

浙 江 工 业 大 学

《概率论与数理统计 B I 》 期末试卷

(2012/2013 学年第一学期)

任课教师_____ 学院_____ 班级_____

学号 _____ 姓名 _____ 得分_____

一 填空 (共 30 分, 每空 3 分)

1. 向单位圆 $x^2 + y^2 \leq 1$ 内随机地投三个点, 则 3 个点中恰有两个落在第一象限内的概率为_____。
2. 设事件 A, B 相互独立, 且 $P(A) = 0.8, P(A - B) = 0.6$, 则 $P(B) =$ _____。
3. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 且二次方程 $y^2 + 4y + X = 0$ 有实根的概率为 0.5, 则 $\mu =$ _____。
4. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率分布如下表所示

$X \backslash Y$	1	2	3
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$
2	$\frac{1}{3}$	a	b

若 X 与 Y 相互独立, 则 $a =$ _____, $b =$ _____。

5. 设连续型随机变量 X 的概率密度函数为

$$\begin{cases} x^2, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & 1 \leq x < a \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

则 $a =$ _____, $P(X > 0.6) =$ _____。

6. 设 $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ 是来自于正态总体 $N(0, 1)$ 的一个简单样本, 统计量

$Y = c_1(X_1 + X_2)^2 + c_2(X_3 + X_4 + X_5 + X_6)^2$ 服从自由度为 2 的 χ^2 分布, 则

$c_1 = \underline{\hspace{2cm}}, c_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 设 X_1, \dots, X_9 来自总体 $X \sim N(\mu, 0.9^2)$ 的一个简单样本, 测得样本均值为 $\bar{x} = 5$, 则参

数 μ 的置信度为 0.95 的置信区间是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。($Z_{0.05} = 1.65, Z_{0.025} = 1.96$)

二 选择 (共 10 分, 每题 2 分)

1. 设 A, B 为两个随机事件, $0 < P(A), P(B) < 1$, 且 $P(A|B) = P(A)$, 则 ()

- A. A, B 相互独立 B. A, B 互斥
C. A, B 对立 D. A, B 既不独立也不互斥

2. 设 X 为随机变量, $E(X) = \mu, Var(X) = \sigma^2$ ($\mu, \sigma > 0$ 为常数), 则对任意常数 c , 必有 ()

- A. $E[(X-c)^2] = E(X^2) - c^2$ B. $E[(X-c)^2] = E[(X-\mu)^2]$
C. $Var(X+c) > Var(X)$ D. $Var(X+c) = Var(X)$

3. 设 X 为随机变量, $E(X) = \mu, Var(X) = 0.009$, 若要求 $P\{|X-\mu| < \varepsilon\} > 0.9$, 则由切比雪夫不等式必有 ()

- A. $\varepsilon \leq 0.6$ B. $\varepsilon < 0.3$ C. $\varepsilon \geq 0.3$ D. $\varepsilon \geq 0.6$

4. 设 X_1, X_2, X_3 为总体 X 的样本, $E(X) = \mu, D(X) = \sigma^2$ 均存在, 下列统计量中哪个不是参数 μ 的无偏估计量 ()

- A. $\hat{\mu}_1 = \frac{2}{5}X_1 + \frac{1}{5}X_2 + \frac{2}{5}X_3$ B. $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{6}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{2}X_3$
C. $\hat{\mu}_3 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{4}X_3$ D. $\hat{\mu}_4 = \frac{1}{7}X_1 + \frac{3}{14}X_2 + \frac{9}{14}X_3$

5. 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自于正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个简单样本, 其中 μ 已知, σ^2 未知,

则下列表达式不是统计量的是 ()

- A. $\frac{1}{4}(X_1 + X_2 + X_3 + X_4)$ B. $X_1 + 2\mu$
C. $\max(X_1, X_2, X_3, X_4)$ D. $\frac{1}{\sigma^2}(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2)$

三 计算（共 60 分，共 6 题）

1. (8 分) 设某人从外地赶来参加紧急会议，他乘火车、轮船、汽车或飞机来的概率分别是

$\frac{3}{10}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ 和 $\frac{2}{5}$ 。如果他乘飞机来，不会迟到；而乘火车、轮船或汽车来，迟到的概率分别是 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ 。现此人迟到，求他乘火车参加会议的概率。

2. (10 分) 设随机变量 X 具有密度函数

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x \in [0, 1] \\ 0, & x \notin [0, 1] \end{cases}$$

1) 求常数 a ，使得 $P\{X \geq a\} = P\{X < a\}$ ；

2) 求 $Y = X^2$ 的概率密度函数。

3. (12 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} Axe^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

- 1) 证明常数 $A=1$; 2) 求随机变量 X, Y 的边缘密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$, 并判断 X 和 Y 的独立性; 3) 求概率 $P(X+Y < 1)$ 。

4 (10 分) 设随机变量 $X \sim P(2), Y \sim U(0, 6)$, 且它们的相关系数 $\rho_{XY} = \frac{1}{\sqrt{6}}$, 记

$Z = 3X - 2Y$, 求 $E(Z)$ 和 $Var(Z)$ 。

5. (10 分) 设总体 X 具有密度函数

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \theta x^{-\theta-1} & x > 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

其中未知参数 $\theta > 1$, (X_1, X_2, \dots, X_n) 是从该总体中抽出的简单样本, 求 1) 参数 θ 的矩估计量; 2) 参数 θ 的极大似然估计量。

6. (10 分) 假设正常人的脉搏服从正态分布, 正常人的脉搏 平均为 72 次/分钟, 现测得 16 例慢性铅中毒患者的脉搏数据 (单位: 次/分钟) 如下:

54, 54, 67, 68, 78, 70, 66, 67, 70, 65, 69, 67, 68, 78, 54, 68

问在显著水平 $\alpha = 0.05$ 下, 慢性铅中毒患者和正常人的脉搏有无显著性差异?

$$(t_{15}(0.05) = 1.7531, t_{15}(0.025) = 2.1315, t_{16}(0.05) = 1.7459, t_{16}(0.025) = 2.1199)$$