

浙江工业大学 2015 - 2016 学年第二学期
概率论与数理统计试卷

姓名: _____ 学号: _____ 班级: _____ 任课教师: _____

一. 填空题, 共 30 分, 每空 3 分。

1. 50 个晶体管中有 5 个次品, 无放回依次从中抽取 2 只, 则第二次取出次品的概率是 _____。
2. 设事件 A, B 相互独立, $P(A \cup B) = 0.7$, $P(A) = 0.4$, 则 $P(B) =$ _____。
3. 设事件 A, B 互斥, $P(A) = 0.6$, $P(\bar{A}B) = 0.2$, 则 $P(B) =$ _____。
4. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} A(8-x), & 0 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 则 $A =$ _____。
5. 随机变量 X 满足 $EX = 2$, $Var(5 - X) = 0$, 则 $EX^2 =$ _____。
6. 二维随机变量 (X, Y) 的联合分布函数为

$$F(x, y) = \begin{cases} 1 - 3^{-x} - 3^{-y} + 3^{-x-y}, & x \geq 0, y \geq 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

则 X 的边缘分布函数为 _____。

7. 设 $X \sim N(1, \sigma^2)$, $P(-1 < X < 3) = 0.9$, 则 $P(X < -1) =$ _____。
8. 设 $EX = 2$, $EX^2 = 8$, 则由切比雪夫不等式, $P(-1 < X < 5) \geq$ _____。
9. 设样本 X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 是来自总体 $N(0, 1)$ 的样本, 统计量 $Y = \frac{C(X_1 + X_2)}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2 + X_5^2}}$ 服从 t -分布, 则常数 $C =$ _____。
10. 设 X_1, X_2, \dots, X_9 是来自总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, 测得样本均值 $\bar{x} = 11$, 样本方差 $s^2 = 4$, 则 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间是 _____。($t_{0.05}(8) = 1.860$, $t_{0.05}(9) = 1.833$, $t_{0.025}(8) = 2.306$, $t_{0.05}(9) = 2.262$)

二. 选择题, 共 12 分, 每题 3 分。

1. 设随机事件 A 表示“零件长度不合格”, B 表示“零件直径合格”, 则“零件长度或直径不合格”为 ()。
A) $A \cap \bar{B}$ B) $\bar{A} \cap B$ C) $A \cup \bar{B}$ D) $\bar{A} \cup B$
2. 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma_0^2)$ 的样本, 其中 μ 未知, σ_0^2 已知, 则下列样本函数不是统计量的是 ()。
A) $\frac{1}{4}(X_1 + X_2 + X_3 + X_4)$ B) $X_1 + 2\mu$
C) $\max\{X_1, X_2, X_3, X_4\}$ D) $\frac{1}{\sigma_0^2}(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2)$

3. 设随机变量 X, Y 满足 $Var(2X + 3Y) = Var(3X + 2Y)$, 则 ()。
- A) $EX = EY$ B) $Var(X) = Var(Y)$ C) $EX^2 = EY^2$ D) $Var(X^2) = Var(Y^2)$

4. 随机变量 $X \sim t(n)$, $Y = \frac{1}{X^2}$, 则 ()。
- A) $Y \sim \chi^2(n)$ B) $Y \sim \chi^2(n-1)$ C) $Y \sim F(1, n)$ D) $Y \sim F(n, 1)$

三. 解答题, 共 6 题, 58 分。

1. (8 分) 有朋自远方来, 他乘坐火车、轮船、汽车、飞机来的概率分别是 0.3, 0.2, 0.1, 0.5, 若乘火车、轮船、汽车来迟到的概率分别是 $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{12}$, 而乘飞机不会迟到。若他迟到了, 那么他乘火车的概率是多少?

2. (10 分) 某型号零件的寿命 X (单位: 小时) 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1000}{x^2}, & x > 1000, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

则 5 只零件中至少有 2 只寿命大于 1500 小时的概率是多少?

3. (10 分) 二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} c(6 - x - y), & 0 < x < 1, 0 < y < 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(a) 求常数 c ;

(b) 求 $P(X \geq \frac{1}{2}, Y > 1)$ 。

4. 设随机变量 X, Y 相互独立, 其联合分布律为

X \ Y	Y		
	-1	0	1
1	a	$\frac{1}{8}$	c
2	$\frac{1}{8}$	b	$\frac{1}{4}$

求常数 a, b, c 。

5. 设总体 X 的密度函数为 $f(x; \theta) = \begin{cases} \theta, & 1 < x < 2 \\ 1 - \theta, & 2 \leq x < 3, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ 其中 $0 < \theta < 1$ 是未知参数。设 X_1, X_2, \dots, X_n

是来自总体 X 的样本, 记 N 为样本观测值 x_1, x_2, \dots, x_n 中不小于 2 的样本个数。求 θ 的矩估计和极大似然估计。

6. 某工厂生产某种型号的电池, 其寿命 (单位: 小时) 服从方差为 $\sigma^2 = 5000$ 的正态分布。现有一批电池, 从生产状况, 寿命的波动性可能有变化。现随机选取 26 只电池, 测得样本方差 $s^2 = 9200$ 。取显著水平 $\alpha = 0.02$, 能否认为这批电池的波动性有显著变化? ($\chi_{0.01}^2(25) = 44.313, \chi_{0.01}^2(26) = 45.642, \chi_{0.99}^2(25) = 11.52, \chi_{0.99}^2(26) = 12.2$)