浙江工业大学 2013 - 2014 学年第二学期
概率论与数理统计试卷

姓名：__________ 学号：__________ 班级：__________ 任课教师：__________

一. 填空题 (每空 2 分，共 22 分)

1. 设 $P(A\cup B)=2P(A)$，$P(AB)=\frac{1}{2}P(A)$，$P(A)>0$，则 $P(A|B)=$ ____。

2. 从 2 个红球，2 个蓝球，3 个黄球中任取 2 个，其中黄球的数目比红球多的概率为 ____。

3. 设 $X\sim e(\lambda)$，$P(X>1)=0.5$，则 $P(1<X<2)=$ ____。

4. 设连续型随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=e^{-x^2+2x+c}$，则 $EX=$ ____。

5. 设 $X\sim P(4)$，$Y\sim e(1)$，$\rho(X,Y)=-0.5$，则 $E(2X+Y)=$ ____，$Var(2X+Y)=$ ____。

6. 设 $EX=2, EX^2=6$，则由切比雪夫不等式，$P(0<X<4)\geq$ ____。

7. 设 $X_1,X_2,X_3,\cdots$ 是独立同分布随机变量序列，$EX_1=3$，$Var(X_1)=9$，则由中心极限定理，$P(240<X_1+X_2+\cdots+X_{100}<360)\approx$ ____。($\Phi(1)=0.8413, \Phi(2)=0.9772$)

8. 设 $X\sim N(\mu,2^2)$，X_1,X_2,X_3,X_4 是其样本，令

$$U=C\frac{(X_1-\mu)^2+(X_2-\mu)^2}{(X_3-X_4)^2}$$

服从 F-分布，则其自由度为____，常数 $C=$ ____。

二. **选择题** (每题 3 分，共 18 分)

1. 随机事件 A 表示“甲和乙都获得优秀”，随机事件 B 表示“甲和乙都没有获得优秀”，则 $\bar{A}\,\bar{B}$ 表示 (　　)。
   A) 甲获得优秀，乙没有获得优秀
   B) 甲没有获得优秀，乙获得优秀
   C) 甲和乙有且仅有一个获得优秀
   D) 甲和乙至少有一个获得优秀

2. 下列性质和“X,Y 不相关”不等价的是 (　　)。
   A) $Var(X+Y)=Var(X-Y)$
   B) $E(X-1)(Y-1)=E(X-1)(Y-1)$
   C) $Var(X+2Y)=Var(X-2Y)$
   D) X, Y 相互独立

3. 设 $X_1, X_2, X_3, \cdots$ 是独立同分布随机变量序列，$X_1 \sim U(-2,6)$，则下列说法正确的是 (　　)。
   A) $\forall\, \epsilon>0$，$\lim_{n\to\infty} P(|\frac{1}{n}(X_1+X_2+\cdots+X_n)-2|>\epsilon)=0$
   B) $\forall\, \epsilon>0$，$\lim_{n\to\infty} P(|\frac{1}{n}(X_1+X_2+\cdots+X_n)-2|>\epsilon)=1$
   C) $\forall\, \epsilon>0$，$\lim_{n\to\infty} P(|\frac{1}{n}(X_1+X_2+\cdots+X_n)-4|>\epsilon)=0$
   D) $\forall\, \epsilon>0$，$\lim_{n\to\infty} P(|\frac{1}{n}(X_1+X_2+\cdots+X_n)-4|>\epsilon)=1$

4. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma_0^2)$，其中 μ 未知，σ_0^2 已知，X_1, X_2, X_3 是其样本，则下列不为统计量的是 (　　)。
   A) $X_1^2+X_2X_3$　　B) $X_1+E(X_2)$
   C) $(X_1+X_2)^2$　　D) $(X_1-X_2)^2-\sigma_0^2$

5. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是其样本，$\overline{X}=\frac{1}{n}(X_1+X_2+\cdots+X_n)$ 是样本均值，$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ 是样本方差，那么 μ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间为 (　　)。
   A) $(\overline{X}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_\alpha(n-1), \overline{X}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_\alpha(n-1))$
   A) $(\overline{X}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1), \overline{X}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1))$
   A) $(\overline{X}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}t_\alpha(n-1), \overline{X}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}t_\alpha(n-1))$
   A) $(\overline{X}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1), \overline{X}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1))$

三. 计算题 (共 60 分)

1. (12 分) 设 A, B, C, D, E, F 是单位圆内接正六边形的顶点，从中任取三个顶点，令 X 为所得三角形的面积。

   1) 求 $P(X = \frac{\sqrt{3}}{4})$；

   2) 求 X 的分布表；

   3) 计算 X 的期望；

   4) 计算 X 的方差。

2. (12 分) 设连续型随机变量 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} Cx(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

1) 验证常数 $C = 6$；

2) 求分布函数 $F(x)$；

3) 求 $Y = (2X-1)^2$ 的密度函数。

3. (14 分) 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x,y) = \begin{cases} Cx(1-y), & 0 < x, y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

1) 验证常数 $C = 4$；

2) 求 X, Y 的边缘概率函数，并判断独立性；

3) 计算 $P(X < Y)$。

4. (12 分) 设总体 X 的分布表为

X	0	2	3
p	$1-\theta$	$\theta-\theta^2$	θ^2

其中 $0<\theta<1$，X 的一组观察值为 $2,2,0,3,0$，求 θ 的矩估计值和极大似然估计值。

5. (10 分) 已知一种机器生产螺丝的长度服从正态分布 $N(20,\sigma^2)$（单位：cm ），现抽取某台机器生产的螺丝 16 件，测量其长度，得样本均值 $\overline{x}=21.2$ cm，样本标准差 $s=2.4$ cm。取显著水平 $\alpha=0.05$，问该机器工作是否正常？（ $t_{0.05}(15)=1.7531, t_{0.025}(15)=2.1315, t_{0.05}(16)=1.7459, t_{0.025}(16)=2.1199$)