15/16(一)浙江工业大学高等数学 A 考试试卷 A

学院：________ 班级：_______ 姓名:_________ 学号:_________

任课教师:_________

题号	一	二	三	四	五	总 分
得分						

一、填空选择题（每小题 3 分）：

1．当 $k=$_____ 时，$f\left(x\right)=\begin{cases} k+x^2 & x\le 0 \\ x\sin\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x}\sin 2x & x>0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续。

2．设 $f(x)=2^x+3^x-2$，则当 $x\to 0$ 时，$f(x)$ 是 x 的____________无穷小。

3．设 $y=\sin\dfrac{1}{x}+2\sqrt{x}$，则 $\dfrac{dy}{dx}=$________。

4．设 $x+y=e^{xy}$，则 $\dfrac{dy}{dx}=$_________。

5．曲线 $y=f(x)$ 在点 (x,y) 处的切线斜率为 $4x^3$，且该曲线通过点 $A(1,6)$，则该曲线方程是___________。

6．$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_{\cos x}^{1}e^{-t^2}dt}{x^2}=$__________。

7．设 $\int f(x)dx=x^2+c$，则 $\int f(x-x^2)dx=$___________。

8．设线性无关函数 y_1,y_2,y_3 都是二阶非齐次线性方程 $y''+P(x)y'+Q(x)y=f(x)$ 的解，则该方程的通解是______________________________。

9．设 $f(x)=\dfrac{e^{\frac{1}{x}}-1}{e^{\frac{1}{x}}+1}$，则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的（　　）

（A）可去间断点；（B）跳跃间断点；（C）第二类间断点；（D）连续点。

10．函数 $f(x)$、$g(x)$ 在 $[a,b]$ 上可导，满足 $f(x)\le g(x)$，则在区间 $[a,b]$ 内（　　）

（A）$f'(x)\le g'(x)$；（B）函数 $h(x)=g(x)-f(x)$ 单调；

（C）$\int_a^b f(x)dx\le\int_a^b g(x)dx$；（D）方程 $g(x)-f(x)=0$ 至少有一个根。

二、试解下列各题（每小题 6 分）：

1．设$\begin{cases} x=\ln\sqrt{1+t^2} \\ y=\arctan t \end{cases}$，求：$\dfrac{dy}{dx}$，　$\dfrac{d^2y}{dx^2}$

2．设$e<a<b<e^2$，证明：$\dfrac{\ln^2 b-\ln^2 a}{b-a}>\dfrac{4}{e^2}$

3．证明：$2e^{-\frac{1}{4}}\le\int_0^2 e^{x^2-x}dx\le 2e^2$

4．求：$\int_0^{\pi}\sqrt{1+\sin 2x}dx$

5．求：$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{1+x}{1+\cos^2 x}dx$

三、试解下列各题（每小题 8 分）：

1．设 $f(x)=\begin{cases} x^2 & 0\le x<1 \\ x & 1\le x\le 2 \end{cases}$，求 $F(x)=\int_0^x f(t)dt$ 在[0，2]上的表达式，并讨论 $F(x)$ 在(0，2)内的连续性与可导性。

2．设曲线 $y=\sin x$ 相应于 $0\le x\le \pi$ 的一段，直线 $y=0$ 所围成的图形为 A，求 （1）图形 A 的面积，（2）图形 A 绕 y 轴旋转而成的旋转体的体积。

3．已知抛物线 $y=-px^2+qx$（其中 $p>0$，$q>0$）在第一象限内与直线 $x+y=5$ 相切，问常数 p 和 q 为何值时此抛物线与 x 轴所围成的平面图形的面积 S 为最大？

四、试解下列各题（每小题 6 分）：

1. 求微分方程 $(1+x^2)y''=2xy'$ 满足初始条件 $y|_{x=0}=1$， $y'|_{x=0}=3$ 的特解。

2. 设函数 $f(x)$ 连续可导，且满足 $f(x)=e^x+\int_0^x (t-x)f(t)dt$，求 $f(x)$。

五、（4 分）设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,2]$ 上可导， $f(0)=0$， $f(1)=2$， $f(2)=-2$，试证：至少存在一个 $\xi\in[0,2]$，使 $f'(\xi)=0$。