Задание 2

Условие

Прибор для выявления брака на фабрике имеет вероятность ошибки 5% (и первого и второго рода), процент брака составляет 5% от всего объёма выпускаемой продукции.

- Какая вероятность того, что мы выявили брак, если прибор выдал положительный результат - "продукция бракованная"?
- Почему же в жизни все-таки используют такие приборы? Что можно было бы изменить в процедуре поиска брака, не меняя точности прибора, так, чтобы вероятность из первого вопроса P(брак|"+") выросла?
- Какое соотношение можно вывести между процентом брака P(брак) и ошибкой прибора, если мы хотим , чтобы прибор работал лучше честной монетки, хуже или также?

1 часть

Нам нужно найти вероятность того, что выявили брак, если прибор выдал положительный результат. По определению это P(брак|+) = P(+|брак) * P(брак) / P(+). По формуле полной вероятность можно найти P(+):

P(+) = P(+|брак) * P(брак) + P(+|нет брака) * P(нет брака) = 0.95 * 0.05 + 0.05 * 0.95 = 0.095

Тогда P(брак|+) = 0.95 * 0.05 / 0.095 = 0.5. По сути это формула Байеса.

2 часть

Их использование в среднем предотвращает попадание хотя бы половины брака, а так как брака всего 5%, то ложно положительных показаний будет и не так уж много.

Чтобы повысить вероятность обнаружения дефектов при сохранении той же точности прибора, можно увеличить количество отбираемых проб или использовать второй прибор.

3 часть

P(брак) = x – вероятность брака, P(+|нет брака) = P(-|брак) = y — ошибка прибора. Мы уже вывели формулу:

P(брак|+) = P(+|брак) * P(брак) / (P(+|брак) * P(брак) + P(+|нет брака) * P(нет брака)) = $\frac{(1-y)\cdot x}{(1-y)\cdot x+y\cdot(1-x)}$.

Осталось понять что-то про значения этой дроби:

P(брак|+) = 0.5 , если $(1-y)\cdot x = y\cdot(1-x)$, тоже что $x = y$.

P(брак|+) > 0.5 , если $(1-y)\cdot x > y\cdot(1-x)$, тоже что $x > y$.

P(брак|+) < 0.5 , если $(1-y)\cdot x < y\cdot(1-x)$, тоже что $x < y$.