浙江工业大学 10/11(一)高等数学 A 考试试卷 A 标准答案

一、填空题选择题（每小题 3 分，共 24 分）：

1. 1，　　2. $6x\cos(1+3x^2)$；　　3. $\dfrac{3b}{2a}t$，　　4. $\dfrac{e^{x+y}-y}{x-e^{x+y}}$，　　5. $[2,+\infty)$，

6. 2，−1，　　7. $f''(0)$，　　8. $\dfrac{2}{3}$，　9. $\dfrac{3}{10}\pi$，　10. 2.

二、选择题（每小题 3 分，共 12 分）

1. B，　2. A，　3. B，　4 A．

三、试解下列各题（每小题 6 分，共 12 分）：

1. 解：

$$=\int\frac{1}{\cos x}dx=\int\frac{\cos x}{\cos^2 x}dx$$

$$=\int\frac{1}{1-\sin^2 x}d\sin x=\frac{1}{2}\int\left(\frac{1}{1-\sin x}+\frac{1}{1+\sin x}\right)d\sin x$$

$$=\frac{1}{2}\ln\frac{1+\sin x}{1-\sin x}+C$$　　6 分

2. 解：

$$=\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{x(1-\sin x)}{1-\sin^2 x}dx=\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{x}{\cos^2 x}dx-\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{x\sin x}{\cos^2 x}dx$$

$$=0+2\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{x}{\cos^2 x}d\cos x$$

$$=-2\frac{x}{\cos x}\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}+2\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{\cos x}dx$$

$$=-\frac{\sqrt{2}}{2}\pi+\ln\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$$　　6 分

四、试解下列各题（每小题 6 分，共 18 分）：

1. 解：令 $\dfrac{1}{x}=t$

原式 $=\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{t-\sin t}{t^3}$

原式 $=\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{1-\cos t}{3t^2}=\dfrac{1}{6}$　　6 分

2\. 解：令$y'=3x^2-12x+9=0$

$x_1=1$, $x_2=3$　2分

$y''=6x-12$

$y''(1)=-6<0$, $y''(3)=6>0$　4分

$x_1=1$处取极大值0，　$x_1=3$处取极小值-4.　6分

3\. 解：令$y'=P$，则$y''=P'$

原方程化为$P'-\frac{1}{x}P=x^2$

$y'=P=x^2+cx$

$y=\frac{1}{3}x^3+c_1x^2+c_2$　6分

五、试解下列各题（8分）：

解：$y'=-2x+4$

$y'(0)=4$，切线方程$y'=4x-3$　2分

$y'(3)=-2$，切线方程$y'=-2x+6$　4分

交点为$\left(\frac{3}{2},3\right)$　5分

$$S=\int_0^{\frac{3}{2}}\left[4x-3-(-x^2+4x-3)\right]dx+\int_{\frac{3}{2}}^{3}\left[-2x+6-(-x^2+4x-3)\right]dx$$　7分

$=\frac{9}{4}$　8分

六、（8分）解：$y'(x)=\frac{1}{3}\left[y''(x)+2y(x)-xe^{-x}\right]$

可化为$\begin{cases} y''+3y'+2y=6xe^{-x} \\ y(0)=1 \\ y'(0)=0 \end{cases}$　3分

特征方程为：$r^2+3r+2=0$

特征根：$r_1=-1, r_2=-2$，

对应齐次方程的通解为$c_1e^{-x}+c_2e^{-2x}$ 5分

设原方程的一个特解为：$x(ax+b)e^{-x}$ 6分

解得特解为：$x(3x-6)e^{-x}$

原方程的一个通解为$c_1e^{-x}+c_2e^{-2x}+x(3x-6)e^{-x}$ 7分

代入初始值得 $8e^{-x}-7e^{-2x}+x(3x-6)e^{-x}$ 8分

七、(每小题4分)

1. 解：(一)令$F(x)=\int_a^x f(t)dt$ $f(x)$在$[a,b]$上用介值定理.

(二)令$F(x)=\int_a^x f(t)dt-\frac{1}{2}\int_a^b f(t)dt$在$[a,b]$上用零点定理.

2. 令$F(x)=\int_0^{\sin^2 x}\arcsin\sqrt{t}dt+\int_0^{\cos^2 x}\arccos\sqrt{t}dt$

$$F'(x)=0$$

$$F(\frac{\pi}{4})=\frac{\pi}{4}$$

3. $0\le\int_0^1\frac{x^n}{1+x^n}\mathrm{d}x\le\int_0^1 x^n\mathrm{d}x=\frac{1}{n+1}$

由夹逼定理得$\lim\limits_{n\to\infty}\int_0^1\frac{x^n}{1+x^n}\mathrm{d}x=0$