

16/17 (一) 浙江工业大学高等数学 A 考试试卷

学院：_____ 班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

任课老师：_____

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						

一、填空选择题（每小题 3 分）：

1. $d[\sin(1+3x^2)] = \underline{\hspace{2cm}} dx$ 。

2. 设 $y = xe^{\frac{1}{x}}$, 则 $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 函数 $y = 2x + \frac{8}{x}$ ($x > 0$) 在区间 $\underline{\hspace{2cm}}$ 上单调减少。

4. 函数 $f(x) = x - 2x^4$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上的最大值是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 曲线 $y = 1 - xe^x$ 在 $x = 0$ 处的切线方程是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sqrt{1 - \cos^2 x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 设在区间 $[a, b]$ 上, $f(x) > 0$, $f'(x) > 0$, $f''(x) > 0$, 记 $A = \int_a^b f(x) dx$, $B = f(a)(b-a)$, $C = \frac{1}{2}[f(a) + f(b)](b-a)$, 则 A, B, C 的大小关系是 $\underline{\hspace{2cm}}$

~~8.~~ 微分方程 $\frac{dy}{dx} = xy$ 的通解是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

~~9.~~ 微分方程 $y'' + y = 1$ 的通解是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. $f(x)$ 在 $x = x_0$ 附近可导, 且 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{x - x_0} = \frac{1}{2}$, 则 $x = x_0$ 是 $f(x)$ 的 ()。

A) 拐点; B) 极大值点; C) 极小值点; D) 上述都不对。

11. 设 $f'(x_0)$ 存在, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} = (\quad)$

A) $f'(x_0)$; B) $-f'(-x_0)$; C) $f'(-x_0)$; D) $-f'(x_0)$ 。

12. 若 $f(x) = \begin{cases} x^2 & 0 \leq x < 1 \\ x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$, 则函数 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ 在区间 $[0, 1]$ 内有 ()

A) 可去间断点; B) 跳跃间断点; C) 连续但不可导点; D) 连续可导。

二、试解下列各题（每小题 6 分）：

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1})$

2. 设 $\begin{cases} x = \ln \sqrt{1+t^2} \\ y = \arctan t \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$

3. 求不定积分 $\int \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx$

4. 求定积分 $\int_{-2}^0 \frac{x+2}{x^2+2x+2} dx$

~~5.~~ 求微分方程 $xy'' + y' = \frac{1}{2}x$ 的通解

三、试解下列各题（每小题 9 分）：

1. 求椭圆 $x^2 - xy + y^2 = 3$ 上纵坐标最大和最小的点。

2. 过坐标原点作曲线 $y = \ln x$ 的切线，该切线与曲线 $y = \ln x$ 及 x 轴围成平面图形 D 。

(1) 求图形 D 的面积； (2) 求图形 D 绕直线 $x = e$ 旋转一周所得旋转体的体积。

四、(4 分) 设 $f(x)$, $g(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 且 $g(x) \neq 0$, 证明存在 $\xi \in (a, b)$,

使得 $\frac{\int_a^b f(x)dx}{\int_a^b g(x)dx} = \frac{f(\xi)}{g(\xi)}$ 。

五、试解下列各题（每小题 6 分）：

1. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan x - x}{x^2} & x > 0 \\ ax + b & x \leq 0 \end{cases}$ ，试确定常数 a, b ，使 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续、可导；并求 $f'(0)$ 。

~~2.~~ 设 $f(x)$ 连续，且 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ，（1）写出微分方程 $y' + y = f(x)$ 满足初始条件 $y(0) = 0$ 的一个特解 $y(x)$ ；（2）求 $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$ 。