

Różowe wierzchołki

Paweł Putra

April 18, 2025

1 Wstęp

Różowy wierzchołek to taki, że zawsze istnieje rozwiązanie optymalne, które go nie zawiera.

1.1 Nowe redukcje

1.1.1 Redukcja pierwotna

Jeśli dla krawędzi $(u, v) \in E$ zachodzi:

- $N[u] \subseteq N[v]$
- v nie jest różowy
- nie istnieje **czerwona** krawędź (u, w) gdzie $w \neq v$ (bo mówi o istnieniu usuniętego sąsiada u , który nie jest w $N[v]$)

to pokoloruj u na różowo.

1.1.2 Redukcja dla pojedynczego wierzchołka

Jeśli istnieje różowy wierzchołek, który jest zdominowany - usuń go z grafu.

1.1.3 Redukcja sąsiedztwa

Jeśli istnieje nieróżowy wierzchołek v , że całe $N(v)$ jest różowe, weź go do rozwiązania i usuń $N[v]$ z grafu.

1.2 Wpływ na AlberSimpleRule1

Było: *Jeśli istnieje **czarna** krawędź, której oba końce są zdominowane - usuń ją.*

Teraz z różowymi wierzchołkami mamy dodatkowo:

- *Jeśli istnieje **czarna** krawędź, której oba końce są różowe - usuń ją.*

- Jeśli istnieje **czerwona** krawędź (u, v) , taka, że u jest różowy, dodaj v do rozwiązania i usuń wierzchołki u i v .
- **Test:** Jeśli istnieje **czerwona** krawędź, której oba końce są różowe, mamy sprzeczność - instancja jest niepoprawna.

1.3 Wpływ na AlberSimpleRule{2, 3, 4}

Bez zmian.

1.4 Wpływ na ForcedEdgeRule

Czerwona krawędź (u, v) oznacza, że w optymalnym rozwiązaniu S musi być conajmniej jeden element zbioru $\{u, v\}$.

Oznaczając krawędź (u, v) jako czerwoną oznaczamy również $N[u] \cap N[v]$ jako zdominowane, bo będą zdominowane przez u lub v .

1.4.1 Wierzchołki o stopniu 2

Jeśli istnieje **czarny** wierzchołek u o stopniu 2, taki, że jego sąsiedzi v, w są połączeni krawędzią, to:

- **Test:** Zakładając aplikowanie redukcji (1.1.3) przed tą, nie istnieje sytuacja, w której zarówno wierzchołki v jak i w jest różowy.
- jeśli obie krawędzie wierzchołka u są czarne, oznacz krawędź (v, w) jako czerwoną i usuń wierzchołek u .
- jeśli tylko krawędź (u, w) jest czerwona, weź w do rozwiązania i usuń wierzchołek u .
- jeśli tylko krawędź (u, v) jest czerwona, weź v do rozwiązania i usuń wierzchołek u .
- jeśli obie krawędzie są czerwone - **nie rób nic** (pomysł: ściągając do jednego niezdominowanego wierzchołka g , wtedy $g \in S' \implies \{v, w\} \subseteq S$, a $g \notin S' \implies u \in S$).

1.5 Wpływ na AlberMainRule1

Ta redukcja polega na zachłannym wzięciu wierzchołka v jeśli jego sąsiedztwo spełnia odpowiednie kryteria.

Dodatek: Rozważany wierzchołek nie może być różowy.

1.6 Wpływ na AlberMainRule2

Ta redukcja polega na zachłannym wzięciu wierzchołka v i/lub w jeśli ich sąsiedztwo spełnia odpowiednie kryteria.

Dodatek: Rozważane wierzchołki nie mogą być różowe.