03/04(一)浙江工业大学高等数学(A)考试试卷

学院：________ 班级：_______ 姓名：_________ 学号：_________

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总 分
得 分								

一、试解下列各题（每小题 3 分）：

本题全部为填空题，请将答案填入题中横线上空白处，不填解题过程。

1．$\lim\limits_{x\to\infty}(1+\dfrac{b}{x+a})^{cx+d}=$__________（其中 a,b,c,d 为常数）。

2．$\lim\limits_{x\to 0}(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e^x-1})=$__________________。

3．由方程 $xy^2-e^{xy}+2=0$ 确定的隐函数 $y=y(x)$ 的导数 $\dfrac{dy}{dx}=$______________。

4．设 $f(x)=\begin{cases}2+(x-1)\cos\dfrac{1}{x-1} & x<1\\ x^2+\ln x & x\geq 1\end{cases}$，则 $x=1$ 是 $f(x)$ 的______________。

5．函数 $y=x-2\ln x$ 的单调增加区间是________________。

6．$\displaystyle\int\frac{x^3dx}{x^8+2x^4+2}dx=$_______________。

7．设 $f(x)=(x^3+1)\cos^2 x$，则 $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}f(x)dx=$_______________。

8．设 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上连续，且 $\displaystyle\int_0^{x^2}f(t)dt=x(1+e^x)$，则 $f(1)=$_________。

9．已知 xe^x 为 $f(x)$ 的一个原函数，则 $\displaystyle\int_0^1 xf'(x)dx=$______________。

~~10~~. 若 $y=e^{rx}$ 是微分方程 $y''+7y'+12y=0$ 的解，则 $r=$__________。

二、试解下列各题（每小题 4 分）：

本小题全部为选择题，每小题给出四种选项，其中有且仅有一个是正确的，将你认为正确的代码填入括号内。

1．下列极限中，正确的是（　　　）

A．$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=1$　B．$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{2x}=1$　C．$\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\dfrac{1}{x}=1$　D．$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}=1$。

2．设 $f(x)$ 在 $(-\delta,\delta)$ 内有定义且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{(\sin x)^2}=\dfrac{1}{2}$，则有结论：（　　　）

（A）$f(0)$ 是 $f(x)$ 的最大值。　（B）$f(0)$ 是 $f(x)$ 的最小值。

(C) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值。　(D) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值。

3．函数 $y=|x|+1$ 在 $x=0$ 处（　　　）

A．无定义　　　B．不连续　　　C．可导　　　D．连续但不可导

4．微分方程 $y''+y'=e^x+x$ 的一个特解的形式为（　　）

（A）　$y^*=ae^x+bx$；　　　（B）$y^*=axe^x+bx+c$；

（C）　$y^*=ae^x+x(bx+c)$；　　　（D）$y^*=axe^x+x(bx+c)$；

三、计算下列各题（每小题 5 分）：

1．设 $\begin{cases} x=t^2\cos t \\ y=\int_1^{t^2}\dfrac{\cos u}{2\sqrt{u}}du \end{cases}$ $(t>0)$，求：$\dfrac{dy}{dx}$，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$

2．求曲线 $y=e^x+x$ 上点（0，1）处的切线方程。

3．求：$\int x^3\sqrt{x^2-3}\,dx$

4．求微分方程　$y'''-y''=x$ 的通解。

四、计算下列各题（每小题 6 分）：

1．求由抛物线　$y=x^2, y=2-x^2$　所围图形绕 x 轴旋转一周所成立体的体积。

2．求微分方程 $(4x^3+2xy)dx+(x^2+1)dy=0$ 的通解。

五、（8 分）设 $S_1(t)$ 是曲线 $y=x^3$ 与直线 $x=0$ 及 $y=t$　$(0<t<1)$ 所围的图形的面积，$S_2(t)$ 是曲线 $y=x^3$ 与直线 $x=1$ 及 $y=t$　$(0<t<1)$ 所围的图形的面积，试求 t 为何值时 $S_1(t)+S_2(t)$ 最小？最小值是多少？

六、（8 分）设函数 $f(x)$ 连续，且满足 $f(x)=e^x+\int_0^x tf(t)dt-x\int_0^x f(t)dt$，求：　$f(x)$

七、（6 分）设 $f(x)$ 在[0，1]上连续，在（0，1）内可微，且满足条件 $f(1)=2\int_0^{\frac{1}{2}}xf(x)dx$，

试证：（1）存在 $c\in[0,\dfrac{1}{2}]$，使得 $f(1)=cf(c)$；

（2）存在 $\xi\in(c,1)$，使得 $\xi f'(\xi)+f(\xi)=0$