第20卷第5期 测绘工程 Vol 20 No. 5

2011 年 10 月 ENGINEERING OF SURVEYING AND MAPPING Oct. ,2011

基于拉格朗日插值方法的GPS IGS精密星历插值分析

何玉晶1 ,杨力2

(1. 61769部队,黑龙江 哈尔滨150039； 2.信息工程大学 测绘学院，河南 郑州450052)

摘要:GPS数据处理中,为使用IGS精密星历获取GPS卫星精确的、更高釆样率的轨道位置,必须要对精密星历进

行插值。文中介绍拉格朗日插值方法的基本原理，并对其插值结果进行详细的分析讨论,得出几点有益结论。 关键词：IGS；精密星历;拉格朗日插值 中图分类号:P228.4 文献标志码:A 文章编号：1006-7949(2011)05-0060-03

Analysis of interpolation results on GPS IGS precise ephemeris  
based on Lagrange interpolation

HE Yu-jing1 ,YANG Li2

(1. 61769 Troops, Harbin 150039, China； 2. Institute of Surveying and Mapping,Information Engineering University, Zheng­zhou 450052, China)

**Abstract：**In GPS data processing, we must interpolate the precise ephemeris provided by IGS for getting precise and more sampling position of GPS satellites. The paper simply introduces the basic principle of Lagrange interpolation； analyses the interpolation results in detail, and also gets some helpful conclusions. **Key words：** International GPS service(IGS);precise ephemeris(Lagrange interpolation

在利用GPS进行科学实验、数据处理和工程实 践中，正确获取GPS卫星精确的轨道位置，是其需 首要解决的基础问题。IGS (International GPS service)发布的精密星历提供我们所需的重要信息。 IGS精密星历釆用sP3格式,其存储方式为ASCII 文本文件，内容包括表头信息以及文件体，文件体中 每隔15 min给岀一个卫星的位置，有时还给出卫星 的速度和钟差，主要提供卫星精确的轨道位置。而 GPS接收机的采样率一般为30 *s*或者15 s,甚至更 密，因此，要想利用某一时刻的卫星位置，就必须对 精密星历进行高精度的插值口可。本文简单介绍了 拉格朗日插值方法的基本原理，以精密星历中固定 采样率的卫星坐标为基础，将其作为插值所需的节 点，对其插值结果进行详细的分析和总结。

1拉格朗日插值方法原理U句

假设已知*y=f(^)*的函数表(x,,/U))(£=0, 1,…，”，而尹巧，当以为包含所有而的区 间，则存在唯一多项式P„(x)=力以，使

f=0

**收稿日期**：2010-11-03

作者简介:何玉晶(1981 —)，男，工程师.

*f\Xi)= Pn{xi)Ai* = 0,!,•••,n).

已知区间［办，女+1］的端点处的函数值必= *f(jck)*，以+1 =/■(女+1),使其线形插值多项式*Li(x)* 满足

*Li* (x\*) = *yk* ,L] (xh-i) = "hi， 则，线形插值多项式

*Li(x)* = /山(工)+ (z),

其中：

。&)=~~工\_5~~ ,如Gr)=~~工二以\_~~

— -Iw-l 工"4 —

称为Lagrange线形插值基函数。

同理,相应的Lagrange插值多项式

F,Gr)=丸,3 • y =克(Y • IE 須 ).

