浙工大《概率论与数理统计》试卷

2016/2017 学年第 2 学期

学院________班级_________姓名__________学号___________得分_________

任课教师_____________

一、填空题（每空 2 分，共 24 分）

1．设 A、B 相互独立，P（$A\bigcup B$）=0.6，P（A）=0.4，则 P（B）=_________.

2．设每人血清中有肝炎病毒的概率为 r，今混合 10 人的血清，则混合血清中无肝炎病毒的概率为____________.

3. 把甲乙两种外观一样、数量甲占 4/5、乙占 1/5 的两种零件混在一起，若甲种零件的次品率为 0.05，乙种零件的次品率为 0.025，现从中抽出一件是次品的概率为______________.

4．设随机变量 $X\sim N(2,4)$，且 $P(X>a)=\dfrac{1}{2}$，则 $a=$ ___________._

5．设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}Ax^2, & 0\le x\le 1,\\ 0, & x<0, x>1\end{cases}$ 则常数 A =

______________ ，数学期望 $E(X^2)$的值为_______________________

6．设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X\sim N(3,4)$, $Y\sim N(2,9)$, 则 $2X-3Y$ 的密度函数为

____

7.设顾客在某银行窗口等待服务的时间 X(以分计)服从指数分布,其概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{5}e^{-\frac{x}{5}}, & X>0,\\ 0, & X\le 0.\end{cases}$$

现有某顾客在窗口等待服务,若等待时间超过 10 分钟,他就离开,则他未等到服务而离开的概率是_____________________.如果他一个月要到银行 5 次,以 Y 表示一个月内他未等到服务而离开窗口的次数,则 Y 服从________________________分布。

8. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是取自总体 X 的一组样本,为使 $\hat{\sigma}^2=k\sum_{i=1}^{n-1}(X_{i+1}-X_i)^2$

是总体方差 σ^2 的无偏估计量,则常数 k 的值为___________________

9. 设 X_1,X_2,X_3,X_4 为来自总体 X 的一个样本，$\hat{\mu}=\dfrac{1}{4}X_1+aX_2+\dfrac{1}{3}X_3+\dfrac{1}{6}X_4$ 为总

体均值的一个无偏估计量，则 $a=$____________。

10. 设随机变量 X 服从标准正态分布 N(0, 1)，由切比雪夫不等式估计 $P(|X|<2)\ge$____________。

二、单选题(每小题 2 分,共 12 分)

1.设 A、B 互不相容，且 $P(A)\neq 0$，则（　　　　）

A、 $P(B|A)=P(B)$　　　　**B**、 $P(B|A)=0$

C、 $P(B|A)=P(A)$　　　　D、 $P(B|A)=1$.

2.某人向同一目标独立重复射击,每次射击命中目标的概率为 $p(0<p<1)$, 则此人第 4 次射击恰好是第 2 次命中目标的概率为(　　　　)

A、$3p(1-p)^2$　B、$6p(1-p)^2$　C、$3p^2(1-p)^2$　D、$6p^2(1-p)^2$

3．设随机变量 $X\sim N(1，\sigma^2)$且 $P\{1\le X\le 3\}=0.3$，则 $P\{X\le -1\}=$ (　　　　)。

A、0.1　B、0.2　C、0.3　D、0.5

4.设两个随机变量相互独立且服从相同分布: $P\{X=-1\}=P\{Y=-1\}=1/2$, $P\{X=1\}=P\{Y=1\}=1/2$, 则下列各式成立的是(　　　　).

A、$P\{X=Y\}=1/2$,　　　　B、$P\{X=Y\}=1$

C、$P\{X+Y=0\}=1/4$,　　　　D、$P\{XY=1\}=1/4$,

5.对于任意两个随机变量 X 和 Y ,若 $E(XY)=E(X)E(Y)$, 则必有(　　　　)

A、$Var(X+Y)=Var(X)+Var(Y)$　　　　B、$Var(XY)=Var(X)Var(Y)$

C、 X 和 Y 相互独立　　　　D、X 和 Y 不独立

6. 设随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n\ (n>1)$ 独立同分布，且方差 $\sigma^2>0$．令随机变量 $Y=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，则（　　　　）

A、$Var(X_1+Y)=\frac{n+2}{n}\sigma^2$.　　　　B、 $Var(X_1-Y)=\frac{n+2}{n}\sigma^2$.

C、 $Cov(X_1,Y)=\frac{\sigma^2}{n}$.　　　　D、 $Cov(X_1,Y)=\sigma^2$.

三.解答题（本大题每小题 12 分，共 60 分）

1.（1）盒中有 8 片同型号的钥匙，其中有一片可打开箱锁, 从中随机地取出钥匙开锁，已用过的钥匙不再重复.求开锁不超过三次而打开的概率.

（2）对于随机变量 X 和 Y，已知概率 $P\{X \geq 0\} = P\{Y \geq 0\} = \dfrac{4}{7}, P\{X \geq 0, Y \geq 0\} = \dfrac{3}{7}$，求 $P\{\max[X,Y] \geq 0\}$。

2. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{\pi(x^2+1)}, x > 0 \\ 0, \quad x \leq 0 \end{cases}$

(1)求 X 的分布函数 $F(x)$;(2)求 $Y = \ln X$ 的概率密度.

3. 设二维随机变量 (X,Y) 的密度函数为 $f(x,y) = \begin{cases} 8xy, & 0 \leq x \leq y, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

(1) 求 X,Y 的边缘概率密度；(2) 判断 X,Y 是否相互独立；(3) 求 $P(X+Y \geq 1)$。

4. 设总体 X 的概率密度为 $f(x,\beta) = \begin{cases} \dfrac{\beta}{x^{\beta+1}}, x > 1, \\ 0, \quad x \leq 1. \end{cases}$ 其中未知参数 $\beta > 1, X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本，求：

（1） β 的矩估计量；（2） β 的最大似然估计量.

5.已知某炼铁厂在生产正常的情况下，铁水含碳量的均值为 7，方差为 0.03。现测了 9 炉铁水，测得其平均含碳量 $\overline{x} = 6.97$，样本方差 $s^2 = 0.0375$，设铁水含碳量服从正态分布.

(1) 试求总体方差未知时铁水含碳量均值的置信度为 95%的置信区间.

(2) 试问生产铁水含碳量是否正常（α=0.05）？

四、(4 分)设两个随机变量 X 与 Y 相互独立且均服从正态分布 $N(0,\sigma^2)$，$U = aX + bY$，$V = aX - bY$，a, b 是常数. 求 U,V 的相关系数。

附表：

$t_{0.025}(8)=2.31$ $t_{0.95}(8)=1.86$ $t_{0.05}(9)=1.83$ $t_{0.025}(10)=2.23$

$\chi^2_{0.975}(8)=2.180$ $\chi^2_{0.025}(8)=17.5$ $\chi^2_{0.95}(8)=2.73$ $\chi^2_{0.05}(8)=15.5$