

2014/15 浙江工业大学高等数学 A(上) 期中考试试卷

学院：_____ 班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一、试解下列各题（每小题 3 分）：

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x+1}\right)^{x+1} = \underline{\hspace{2cm}}。$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x^2-1} - \frac{1}{x-1}\right) = \underline{\hspace{2cm}}。$
- 设 $y = xe^{x^2}$ ，则 $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}。$
- 设 $y = \frac{1}{x} + 2\sqrt{x}$ ，则 $dy = \underline{\hspace{2cm}} dx。$
- 设 $xy = e^{x+y}$ ，则 $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}。$
- 设 $y = \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$ ，则 $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}。$
- 设 $f'(x_0) = 2$ ，则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0-h) - f(x_0+h)}{h} = \underline{\hspace{2cm}}。$
- 曲线 $y = x \ln(1+x)$ 在区间 _____ 是单调增加的。
- _____ 是函数 $y = e^{\frac{1}{x}}$ 的间断点，间断点的类型是 _____。
- 当 $x \rightarrow 0$ 时 $\frac{2}{3}(\cos x - \cos 2x)$ 是 x^2 的 _____。
 (A) 高阶无穷小； (B) 同阶无穷小，但不是等价无穷小；
 (C) 低价无穷小； (D) 等价无穷小；

二、试解下列各题（每小题 6 分）：

- 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}$

2. 设 $\begin{cases} x=2\sqrt{t} \\ y=1+\sqrt[3]{t} \end{cases}$, 求: $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$

3. 证明不等式: $|\arctan a - \arctan b| \leq |a - b|$

4. 讨论方程 $8x^3 - 6x + 1 = 0$ 在区间 $(-1, 1)$ 内的实根个数。

5. 求函数 $f(x) = x^4(12\ln x - 7)$ 的拐点。

6. 设 $f(x) = (x-1)(x-2)\cdots(x-n)$, 求 $f'(1)$

三、下列陈述中，哪些是对的，哪些是错的？对的请说明理由；错的试给出反例（每小题3分）：

1. 如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在，但 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 不存在，那么 $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]$ 不存在。

2. 如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在，但 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 不存在，那么 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot g(x)$ 不存在。

3. 如果函数 $f(x)$ 在 a 连续，那么 $|f(x)|$ 也在 a 连续。

4. 如果函数 $|f(x)|$ 在 a 连续，那么 $f(x)$ 也在 a 连续。

四、(6分) 设 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 的某个邻域内具有三阶连续导数，如果 $f''(x_0) = 0$ ，而 $f'''(x_0) \neq 0$ ，试问 $(x_0, f(x_0))$ 是否为拐点？为什么？请证明。

五、(8分) 设 $f(x) = 3x^2 + Ax^{-3}, 0 < x < +\infty$, 其中 $A > 0$ 。试讨论 A 为何值时, 使对任一 $x \in (0, +\infty)$ 都有 $f(x) \geq 20$ 。

六、(8分) 讨论函数 $y = \begin{cases} x^k \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处的连续性与可导性 ($k > 0$)。