Lagrange插值多项式的基函数仅仅与节点有 关，不随函数值六而)的改变而改变。

2实例分析

选用2002-10-27的IGS精密星历，选取PRN 编号为1的GPS卫星，在01：00:00至05：45：00的

坐标值作为分析对象，其坐标值如表1所示。

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1 2002-10-27**部分**IGS**精密星历坐标值 km | | | |
| 时刻 | 坐标X | 坐标Y | 坐标Z |
| 01:00.00 | 20 715.168 881 | -2 164. 830 431 | -16 341.037 400 |
| 01:15:00 | 22 262.163 674 | -1 277. 419 947 | -14 295. 928 237 |
| 01：30.00 | 23 623. 391 045 | -564. 440 896 | -12 002. 766 280 |
| 01:45:00 | 24 760.008 511 | -8. 256 861 | —9 501. 700 830 |
| 02：00：00 | 25 638. 989 236 | 415. 574 865 | -6 836. 354 516 |
| 02;15：00 | 26 234. 338 681 | 737.129 504 | 一4 053. 033 123 |
| 02：30:00 | 26 528.042 822 | 990. 726 910 | -1 199. 899 097 |
| 02：45：00 | 26 510. 713 906 | 1 213. 386 898 | 1 673. 875 027 |
| 03：00：00 | 26 181. 912 099 | 1 443. 190 158 | 4 518. 957 573 |
| 03：15：00  （内插时刻） | 25 550. 134 199 | 1 717. 609 714 | 7 286. 698 056 |
| 03：30：00 | 24 632.473 549 | 2 071. 877 768 | 9 929. 943 099 |
| 03；45；00 | 23 453.967 430 | 2 537. 450 266 | 12 403. 815 314 |
| 04：00.00 | 22 046.659 656 | 3 140. 626 774 | 14 666. 443 967 |
| 04；15：00 | 20 448.415 987 | 3 901. 376 515 | 16 679. 637 677 |
| 04：30：00 | 18 701. 538 385 | 4 832. 413 079 | 18 409. 490 807 |
| 04：45：00 | 16 851. 230 624 | 5 938. 550 789 | 19 826. 916 527 |
| 05：00:00 | 14 943. 972 372 | 7 216. 365 108 | 20 908. 100 806 |
| 05：15；00 | 13 025. 861 406 | 8 654. 168 549 | 21 634. 872 662 |
| 05：30：00 | 11 140. 984 188 | 10 232. 302 300 | 21 994. 986 982 |
| 05：45：00  （外插时刻） | 9 329.873 581 | 11 923. 732 699 | 21 982.317 115 |

本文选用了 20个时刻的卫星坐标作为插值节 点，利用前文所述的拉格朗日插值方法对其插值结 果进行分析。内插采用的插值策略为:选取中间节 点03：15：00作为内插时刻，假定其坐标未知，一次 插值选取中间节点前一时刻和后一时刻作为插值节 点，二次插值选取中间节点前一时刻和后2个时刻 作为插值节点，三次插值选取中间节点前2个时刻 和后2个时刻作为插值节点，以此类推,直至所有节 点均参与插值⑷。

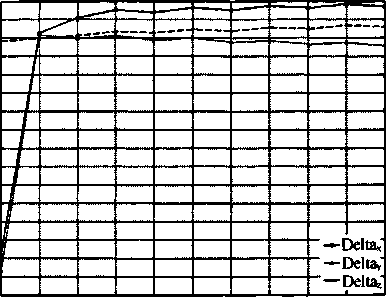
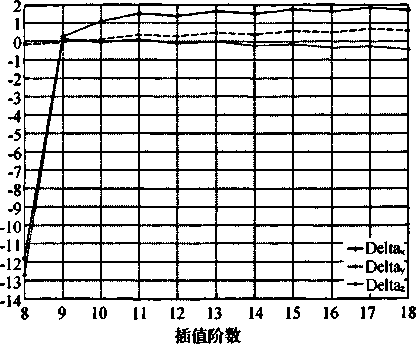
拉格朗日插值方法是通过给定n+1个互异的 插值节点，求一条&次代数曲线近似表示待插值的 函数曲线，属于代数插值的范畴。表2给出了拉格 朗日插值法不同阶数的内插插值结果及其与真值的 差值。

结果显示:随着插值阶数的增大,插值结果迅速 收敛;当插值阶数为9阶时，插值精度最高，达到亚 毫米量级，由于IGS事后精密星历的精度优于 5 cm,因此,9阶内插插值结果完全满足精密定位对 轨道的要求;随着插值阶数的继续增大，插值结果岀 现小幅震荡，精度也相对地越来越差。

