

09/10(一)浙江工业大学高等数学 A(I) 考试试卷

学院: _____ 班级: _____ 姓名: _____ 学号: _____

任课教师: _____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一、填空题 (本题满分 24 分, 每小题 3 分)

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} (1-2x)^{\frac{1}{x}} =$ _____。

2、设 $y = x^x$, 则 $y' =$ _____。

3、曲线 $\begin{cases} x = \cos t + \cos^2 t, \\ y = 1 + \sin t \end{cases}$ 上对应于 $t = \frac{\pi}{4}$ 的点处的切线斜率为_____。

4、函数 $y = x^2 e^{-x}$ 的单调增加区间是_____。

5、设 $y = \tan(x+y)$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____。

6、设 $f(x)$ 的一个原函数为 e^{-3x} , 则 $\int f(2x+1) dx =$ _____。

7、 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin^3 x) \cos^2 x dx =$ _____。

8、设 $f(x)$ 是连续函数, 且 $f(x) = x + 2 \int_0^1 f(t) dt$, 则 $f(x) =$ _____。

二、选择题 (本题满分 12 分, 每小题 3 分)

1、当 $x \rightarrow 0$ 时, 与 x 等价的无穷小量是 ()

(A) $1 - e^x$; (B) $\ln \frac{1+x^2}{1-x}$; (C) $\sqrt{1+x} - 1$; (D) $1 - \cos x$ 。

2、设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 下列命题错误的是 ()

(A) 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ 存在, 则 $f'(0)$ 存在; (B) 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + f(-x)}{x}$ 存在, 则 $f(0) = 0$;

(C) 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ 存在, 则 $f(0) = 0$; (D) 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(-x)}{x}$ 存在, 则 $f'(0)$ 存在。

3、函数 $f(x) = \frac{(e^{\frac{1}{x}} + e) \tan x}{x(e^{\frac{1}{x}} - e)}$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上的第一类间断点是 $x =$ ()

- (A) 0; (B) 1; (C) $-\frac{\pi}{2}$; (D) $\frac{\pi}{2}$ 。

4、在下列等式中，正确的结果是 ()

- (A) $\int f'(x)dx = f(x)$; (B) $\int df(x) = f(x)$;
 (C) $\frac{d}{dx} \int f(x)dx = f(x)$; (D) $d \int f(x)dx = f(x)$ 。

三、试解下列各题（本题满分 12 分，每小题 6 分）：

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$

2、设 $f(x) = \begin{cases} x^k \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad k > 1$ ，讨论 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处的连续性和可导性。

四、试解下列各题（本题满分 18 分，每小题 6 分）：

1、求： $\int \frac{1+x^2}{(1+x)^2} dx$

2、求： $\int_0^{\pi} 2x\sqrt{\cos^2 x - \cos^4 x} dx$

3、设 $f(x) = \int_1^{x^2} \frac{\sin t}{t} dt$ ，求： $\int_0^1 xf(x)dx$

五、试解下列各题（本题满分 12 分，每小题 6 分）：

~~X~~ 求微分方程 $x \ln x dy + y dx = 0$ 满足条件 $y|_{x=e} = 2$ 的特解。

~~2、~~ 求微分方程 $y'' - 4y' + 3y = 2e^{2x}$ 的通解。

六、（8分）已知函数 $f(x) = \int_0^x e^{\frac{1}{2}t^2} dt, -\infty < x < +\infty$, (1) 讨论函数 $f(x)$ 的奇偶性、单调性； (2) 求函数 $f(x)$ 的拐点。

~~七~~、（10 分）设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上可导，大于零，满足 $xf'(x) = f(x) + \frac{3}{2}ax^2$ ，若曲线 $y = f(x)$ 与 $x=1, y=0$ 所围成图形 S 的面积为 2，（1）求函数 $f(x)$ ；（2）问 a 为何值时图形 S 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积最小。

八、（4 分）设函数 $f(x)$ 满足：（1） $f(0) \times f(1) < 0$ ；（2） $|f'(x)| \leq M$ ， $x \in [0,1]$ ；
证明： $f(0) + f(1) \leq M$ 。