浙江工业大学 2013/2014 第一学期概率统计试卷（A）

任课教师___________

班级_______________姓名____________学号________________计分_________

题号	一	二	三	四	五
应得分	30	16	18	30	6
实得分					

一、填空题（每空 3 分，共 30 分）

1. 已知 10 把钥匙中有 2 把能打开某扇门，现采用不放回试开方式，则在三次内能打开此门的概率为____________________。

2．一种零件的加工由独立的 3 道工序完成，每道工序的废品率均为 p，则一个零件经 3 道工序加工后为正品的概率为___________________。

3. 设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 相互独立且均服从 0-1 分布,其概率函数为

$p(x) = p^x(1-p)^{1-x}, x = 0,1,$　则 $X = \sum_{i=1}^{n} X_i$ 服从的分布是____________________。

4. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$，且二次方程 $y^2 + 4y + X = 0$ 无实根的概率为 0.5，则 μ 的值为_____________ 。

5. 对于随机变量 X 和 Y，已知概率 $P\{X \ge 0\} = P\{Y \ge 0\} = \frac{4}{7}, P\{X \ge 0, Y \ge 0\} = \frac{3}{7}$，则 $P\{\max[X,Y] \ge 0\} =$_______________。

6. 设两个随机变量 X 与 Y 相互独立且分别服从参数为 λ_1, λ_2 的泊松分布，则 $X+Y$ 服从参数为__________________的泊松分布.

7. 设相互独立的随机变量 $X \sim N(1,4), Y \sim N(2,9)$, 则 $Var(3X-2Y)$ 的值为_______。

8. 设 X_1， X_2, …, X_m 为来自二项分布总体 $B(n, p)$ 的简单随机样本，$\overline{X}$ 和 S^2 分别为样本均值和样本方差，记统计量 $T = \overline{X} - S^2$，则 $E(T)$ =____________。

9. 设 $f_1(x)$ 为标准正态分布的概率密度，$f_2(x)$ 为 $[-1,3]$ 上的均匀分布的概率密度，若 $f(x) = \begin{cases} af_1(x) & x \le 0 \\ bf_2(x) & x > 0 \end{cases} (a > 0, b > 0)$ 为概率密度，则 a, b 应满足的条件是__________。

10. 设相互独立的随机变量 $X \sim N(0,1), Y \sim N(0,1)$, 则 Y^2 / X^2 服从____________分布。

二、单选题(每小题 2 分,共 16 分)

1．若事件 A,B 同时发生，事件 C 必然发生，则（　　　　）

A、 $P(C)\geq P(A)+P(B)-1$　　　B、$P(C)\leq P(A)+P(B)-1$

C、$P(C)=P(AB)$　　　D、$P(C)=P(A\cup B)$

2.　设事件 A,B 互不相容，即满足 $AB=\phi$，则下列结论中肯定正确的是（　　　　）

A、$\overline{A},\overline{B}$ 不相容　　B、$\overline{A},\overline{B}$ 相容　　C、$P(A-B)=P(A)$　　D、　$P(AB)=P(A)P(B)$

3．设随机变量 $X\sim N(1,\sigma^2)$ 且 $P(1\leq X\leq 3)=0.3$，则 $P(X\leq -1)=($　　　　$)$。

A、0.1　　　B、0.2　　　C、0.3　　　D、0.5

4. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且都服从[0,1]上的均匀分布,则下列结果错误的是(　　　　).

A、$P(X+Y>1)=1/2,$　　　B、　$P(X-Y>0)=1/2,$

C、$P(X+Y<1)=1/2,$　　　D、　$P(X+Y>1/2)=1/4,$

5．对任意两个随机变量 X 与 Y，则下列命题中等价的是 (　　　　　　)。

①X，Y 相互独立 ②X，Y 不相关 ③$E(XY)=EX\ EY$ ④$Var(X+Y)=Var(X)+Var(Y)$

A、①②③④　　　B、③④　　　C、②③④　　　D、①③④

6。设随机变量 X 服从标准正态分布，数 u_α 是 X 的上 α 分位点，即对给定的 $\alpha\in(0,1)$，

u_α 满足 $P\{X>u_\alpha\}=\alpha$.则 $P\{|X|<u_\alpha\}$ 等于（　　　　　）.