图1显示了部分插值阶数的内插结果与真值的 差值，形象直观地表达了插值结果的变化情况。

表**2**拉格朗日不同阶数的内插插值结果及其与真值的差值

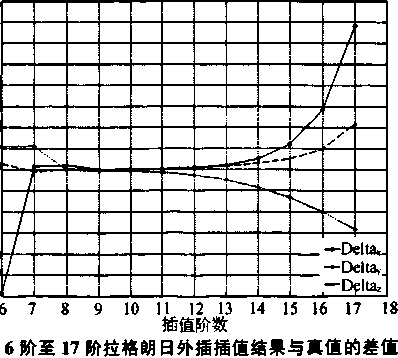
|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 阶数 | *X* /km | 差值/mm | *Y* /km | 差值/mm | Z /km | 差值/mm |
| 1 | 25 407. 192 824 | -142 941 375 | 1 757. 533 963 | 39 924 249 | 7 224.450 336 | 一 62 247 720 |
| 2 | 25 541. 788 438 666 7 | -8 345 760 | 1 707. 124 398 666 *67* | -10 485 315 | 7 301. 657 185 333 33 | 14 959 129 |
| 3 | 25 548. 810 209 333 3 | -1 323 990 | 1 718. 239 09 | 629 376 | 7 286.318 724 5 | -379 332 |
| 4 | 25 550. 040 458 5 | -93 740. 5 | 1 717. 471 701 6 | -138 012 | 7 286. 771 122 5 | 73 066. 5 |
| 5 | 25 550. 119 959 1 | -14 239.9 | 1 717. 617 479 5 | 7 765. 5 | 7 286. 695 645 2 | -2 410. 8 |
| 6 | 25 550. 133 124 257 1 | 一 1 074.7 | 1 717. 608 261 114 29 | -1 452.9 | 7 286. 698 334 571 43 | 278.6 |
| 7 | 25 550.134 057 657 1 | -141.3 | 1 717. 609 810 242 86 | 96.2 | 7 286. 698 035 571 43 | -20.4 |
| 8 | 25 550. 134 187 214 3 | -11.8 | 1 717. 609 701 285 71 | -12.7 | *7* 286.698 055 825 4 | 一 0. 174 6 |
| **9** | **25 550.134 199 25** | **0. 250 0** | **1 717. 609 715 531 75** | **0.153 *2*** | **7 286.698 055 956 35** | 一 **0. 043 7** |
| 10 | 25 550.134 200 084 4 | 1.084 4 | 1 717. 609 713 943 *72* | —0. 056 3 | 7 286. 698 056 114 72 | 0.114 7 |
| 11 | 25 550.134 2005 249 | 1. 524 9 | 1 717. 609 714 110 39 | 0.110 4 | 7 286. 698 056 341 99 | 0. 342 0 |
| 12 | 25 550.134 200 393 9 | 1. 393 9 | 1 717. 609 713 874 71 | -0. 125 3 | 7 286. 698 056 276 *22* | 0. 276 2 |
| 13 | 25 550.134 200 651 5 | 1. 651 5 | 1 717. 609 713 969 11 | -0. 030 9 | *7* 286. 698 056 467 66 | 0. 467 7 |
| 14 | 25 550.134 200 515 8 | 1.515 *8* | 1 717. 609 713 758 82 | -0. 241 2 | 7 286. 698 056 395 18 | 0. 395 2 |
| 15 | 25 550. 134 200 755 9 | 1. 7559 | 1 *717.* 609 713 856 *25* | -0.143 8 | 7 286. 698 056 576 77 | 0. 576 8 |
| 16 | 25 550.134 200 618 5 | 1.618 5 | *1* 717. 609 713 656 03 | 一 0. 344 0 | 7 286. 698 056 499 83 | 0. 499 8 |
| 17 | 25 550.134 200 843 6 | 1. 843 6 | 1 717. 609 713 751 89 | 一0. 248 1 | 7 286. 698 056 674 58 | 0. 674 6 |
| 18 | 25 550.134 200 707 6 | 1. 707 6 | 1 717. 609 713 563 63 | -0. 436 4 | 7 286. 698 056 592 83 | 0.592 8 |
| 真值 | **2S 550. 134 199** |  | **1 717. 609 714** |  | **7 286. 698 056** |  |



图**1 8**阶至**18**阶拉格朗日内插插值结果与真值的差值

外插采用的插值策略为:选取节点05：45：00作 为外插时刻，假定其坐标未知，一次插值选取待插 值节点前2个时刻作为插值节点，二次插值选取刖 3个时刻作为插值节点，以此类推，直至所有节点均 参与插值⑹。表3给出了拉格朗日插值法不同阶数 的外插插值结果及其与真值的差值。

