

# 14/15(一)浙江工业大学高等数学 A 考试试卷 A

学院：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_

任课老师：\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

## 一、填空选择题 (每小题 3 分):

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right) =$ \_\_\_\_\_。

2. 设  $y = y(x)$  由方程  $xy = e^{x+y}$  所确定, 则  $\frac{dy}{dx} =$ \_\_\_\_\_。

3. 曲线  $y = 2x + \frac{8}{x}$  ( $x > 0$ ) 在区间\_\_\_\_\_是单调增加的。

4. 函数  $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$ , 则方程  $f'(x) = 0$  共有\_\_\_\_\_实根。

5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^p + 2^p + \dots + n^p}{n^{p+1}} =$ \_\_\_\_\_。

6. 微分方程  $y'' + a^2 y = 0$  的通解是\_\_\_\_\_。(常数  $a > 0$ )

7. 已知  $y = 1, y = x, y = x^2$  是某二阶非齐次线性微分方程的三个解, 则该方程的通解为\_\_\_\_\_。

8. 下列极限不存在的是 ( )

A.  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x$ ; B.  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$ ; C.  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$ ; D.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ 。

9. 设函数  $y = f(x)$  在点  $x_0$  处可导,  $dy = f'(x_0)\Delta x$ ,  $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ , 则当  $\Delta x \rightarrow 0$  时,  $\Delta y - dy$  是  $\Delta x$  的 ( )

A. 等价无穷小; B. 高阶无穷小; C. 低阶的无穷小; D. 同阶无穷小。

10. 设  $f(x)$  的导数在  $x = a$  处连续, 又  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{x - a} = 1$ , 则下列选项正确的是 ( )

A.  $x = a$  是  $f(x)$  的极大值点; B.  $x = a$  是  $f(x)$  的极小值点;  
C.  $(a, f(a))$  是  $y = f(x)$  的拐点;  
D.  $x = a$  不是  $f(x)$  的极小值点,  $(a, f(a))$  也不是  $y = f(x)$  的拐点。

二、试解下列各题 (每小题 6 分):

1. 设  $y = \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$ , 求:  $\frac{dy}{dx}$

2. 设  $\begin{cases} x = \frac{1}{2}t^2 \\ y = 1-t \end{cases}$ , 求:  $\frac{dy}{dx}$ ,  $\frac{d^2y}{dx^2}$

3. 求函数  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$  的极大值。

4. 求不定积分  $\int (\cos^3 x - \cos^2 x) dx$

5. 求定积分  $\int_1^4 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$

6. 求曲线  $y = x^3 - 5x^2 + 6x$  与  $x$  轴所围成的图形的面积。

7. 求微分方程  $xdy - ydx = x^2 e^x dx$  的通解。

三、(8分) 求曲线  $y = 2x - x^2$  与  $y = 0$  所围平面图形分别绕  $x$  轴与  $y$  轴旋转所得旋转体的体积。

四、(8分) 设函数  $f(x)$  是连续的周期函数，周期为  $T$ ，

(1) 证明:  $\int_a^{a+T} f(x)dx = \int_0^T f(x)dx$ ;      (2) 求:  $\int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \sin 2x} dx$ 。

五、(8分) 奇函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上连续且单调增加, 设  $F(x) = \int_0^x (x-2t)f(t)dt$ ,

求证: (1)  $F(x)$  为奇函数; (2)  $F(x)$  在  $[0, +\infty)$  上单调减少。

六、(4分) 平面上曲线段  $y = 2\sqrt{x}, 0 \leq x \leq 1$  (抛物线) 绕  $x$  轴旋转得一空间曲面 (抛物面), 试求该曲面 (抛物面) 的面积。