

# 浙江工业大学高等数学(上)期中考试试卷 A<sub>12</sub>

学院：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

## 一、试解下列各题（每小题 4 分）：

1. 当  $x \rightarrow \infty$  时,  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3} \rightarrow 1$ , 则  $X =$ \_\_\_\_\_ 时, 使当  $|x| > X$  时, 有  $|y - 1| < 0.01$ 。
2. 设  $y = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x}}$ , 则  $y' =$ \_\_\_\_\_。
3. 设  $y = y(x)$  由方程  $x \sin y + ye^x = 0$  所确定, 则  $y'(0) =$ \_\_\_\_\_。
4. 曲线  $y = x \ln(1 + x)$  在区间\_\_\_\_\_是单调增加的。
5. 质点沿曲线  $y = f(x)$  运动, 曲线在点  $M(x, y)$  处的切线斜率为  $\frac{1}{3}$ , 在点  $M$  处质点的横坐标以 5 (单位/秒) 的速率增加, 则在点  $M$  处质点的纵坐标的变化速率是\_\_\_\_\_。

## 二、试解下列各题（每小题 4 分）：

1. 设  $y = \left| \frac{x^2 - 1}{x - 1} \right|$ , 则极限  $\lim_{x \rightarrow 1^+} y$  及  $\lim_{x \rightarrow 1^-} y$  ( )  
 A) 存在且相等; B) 存在但不相等;  
 C) 都不存在; D) 只有一个存在;
2. 设  $f(x)$  在  $x = 0$  处连续, 且当  $x \rightarrow 0$  时  $f(x) + 2$  与  $x + \sin x$  为等价无穷小, 则 ( )  
 A)  $f'(0)$  不存在; B)  $f'(0) = 1$ ;  
 C)  $f'(0) = 0$ ; D)  $f'(0) = 2$ ;
3. 设  $f'(x_0)$  存在, 则  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} =$  ( )  
 A)  $f'(x_0)$ ; B)  $-f'(-x_0)$ ; C)  $f'(-x_0)$ ; D)  $-f'(x_0)$ ;
4. 过点  $M(2, 0)$  所引曲线  $y = 3 - x^2$  的切线中有一条的方程是 ( )  
 A)  $y = -4(x - 2)$ ; B)  $2x + y = 4$ ;  
 C)  $y = 2x - 4$ ; D)  $y = -(x - 2)$ ;
5. 设  $f(x)$  在含有  $x_0$  的区间  $(a, b)$  连续,  $f(x_0) = 0$  且  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{(x - x_0)^{2/3}} = k < 0$ , 则必有 ( )  
 A)  $f(x_0)$  是  $f(x)$  的极小值; B)  $f(x_0)$  是  $f(x)$  的极大值;  
 C)  $f(x)$  在  $x = x_0$  的邻域内单调增加; D)  $f(x)$  在  $x = x_0$  的邻域内单调减少;

三、试解下列各题（每小题 6 分）：

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$

2. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - e^x}{x^3}$

3. 已知  $f(x) = \frac{ax^3 + bx^2 + cx + d}{x^2 + x - 2}$ , 求常数  $a, b, c, d$  使  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ 。

四、(8 分) 设函数  $f(x) = \begin{cases} \cos \omega x & x < 0 \\ 2x^2 + 1 & x \geq 0 \end{cases}$ , 讨论  $f(x)$  在  $x=0$  处的二阶可导性。

五、试解下列各题（每小题 6 分）：

1. 设  $y = f(1 - \cos x)$ ,  $f''(x)$  存在, 求:  $\frac{d^2 y}{dx^2}$

2. 设  $\begin{cases} x = 2te^t + 1 \\ y = t^3 - 3t \end{cases}$ , 求:  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=1}$ ,  $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=1}$

3. 证明不等式:  $\sqrt{1+x} > 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} \quad (x > 0)$

六、(10 分) 在第一象限部分内的椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  上求一点, 使在该点的切线与两坐标轴所围的面积最小。

七、(6分) 下列陈述中, 哪些是对的, 哪些是错的? 如果是对的, 说明理由; 如果是错的, 试给出一个反例。

- (1) 如果  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  存在, 但  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  不存在, 那么  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]$  不存在;
- (2) 如果  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  和  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  都不存在, 那么  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]$  不存在;
- (3) 如果  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  存在, 但  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  不存在, 那么  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x)$  不存在。