结果显示:随着插值阶数的增大，插值结果迅速 收敛;当插值阶数为9阶时，插值精度最高,达到分 米级，甚至达到厘米、毫米级，但是，相对于内插结 果,精度依然较差，不能完全满足精密定位对轨道的 要求;随着插值阶数的继续增大，插值结果出现明显 偏差，精度急剧下降,阶数在15阶以上时，差值达到 几十米甚至上百米。由于外插节点位于插值区间的 端点,随着阶数的继续增大，舍入误差继续积累，反 而导致插值结果出现较大误差，这也验证了高次插 值中的龙格现象。



00^0000000

87&54321-1

（下转第66页）

表**3**拉格朗日不同阶数的外插插值结果及其与真值的差值

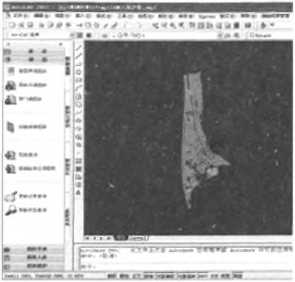
|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 阶数 | *X* /km | 差值/m | Y /km | 差值/m | Z /km | 差值/m |
| 1 | 9 256.106 97 | -73 766.61 | 11 810. 436 051 | -113 296. 65 | 22 355. 101 302 | 372 784. 19 |
| 2 | 9 289. 340 718 | -40 532. 86 | 11 950. 766 361 | 27 033. 66 | 21 988. 443 766 | 6 126. 65 |
| 3 | 9 333.42 717 999 999 | *3* 553. 6 | 11 931. 107 549 | 7 374. 85 | 21 976. 198 653 | -6 118, 46 |
| 4 | 9 331.41 586 500 001 | 1 542. 28 | 11 923. 136 224 | -596. 48 | 21 982.124 522 | 一 192. 59 |
| 5 | 9 329. 786 441 000 02 | 一87. 14 | 11 923.427 849 | -304. 85 | 21 982. 407 342 | 90.23 |
| 6 | 9 329. 814 802 000 01 | 一58.78 | 11 923. 743 564 | 10. 87 | 21 982. 319 911 999 9 | *2.* 797 |
| 7 | 9 329.875 029 999 98 | 1. 449 | 11 923. 743 776 | 11.08 | 21 982.316 223 999 7 | -0. 892 |
| 8 | 9 329. 875 596 999 96 | 2.016 | 11 923. 732 526 000 1 | 一0.173 | 21 982. 317 206 999 9 | 0. 092 |
| **9** | **9 329. 873 620 998 97** | **0.040** | **11 923.732 198 999 8** | 一 **0.5** | **21 982.317 117 998 1** | **0.003** |
| 10 | 9 329. 873 708 995 13 | 0. 128 | H 923. 732 196 999 | -0.502 | *21* 982.317 233 995 8 | 0.119 |
| 11 | 9 329. 873 982 000 02 | 0. 401 | 11 923. 731 451 000 5 | -1. 248 | 21 982.317 509 999 | 0. 395 |
| 12 | 9 329. 874 484 000 15 | 0. 903 | 11 923. 730 082 001 3 | -2.617 | 21 982. 317 986 998 6 | 0.872 |
| 13 | 9 329. 875 696 988 92 | 2.116 | 11 923. *727* 799 000 1 | —4. 9 | 21 982. 318 769 996 8 | 1. 655 |
| 14 | 9 329. 878 604 017 61 | 5.023 | 11 923. 724 284 995 4 | -8.41 | 21 982. 320 016 972 7 | 2.902 |
| 15 | 9 329. 885 597 025 04 | 12.02 | 11 923. 719 324 997 6 | -13. 37 | 21 982. 322 202 001 2 | 5. 087 |
| 16 | 9 329. 902 344 116 45 | 28. 76 | 11 923. 712 813 013 8 | -19. 89 | 21 982. 326 930 115 3 | 9.815 |
| 17 | 9 329. 941 689 328 81 | 68,11 | 11 923. 704 451 059 1 | -28. 25 | 21 982. 339 081 152 7 | 21. 97 |
| 18 | 9 330. 031 326 029 3 | 157.7 | 11 923. 692 387 896 4 | -40. 31 | 21 982.371 878 313 7 | 54. 76 |
| 真值 | **9 329. 873 581** |  | **11 923. 732 699** |  | ***21* 982. 317 115** |  |

