

2012 浙江工业大学高等数学(上)考试试卷 A

学院：_____ 班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

任课教师 _____

题 号	一	二	三	四	五	六	总 分
得 分							

一、选择填空题（每小题 3 分）：

1. 下列极限中正确的是（ ）。

(A) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 1$; (B) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 1$;

(C) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$; (D) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} = \frac{1}{2}$ 。

2. 设在 $[0,1]$ 上 $f''(x) > 0$ ，则下列几个数的大小顺序正确的是（ ）。

(A) $f'(1) > f'(0) > f(1) - f(0)$;

(B) $f'(1) > f(1) - f(0) > f'(0)$;

(C) $f(1) - f(0) > f'(1) > f'(0)$;

(D) $f'(1) > f(0) - f(1) > f'(0)$ 。

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 设 $f'(0) = 2, f(0) = 0$ ，则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. $d[\sin(1 + 3x^2)] = \underline{\hspace{2cm}} dx$ 。

6. 设 $\begin{cases} x = \frac{1}{2}t^2 \\ y = 1 - t \end{cases}$ ，则 $\frac{d^2y}{dx^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 方程 $2x^3 + 3x^2 + 6x = 0$ 有 个实根。

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \cos t^2 dt}{2x} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \sin 2x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

~~10.~~ 微分方程 $(e^{x+y} - e^x)dx + (e^{x+y} + e^y)dy = 0$ 的通解是 。

~~11.~~ 微分方程 $y'' + y = 1$ 的通解是 。

二、试解下列各题（每小题 6 分）：

1. 设 $y = 2^x + \frac{\tan x}{x^2 + 1}$, 求: y'

2. 求函数 $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 5$ 的拐点和凹凸区间。

3. 证明不等式: $1 + \frac{1}{2}x \geq \sqrt{1+x} \quad (x \geq 0)$ 。

4. 证明不等式: $2e^{-\frac{1}{4}} \leq \int_0^2 e^{x^2-x} dx \leq 2e^2$

三、试解下列各题（每小题 6 分）：

1. 求不定积分 $\int \frac{2x-1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ 。

2. 求定积分 $\int_1^e x \ln x dx$ 。

四、试解下列各题（每小题 5 分）：

1. 设 $f(x)$ 是连续函数，且满足方程 $f(x) - 2\int_0^x f(t)dt = x^2 + 1$ ，求： $f(x)$

2. 设 $f(x)$ 连续，且 $f(x) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} x - \sqrt[4]{1-x^2} \int_{-1}^1 f^2(x)dx$ ，试求： $\int_{-1}^1 f^2(x)dx$

3. 设 $f(x)$ 是 $[a, b]$ 区间上的非负连续函数，证明在 $[a, b]$ 区间上存在一点 c ，使直线 $x = c$ 将曲线 $y = f(x)$ 与直线 $x = a, x = b, y = 0$ 所围的曲边梯形的面积二等分。

五、（8 分）已知 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 + 2x + 2} & x \leq 0 \\ \frac{1}{1 + e^x} & x > 0 \end{cases}$ ， $F(x) = \int_{-2}^x f(t)dt$

（1）求 $F(x)$ 在 $[-2, 2]$ 上的解析表达式。

（2）讨论 $F(x)$ 在 $x = 0$ 点的可导性。

六、（8 分）设曲线 $y = \sqrt{x-1}$ ，

（1）求此曲线在点 $(2, 1)$ 处的法线；

（2）求该曲线与在点 $(2, 1)$ 处的法线及直线 $x = 0, y = 0$ 所围图形的面积；

（3）求上述所围图形绕 y 轴旋转所成立体的体积。