09/10(一)浙江工业大学高等数学期中考试试卷 A

学院：________ 班级：_______ 姓名:_________ 学号:_________

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得 分								

一、填空题（每小题 4 分）：

1. $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\dfrac{2}{x})^{2x}=$______________。

2. 设 $f(x)=\dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}$，则 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$____________________。

3. 设 $f(x)=\dfrac{1}{x}\sin\dfrac{\pi x}{6}$，要使 $f(x)$ 处处连续，则应该补充定义 $f(0)=$_________。

4. 设 $y=e^{-\sin x^2}$，则 $dy=$__________________。

5. 设 $y=\left(\dfrac{2x}{1+x}\right)^x$， $y'=$____。

6. 曲线 $y=x^5+5x^3-x-2$ 的拐点坐标是________________。

7. 曲线 $e^{xy}-2x-y=3$ 在点 $(-1,0)$ 处的切线方程是_________________________。

8. 设函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处可导，$dy=f'(x_0)\Delta x$，$\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$，则当 $\Delta x\to 0$ 时，$\Delta y-dy$ 是 Δx 的____________无穷小

二、选择题（每小题 4 分）：

1. 设 $f(x)=(x^2-3x+2)\sin x$，则方程 $f'(x)=0$ 在 $(0,\pi)$ 内有（ ）

（A）至少 3 个根； （B）至多 2 个根； （C）0 个根； （D）1 个根。

2. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{3}x^3, & x>1\\ x^2, & x\le 1\end{cases}$，则 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的（ ）

（A）左、右导数都存在； （B）左导数存在、右导数不存在；

（C）左导数不存在、右导数存在； （D）左、右导数都不存在；

3． $f(x)$ 在 $x=x_0$ 的邻域内可导，由 $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f'(x)}{x-x_0}=1$ 可知 $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的（　　）

（A）极大值；　（B）极小值；　　（C）拐点；　（D）不能确定；

4．若函数 $f(x)$ 在 a 的一个邻域 $U(a)$ 内有定义，则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a+h)-f(a-h)}{h}$ 存在是 $f(x)$ 在 $x=a$ 点可导的（　　　　）条件。

（A）充分；　（B）必要；　（C）充分必要；　（D）既非充分也非必要；

三、试解下列各题（每小题 6 分）：

1． 求：$\lim\limits_{x\to 1^-}\ln x\cdot\ln(1-x)$。

2． 求：$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-x^2-e^{-x^2}}{\sin^4 2x}$

3．设 $\begin{cases}x=2te^t+1\\ y=t^2+2t\end{cases}$，求：$\dfrac{dy}{dx}$， $\dfrac{d^2y}{dx^2}$

四、（14 分）设函数 $f(x)=\left|xe^{-x}\right|$，求：（1） $f(x)$ 的连续、可导、单调、凹凸区间；（2） $f(x)$ 的极值点、拐点；（3） $f(x)$ 的渐近线。

五、（8 分）设 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某个邻域内有定义，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+\dfrac{1}{x}f(x)}-1}{x^2}=2$，求常数 τ 和 k，使当 $x\to 0$ 时， $f(x)\sim \tau x^k$ 。

六、（6 分）设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(1)=0$，证明存在一个点 $\xi\in(0,1)$，使 $f(\xi)+\xi f'(\xi)=0$

七、（6 分）设 $f(x)$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上二阶可导的凹弧（曲线），且在 $x=0$ 的某个邻域内满足关系式 $f(x)=x+o(x)$，试证： $f(x)\geq x \quad x\in(-\infty,+\infty)$ 。