08 浙江工业大学高等数学期中考试试卷 A

学院: ________ 班级: _______ 姓名: _________ 学号: _________

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得 分								

一、填空题（每小题 4 分）：

1. $\lim\limits_{x\to\infty}(1-\dfrac{2}{x})^{2x}=$______________。

2. 当 $k=$______ 时，$f\left(x\right)=\begin{cases} k+x^2 & x\le 0 \\ x\sin\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x}\sin x & x>0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续。

3. 若函数 $f(x)$ 在 a 的一个邻域 $U(a)$ 内有定义，则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a+h)-f(a-h)}{h}$ 存在是 $f(x)$ 在 $x=a$ 点可导的____________（充分、必要、充分必要）条件。

4. 函数 $f\left(x\right)=x-\ln\left(1+x\right)$ 的单调增加区间是___________________。

5. 设 $y=xe^{-\sin x}$，则 $dy=$__________________。

6. 设 $f(x)=(x+1)(x+2)\cdots(x+n)$，则 $f'(0)=$________________________。

7. 设 $\lim\limits_{x\to\infty}f'(x)=3$，则 $\lim\limits_{x\to\infty}[f(x+2)-f(x)]=$___________。

8. 设函数 $y=f(x)$ 在 x_0 处可导，$\Delta y=f(x_0+h)-f(x_0)$，则当 $h\to 0$ 时，$\Delta y-dy$ 是 h 的______________无穷小。

二、判断下列各命题（结论）是否正确（在括弧内填入√或×）（每小题 3 分）：

1. 若 $\lim\limits_{x\to a}f(x)g(x)$，$\lim\limits_{x\to a}f(x)$ 都存在，则 $\lim\limits_{x\to a}g(x)$ 也存在（　　　）

2. 设 $f(x)=\begin{cases} x^k\sin\dfrac{1}{x} & x\ne 0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$，则当 $k>1$ 时，$f(x)$ 在 $x=0$ 处连续可导。（　　）

3. 若函数 $f(x)$、$g(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上可导，且满足 $f(x)\le g(x)$，则在区间 $[a,b]$ 上有 $f'(x)\le g'(x)$。（　　　　）

4. 设 $f(x)=(x^2-3x+2)\sin x$，则方程 $f'(x)=0$ 在 $(0,\pi)$ 内至少有 3 个根。（　　）

5．如果某质点做直线运动，其位置函数是 $s = s(t)$，如果质点的运动速度是单调减少的，则 $s = s(t)$ 的图形是一条（向上）凸弧。（　　　　）

三、试解下列各题（每小题 7 分）：

1．求极限 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{-x^2} - \cos x}{x^2}$ 。

2．求极限 $\lim\limits_{x \to \infty}[(a^{\frac{1}{x}} + b^{\frac{1}{x}})/2]^{2x}$，（其中 $a > 0, b > 0$）

3．讨论函数 $f(x) = \dfrac{e^{\frac{1}{x}} + 2}{e^{\frac{1}{x}} - 2}$ 的连续性，并指出间断点的类型。

四、试解下列各题（每小题 7 分）：

1．设函数 $y = f(x)$ 由方程 $e^y + xy = e$ 所确定，求： $y'(0)$， $y''(0)$

2．设 $\begin{cases} x = \ln\sqrt{1+t^2} \\ y = \arctan t \end{cases}$，求： $\dfrac{dy}{dx}$， $\dfrac{d^2y}{dx^2}$

五、（**6 分**）求函数 $f(x) = \tan x$ 的带有佩亚诺型余项的 3 阶麦克劳林公式。

六、（**6** 分）设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,2]$ 上可导，$f(0)=0$，$f(1)=2$，$f(2)=-2$，试证：至少存在一个 $\xi\in[0,2]$，使 $f'(\xi)=0$。

七、（**6**）设 $g(x)$ 二阶连续可导，且 $g(0)=0$，$g'(0)\neq 0$，$f(x)=(1-\cos x)g(x)$，证明曲线 $y=f(x)$ 在 $x=0$ 处必出现拐点。