

# 10 浙江工业大学高等数学(上)考试试卷 A

学院 \_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_

任课教师 \_\_\_\_\_

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总 分
得 分								

## 一、试解下列各题（每小题 3 分）：

- $\lim_{x \rightarrow 0} x \cot x = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$
- $d[\sin(1+3x^2)] = \underline{\hspace{2cm}} dx$ 。
- 设  $\begin{cases} x = at^2 \\ y = bt^3 \end{cases}$ ，则  $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。
- 设  $y = y(x)$  由方程  $xy = e^{x+y}$  所确定，则  $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 曲线  $y = 2x + \frac{8}{x}$  ( $x > 0$ ) 在区间  $\underline{\hspace{2cm}}$  是单调增加的。
- 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ ax+b & x > 1 \end{cases}$  在  $x=1$  处连续且可导，则常数  $a, b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 设  $f''(x)$  在  $x=0$  的邻域内连续，则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + f(-x) - 2f(0)}{x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{2x} \cos t^2 dt}{3x} = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。
- 曲线  $y = x^2$ ， $x = y^2$  所围成图形绕  $y$  轴旋转所成旋转体的体积为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- $\int_0^\pi \sqrt{1 - \sin^2 x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

## 二、试解下列各题（每小题 3 分）：

- 设  $f(x)$  的导数在  $x=a$  处连续，又  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{x-a} = 1$ ，则下列选项正确的是（ ）
  - $x=a$  是  $f(x)$  的极大值点；
  - $x=a$  是  $f(x)$  的极小值点；
  - $(a, f(a))$  是  $y = f(x)$  的拐点；
  - $x=a$  不是  $f(x)$  的极小值点， $(a, f(a))$  也不是  $y = f(x)$  的拐点。

2. 设  $f(x)$  可导, 且  $f(0) = 0$ , 则  $x = 0$  是函数  $\phi(x) = \frac{f(x)}{x}$  的 ( )。

A) 可去间断点; B) 跳跃间断点; C) 无穷间断点; D) 震荡间断点。

3. 半径为  $R$  的圆柱形水桶内有半桶水, 横放在地上, 一个端面受到的压力是 ( )

A)  $\int_0^R 2g\rho\sqrt{R^2 - x^2} dx$ ; B)  $\int_0^R 2g\rho x\sqrt{R^2 - x^2} dx$ ;

C)  $\int_0^R g\rho x\sqrt{R^2 - x^2} dx$ ; D)  $\int_0^R 2\pi g\rho x\sqrt{R^2 - x^2} dx$ 。

~~X~~ 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上二次可导, 满足  $f''(x) + f'(x) = f(x)$ ,  $f(a) = f(b) = 0$ , 则在  $[a, b]$  上 ( )

A)  $f(x)$  恒为零; B) 存在一个点  $x_0$ , 使  $f''(x_0) > 0$ ;

C)  $f(x)$  不恒为零; D) 存在一个点  $x_0$ , 使  $f'(x_0) > 0$ 。

三、计算下列积分 (每小题 6 分):

1.  $\int \sec x dx$

2.  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{1 + \sin x} dx$

四、试解下列各题（每小题 6 分）：

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2(1 - x \sin \frac{1}{x})$

2. 求函数  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$  的极值

~~3.~~ 求微分方程  $xy'' - y' = x^2$  的通解

五、(8分) 求抛物线  $y = -x^2 + 4x - 3$  及其在点  $(0, -3)$  和  $(3, 0)$  处的切线所围成图形的面积。

~~六~~、(8分) 设函数  $y(x)$  二阶导数连续, 满足  $y(x) = 1 - \frac{1}{3} \int_0^x [y''(t) + 2y(t) - 6te^{-t}] dt$ , 且  $y'(0) = 0$ , 试求  $y(x)$ 。

七、试解下列各题（每小题 4 分）：

1. 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上非负连续，求证在  $[a, b]$  上存在一点  $\xi$ ，使直线  $x = \xi$  将曲线  $y = f(x)$  与直线  $x = a, x = b, y = 0$  所围曲边梯形的面积二等分。

2. 证明恒等式  $\int_0^{\sin^2 x} \arcsin \sqrt{t} dt + \int_0^{\cos^2 x} \arccos \sqrt{t} dt = \frac{\pi}{4} \quad (0 < x < \frac{\pi}{2})$

3. 设  $p > 0$ ，求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{x^n}{1+x^p} dx$ 。