A、2α　　B、$1-2\alpha$　　C、$\alpha/2$　　D、$1-\alpha/2$

7. 在假设检验中，用 α 和 β 分别表示犯第一类错误和第二类错误的概率，则当样本容量一定时，下列结论正确的为（　　　　　）。

A、α 减小 β 也减小　　　B、α 和 β 其中一个减小时另一个往往会增大

C、α 增大 β 增大　　　D、α 减小 β 也减小，α 增大 β 增大

8. 设总体 X 服从参数 $\lambda\ (\lambda>0)$ 的泊松分布，$X_1,X_1,\cdots X_n (n\geq 2)$ 为来自总体的简单随机样本，对应的统计量 $T_1=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ ，$T_2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1}X_i+\frac{1}{n}X_n$，则(　　　　)

A、$ET_1>ET_2,Var(T_1)>Var(T_2)$　　　B、$ET_1>ET_2,Var(T_1)<Var(T_2)$

C、$ET_1<ET_2,Var(T_1)<Var(T_2)$　　　D、　$ET_1<ET_2,Var(T_1)>Var(T_2)$

三.解答下列各题（每小题 6 分,共 18 分）

1． 设事件 A,B 满足 $P(B\,|\,A)=P(\overline{B}\,|\,\overline{A})=\dfrac{1}{3}$， $P(A)=\dfrac{1}{3}$，求 $P(B)$。

2. 设随机变量 X 服从标准正态分布，求 $Y=e^X$ 的概率密度。

3. 设随机变量 X 和 Y 相互独立, 其联合分布律为

Y / X	y_1	y_1	y_1
x_1	a	$1/8$	$1/4$
x_2	$1/8$	b	$1/4$

试求常数 a，b，并写出 Y 的边缘分布律。

四.解答下列各题（每小题 10 分,共 30 分）

1.设二维随机向量(X,Y)的联合密度函数为

$$f\left(x,y\right)=\begin{cases}\dfrac{x+y}{8}, & 0\le x\le 2,0\le y\le 2;\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

求$E(X),E(XY),Var(Y),Cov(X,Y)$及相关系数$\rho_{XY}$.

2. 某厂正常生产的灯泡寿命$X \sim N(\mu, \sigma^2)$，μ, σ^2均未知，现随机地抽取 16 只灯泡进行测试，求得样本均值$\bar{x}=1832$，样本标准差$s=36$(单位：小时)。

（1）试求 σ^2的置信区间(置信度 $1-\alpha=0.95$).

（2）是否可以认为灯泡的平均寿命显著的大于 1800？（显著性水平为$\alpha=0.05$）

3．设总体 X 的概率密度为 $f(x,\alpha)=\begin{cases}(\alpha+1)x^{\alpha}, & 0<x<1 \\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$为来自总体X的样本，观察值为$(x_1, x_2, \cdots, x_n)$.求参数α的极大似然估计量。

五、本大题两个小题任选一题作答（6 分）

1. 设 X_1, X_2, X_3, X_4 为来自总体 $N(1, \sigma^2)$ 的样本，求统计量 $\dfrac{X_1 - X_2}{|X_3 + X_4 - 2|}$ 的分布。

2. 超市每笔收入都以 0.1 元为单位计算，不足 0.1 元部分则舍之，因此，商店每笔都可能少收几分钱。设超市一天内有 1200 笔销售收入，各笔销售收入之间相互独立，以 X_i（$i = 1,2\cdots 1200$) 表示第 i 笔销售收入实际少收的金额，可以认为 X_i 服从[0,0.1]上的均匀分布，试用中心极限定理计算该超市一天内至多实际少收 62 元的概率。

附表：

$\chi^2_{0.975}(15) = 6.262, \chi^2_{0.025}(15) = 27.488, \chi^2_{0.975}(16) = 6.902, \chi^2_{0.025}(16) = 28.845$

$t_{0.05}(15) = 1.753, t_{0.05}(16) = 1.746, t_{0.025}(15) = 2.132, t_{0.025}(16) = 2.12$

$\Phi(2) = 0.9772,\ \Phi(1.65) = 0.95,\ \Phi(1.96) = 0.975,$