 $y = x^5 + 5x^3 - x - 2$ 的拐点坐标是 _____。

4. 设 $f(x) = (x^3 + 1)\cos^2 x$, 则 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx =$ _____。

~~5.~~ 微分方程 $xy' + y = y \ln(xy)$ 的通解是 _____。

~~6.~~ 微分方程 $y''' - y'' = 2$ 的通解是 _____。

二、选择题（每小题4分）：

1. 已知 $y = f(x)$ 的导函数 $y' = f'(x)$ 图形, 则曲线 $y = f(x)$ 的单增区间是 ()

- (A) $(0, 1)$; (B) $(1, 2)$;
(C) $(2, 3)$; (D) $(1, 3)$;

2. 设 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 附近四阶连续可导, 且 $f'(x_0) = f''(x_0) = f'''(x_0) = 0$, $f^{(4)}(x) > 0$, 则 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 有 ()

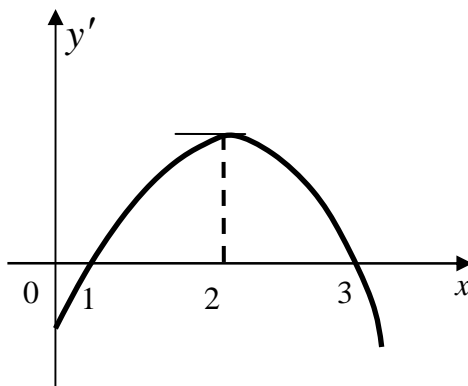
- (A) 极大值; (B) 极小值; (C) 拐点; (D) 无极值也无拐点;

3. 设 $f(x) = 2x^2 + x|x|$, 则 $f''(0)$ ()

- (A) 等于0; (B) 等于1; (C) 等于2; (D) 不存在;

4. 一盛满水的圆柱型贮水桶高5m, 底圆半径3m, 把桶内水全部吸出需作的功 ()

- (A) 4842 (KJ); (B) 3462 (KJ); (C) 2547 (KJ); (D) 1325 (KJ);



三、试解下列各题（每小题 6 分）：

1. 设 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 在 $x=1$ 处取得极小值 -2 ，求 a, b 的值。

2. 求 $\int \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx$

3. 求 $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\sin \ln(1+x) - \sin \ln x]$

四、试解下列各题（每小题 7 分）：

1. 求曲线 $f(x) = \int_{-1}^x (1-|t|)dt$ ， $(x \geq -1)$ 与 x 轴所围的面积。

2. 求上半圆周 $(x-2)^2 + y^2 = 4$ 与 x 轴所围图形绕 y 轴旋转所成立体的体积。

~~五~~、（7 分）设函数 $f(x)$ 连续，且满足 $f(x) = \sin x - \int_0^x (x-t)f(t)dt$ ，求： $f(x)$

六、（8 分）设函数 $f(x)$ 对一切 $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ 满足等式 $f(x_1 + x_2) = f(x_1)f(x_2)$ ，且 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续、可导， $f(0) \neq 0$ ， $f'(0) \neq 0$ ，（1）证明 $f(x)$ 处处连续、可导；~~（2）~~ 求 $f(x)$ 。

七、（4 分）设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ ，且 $f''(x) > 0$ ， $x \in \mathbb{R}$ ，证明：对所有 $x \in \mathbb{R}$ 有 $f(x) \geq x$ 。

八、（9 分）（1）证明 $\int_l^{l+\pi} |\sin x| dx = \int_0^\pi |\sin x| dx$ ， l 为常数；

（2）计算 $\int_l^{l+n\pi} |\sin x| dx$ ， n 为正整数；

（3）求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^x |\sin t| dt}{x}$ ；