07/08(一)浙江工业大学高等数学 A 考试试卷 A

学院: ________ 班级: _______ 姓名: _________ 学号: _________

任课教师: _________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总 分
得分									

一、填空题（每小题 3 分）：

1．当 $k=$______ 时，$f(x)=\begin{cases} k+x^2 & x\le 0 \\ x\sin\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x}\sin x & x>0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续。

2．设 $\lim\limits_{x\to\infty} f'(x)=3$，则 $\lim\limits_{x\to\infty}[f(x+2)-f(x)]=$__________。

3．设 $e^{xy}-2x-y=3$，则 $\dfrac{dy}{dx}=$________________________。

4． $\displaystyle\int \frac{x-1}{x^2-4}dx=$_____________________________。

5．设 $\int f(x)dx=x^2+c$，则 $\int f(x-x^2)dx=$_______________________。

~~6~~．微分方程 $y^{(4)}-2y'''+5y''=0$ 的通解是_______________________________。

二、选择题（每小题 3 分）：

1．设 $f(x)=2^x+3^x-2$，则当 $x\to 0$ 时有（　　　）

（A） $f(x)$ 与 x 是等价无穷小；　（B） $f(x)$ 与 x 同阶但非等价无穷小；

（C） $f(x)$ 是比 x 低阶的无穷小；（D） $f(x)$ 是比 x 高阶的无穷小。

2．设 $f(x)=\dfrac{e^{\frac{1}{x}}-1}{e^{\frac{1}{x}}+1}$，则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的（　　　）

（A）可去间断点；（B）跳跃间断点；（C）第二类间断点；（D）连续点。

3．若函数 $f(x)$、$g(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上可导，且满足 $f(x)\le g(x)$，则在区间 $[a,b]$ 内（　　　）

（A） $f'(x)\le g'(x)$；　　（B）函数 $h(x)=g(x)-f(x)$ 单调；

（C） $\int_a^b f(x)dx\le\int_a^b g(x)dx$；　（D）方程 $g(x)-f(x)=0$ 至少有一个根。

4. 设线性无关函数 y_1, y_2, y_3 都是二阶非齐次线性方程 $y''+P(x)y'+Q(x)y=f(x)$ 的解，c_1, c_2 是任意常数，则该方程的通解是（　　　　）

（A）$c_1y_1+c_2y_2+y_3$；　　　　（B）$c_1y_1+c_2y_2+(1-c_1-c_2)y_3$；

（C）$c_1y_1+c_2y_2+(c_1+c_2)y_3$；　　（D）$c_1y_1+c_2y_2-(1-c_1-c_2)y_3$。

三、试解下列各题（每小题 6 分）：

1．求：$\int_0^{n\pi}\sqrt{1+\sin 2x}dx$

2．求：$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{1+\cos^2 x}dx$

3．求：$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_{\cos x}^{1}e^{-t^2}dt}{x^2}$

四、试解下列各题（每小题 6 分）：

1．证明：$2e^{-\frac{1}{4}}\le\int_0^2 e^{x^2-x}dx\le 2e^2$。

2．设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,2]$ 上可导，$f(0)=0$，$f(1)=2$，$f(2)=-2$，试证：至少存在一个 $\xi\in[0,2]$，使 $f'(\xi)=0$。

五、试解下列各题（每小题 6 分）：

1. 求微分方程 $(1+x^2)y''=2xy'$ 满足初始条件 $y|_{x=0}=1$，$y'|_{x=0}=3$ 的特解。

2. 设有连接点 $O(0,0)$ 和点 $A(1,1)$ 的一段向上凸的曲线弧 $\overset{\frown}{OA}$，对 $\overset{\frown}{OA}$ 上任一点 $P(x,y)$，曲线弧 $\overset{\frown}{OP}$ 与直线段 $\overline{OP}$ 所围图形的面积为 x^2，求曲线弧 $\overset{\frown}{OA}$ 的方程。

六、试解下列各题（每小题 8 分）：

1．设 $f(x)=\begin{cases}x^2+1 & 0\le x<1\\ 2x & 1\le x<2\end{cases}$，$F(x)=\int_0^x f(t)dt$

（1）写出函数 $F(x)$ 在[0，2]上的表达式；

（2）讨论函数 $F(x)$ 在[0，2]内的可导性。

2. 计算曲线 $y=\sin x$ 相应于 $0\le x\le\pi$ 的一段，直线 $y=0$ 所围成的图形部分分别绕 x 轴，y 轴旋转而成的旋转体的体积。

七、（8 分）已知抛物线 $y=-px^2+qx$（其中 $p>0$，$q>0$）在第一象限内与直线 $x+y=5$ 相切，问常数 p 和 q 为何值时此抛物线与 x 轴所围成的平面图形的面积 S 为最大？

八、（4 分）设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上可微，且 $f(0)=0$，$|f'(x)|\le p|f(x)|$，$0<p<1$。证明在 $[0,1]$ 上 $f(x)\equiv 0$。