图2显示了部分插值阶数的外插结果与真值的 差值,形象直观地表达了插值结果的变化情况。

3结论

通过对上述不同阶数插值结果的比较分析，可 以得出以下几点结论：

1）内插插值方式，充分利用了待插节点前后的 数据信息，能够充分体现待插节点附近卫星运动的 基本规律，插值精度较高;外插插值方式，只利用了 待插节点前或者待插节点后的数据信息，不能充分 体现待插节点附近卫星运动的基本规律，插值精度 较低;因此,在卫星数据允许的条件下，尽量选用待



图**6**调出地圏

4 结束语

本系统以AutoCAD2007为基础，结合基础测 绘数据管理的实际要求，按照C/S应用模式，利用 计算机网络、数据库、ObejctARX开发等先进技术， 为基础测绘数据提供了一个高效的、便捷的管理平 台,实现了测绘数据的有效管理，保证了数据的安全 性，满足了测绘部门对内外业工作的需求。但系统 在功能上随着实际情况的变化,功能上还需要拓展，

(上接第62页) 插节点位于中间的插值方式。

1. GPS IGS精密星历的采样率为15 min,通过 分析验证，当选取10个插值节点(前后各选取5 个)，即插值阶数为9阶时,插值效果最好，可以达到 亚毫米量级，完全能够满足精密定位对轨道的要求; 但是,随着插值阶数的增大，舍入误差会造成龙格现 象的岀现，尤其是在外插插值方式时，因此，插值阶 数越高，插值效果不一定更好。
2. 拉格朗日插值是代数插值，且原理简单易懂, 易于编程；当阶数为9阶时，插值精度完全满足各种 应用对轨道的耍求。因此，在对GPSIGS精密星历 进行插值时，可以首选拉格朗日插值方法。

参考文献

［1］刘基余.GPS卫星导航定位原理与方法［M］.北京:科学把人事、生产管理等方面的功能集成起来，形成一个 一体化的管理平台，这也是本系统需要完善的方面。

参考文献

口］萨师煩，王珊.数据库系统概论［M］.北京：高等教育出 版社，2000.

［2］ 张晋西.Visual Basic 与 AutoCAD 二次开发［M］.北京： 清华大学出版社，2002.

［3］ 曾洪飞.AutoCAD VBA & VB. NET开发基础与实例教 程［M」.北京：中国电力出版社，2008.

［4］ 张福浩，刘纪平.测绘数据安全管理系统设计开发［J］. 测绘科学,2006,31〈1)：77-79.

［5］ 刘权，石伟伟.房产测绘与房产GIS的一体化集成研究 □1 测绘通报，2007(9):50-53.

［6］ 杨平，裴亚波.基于GIS技术的房产测绘系统的设计与 实现［J］.北京测绘,2004(2),12-15.

［7］ 叶芳毅，朱思蓉.基于GIS的基础数据库管理系统［J］. 人民长江，2007,38(10):20-22.

［8］ 杨品福，杜清运.长沙市基础空间数据库的设计与实现 口丄测绘科学,2006,31(6):89-90.

［9］ 谢玉周，王振中.在AutoCAD中实现地形图图库管理 EJ1 测绘通报，2。06(7)：55-56.

［责任编辑:张德福］

出版社,2003.

［2］ 洪櫻，欧吉坤,彭碧波.GPS卫星精密星历和钟差三种内 插方法比较口丄武汉大学学报：信息科学版，2006,31 (6)： 516-518.

［3］ 官厚诚，李全海.基于IGS精密星历的卫星坐标和钟差插 值口丄全球定位系统,2009,34(5):24-26.

［4］ 朱长青.计算方法及其在测绘中的应用［M］.北京:测绘 岀版社，1997.

［5］ 易大义，陈道琦.数值分析引论［M］.浙江:浙江大学出版 社,2003.

［6］ 何玉晶.GPS电离层延退改正及其扰动监测的分析研究 ［D］,郑州：信息工程大学,2006.

［责任编辑:刘文霞］