

# 浙 江 工 业 大 学

## 《概率论与数理统计 B I 》 期末试卷

(2015/2016 学年第一学期)

任课教师\_\_\_\_\_ 学院\_\_\_\_\_

姓 名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_

	一	二	三	合计
应得分	30	10	60	100
实得分				

### 一 填空 (共 30 分, 每空 3 分)

1. 设事件  $A, B$  互斥, 若  $P(A) = 0.6, P(\overline{AB}) = 0.2$ , 则  $P(B) =$ \_\_\_\_\_。
2. 设事件  $A, B$  相互独立, 且  $P(A) = 0.6, P(A \cup B) = 0.7$ , 则  $P(B) =$ \_\_\_\_\_。
3. 100 件产品中有 10 件是不合格品, 从该产品中依次不放回地随机抽取 2 件, 则第二次抽到不合格品的概率是\_\_\_\_\_。
4. 已知随机变量  $X$  的概率密度函数为  $f(x) = \lambda e^{-|x-1|}, -\infty < x < \infty$ , 则常数  $\lambda =$ \_\_\_\_\_。
5. 设随机变量  $X \sim P(4)$ , 则随机变量  $Y = 3X - 2$  的数学期望  $E(Y) =$ \_\_\_\_\_。
6. 已知随机变量  $X, Y$  相互独立且具有相同的分布律

$X$	0	1
$P$	0.4	0.6

则随机变量  $U = \max(X, Y)$  的分布律为\_\_\_\_\_,  $V = \min(X, Y)$  的分布律为\_\_\_\_\_。

7. 设  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$  是来自正态总体  $N(0, 9)$  的一个简单样本, 统计量  $\frac{aX_{10}}{\sqrt{\sum_{i=1}^9 X_i^2}}$  服从 T

分布, 则自由度为\_\_\_\_\_,  $a =$ \_\_\_\_\_。

8. 设  $X_1, \dots, X_9$  是来自总体  $X \sim N(\mu, 1.5^2)$  的一个简单样本, 测得样本均值为  $\bar{x} = 11$ , 则参数  $\mu$  的置信度为 0.95 的置信区间是\_\_\_\_\_。(  $Z_{0.05} = 1.65, Z_{0.025} = 1.96$  )

## 二 选择 (共 10 分, 每题 2 分)

1. 在电炉上安装 4 个温控器, 各温控器显示温度的误差是随机的。在使用过程中, 只要有 2 个温控器显示的温度不低于临界温度  $t_0$ , 电炉就断电。以  $E$  表示事件“电炉断电”, 设

$T_{(1)} \leq T_{(2)} \leq T_{(3)} \leq T_{(4)}$  为 4 个温控器显示的由低到高的温度值, 则事件  $E$  等于 ( )

A.  $\{T_{(1)} \geq t_0\}$       B.  $\{T_{(2)} \geq t_0\}$       C.  $\{T_{(3)} \geq t_0\}$       D.  $\{T_{(4)} \geq t_0\}$

2. 对任意事件  $A, B$ , 下列式子中与  $P(A-B)$  相等的是 ( )

A.  $P(A) - P(B) + P(AB)$       B.  $P(A) - P(B)$

C.  $P(A) + P(B) - P(AB)$       D.  $P(A) - P(AB)$

3. 已知随机变量  $X$  的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{a^2} e^{-\frac{x^2}{2a^2}} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

则知随机变量  $Y = \frac{1}{X}$  的期望  $E(Y)$  等于 ( )

A.  $\frac{1}{2a}$       B.  $\frac{\sqrt{2\pi}}{2a}$       C.  $\sqrt{\pi}$       D.  $\frac{\sqrt{2\pi}}{a}$

4. 设  $X_1, X_2, X_3$  为总体  $X$  的样本,  $E(X) = \mu$ ,  $Var(X) = \sigma^2$  均存在, 下列统计量中哪个不是参数  $\mu$  的无偏估计量 ( )

A.  $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3$

B.  $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_3$

C.  $\hat{\mu}_3 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{6}X_3$

D.  $\hat{\mu}_4 = \frac{2}{7}X_1 + \frac{3}{14}X_2 + \frac{9}{14}X_3$

5. 对总体中未知参数  $\theta$ , 用矩估计和极大似然估计两种方法所得的估计 ( )

A 总相同      B 总不相同      C 有时相同, 有时不同      D 总是无偏的

### 三 解答题 （共 60 分，共 7 题）

1. (10 分) 假设某厂生产的每台仪器以 0.7 的概率直接出厂；以 0.3 的概率需进一步调试，经调试后以 0.8 的概率可以出厂，以 0.2 的概率定为不合格不能出厂。假设每台仪器的生产过程相互独立，求下列事件的概率：

- (1) 一台仪器可以出厂的概率  $\alpha$ ；
- (2) 100 台仪器恰好有 2 台不能出厂的概率  $\beta$ 。

2. (10 分) 设离散型随机变量  $X$  的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 0.3 & -1 \leq x < 1 \\ 0.8 & 1 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

求  $Y = X^2 + 1$  的分布律，并计算  $Y$  的数学期望和方差。

3. (10 分) 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 2 - x - y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

- 1) 求随机变量  $X, Y$  的边缘密度函数  $f_X(x), f_Y(y)$ , 并判断  $X$  和  $Y$  的独立性;
- 2) 求概率  $P(X > 2Y)$ 。

4. (5 分) 设总体  $X$  具有密度函数

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{6x}{\theta^3}(\theta - x) & 0 < x < \theta \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$(X_1, X_2, \dots, X_n)$  是从该总体中抽出的简单样本, 求参数  $\theta$  的矩估计量.

5. (5 分) 设总体  $X$  的分布律为

$X$	0	1	2	3
$P$	$\theta^2$	$2\theta(1-\theta)$	$\theta^2$	$1-2\theta$

其中参数  $\theta \left( 0 < \theta < \frac{1}{2} \right)$  为未知参数,  $(X_1, X_2, \dots, X_8)$  是从该总体中抽出的简单样本,

其观测值为

3 1 3 0 3 1 2 3

求参数  $\theta$  的极大似然估计值。

6. (10 分) 设一种零件的强度服从正态分布, 用过去铸造方法生产的零件强度的标准差为  $1.6\text{kg/mm}^2$ . 为了降低成本, 改变了铸造方法, 测得用新方法铸出的 9 个零件的强度的均值为 52.8, 样本标准差为 1.1. 问改变方法后零件强度的方差是否有显著变化 (取显著性水平  $\alpha=0.05$ )  $(\chi_{0.05}^2(9)=16.919, \chi_{0.05}^2(8)=15.507, \chi_{0.025}^2(9)=19.023, \chi_{0.025}^2(8)=17.535)$

7. (10 分) 某出租车公司有 500 辆的士参加保险, 假设在一年里的出事故的概率为 0.004, 参加保险的的士每年交 800 元的保险费. 若出事故, 保险公司最多赔偿 50000 元, 试利用中心极限定理, 计算保险公司一年赚钱不小于 200000 元的概率。 $(\Phi(1.42) = 0.9222)$