Kacper Kula

Zadanie numeryczne nr 1

Omówienie

Problem polega na wyliczeniu przybliżenia pochodnej z wzorów:

(a) $Dhf(x)=\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

(b) $Dhf(x)=\frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h}$

oraz obliczenia błędu $|Dhf(x)-f'(x)|$, jaki powstaje przy tym wyliczeniu dla:

- przykładowej funkcji $f(x)=\sin(x^2)$

- punktu x = 0.2

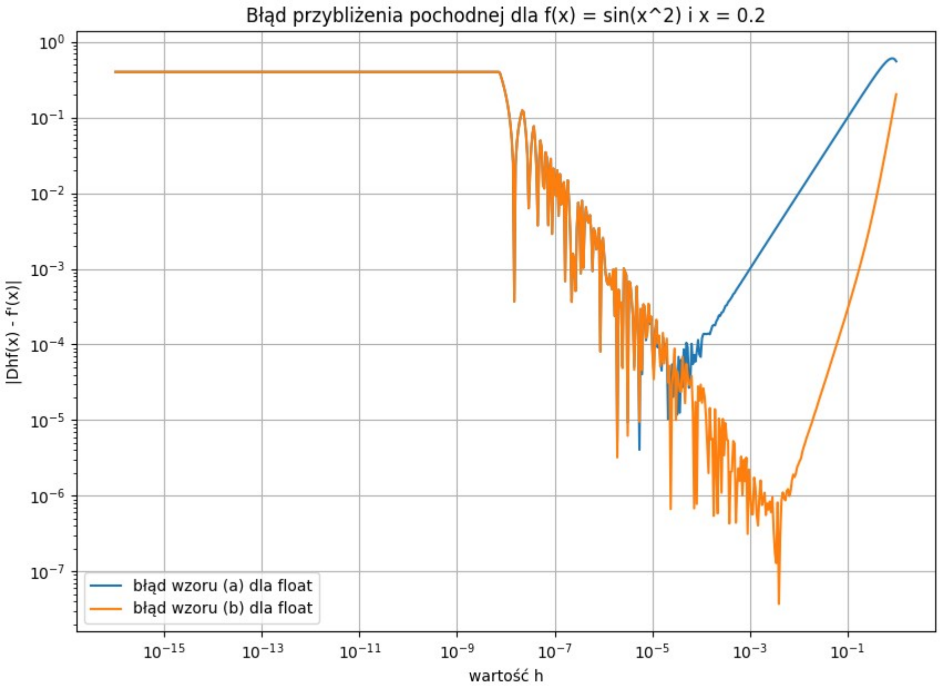
w zależności od wartości parametru h.

Tworzy również wykres zależności dla różnych typów zmiennoprzecinkowych:

- float

- double

Wykres błędu w wzorze (a) i (b) oraz typu zmiennoprzecinkowego float



Wykres przedstawia błąd $|Dhf(x) - f'(x)|$ w zależności od parametru h w skali logarytmicznej dla typu float

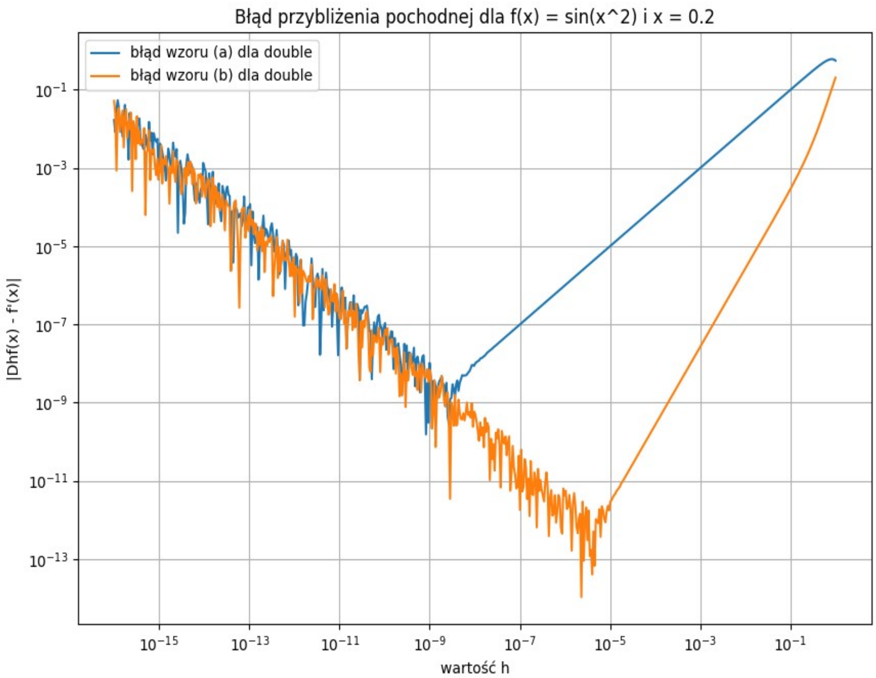
Wykres rośnie odwrotnie proporcjonalnie do wielkości h, aż do osiągnięcia optymalnej wartości h. Dla wzoru (a) punkt ten możemy oszacować na $10^{(-5)}$, z kolei dla wzoru (b) na $10^{(-3)}$.

"Wyboje" widoczne na wykresie, aż do osiągnięcia optymalnej wartości h, wynikają z błędu zaokrągleń. Jak możemy zauważyć, po osiągnięcia optymalnej wartości h zaczynają się drastycznie zmniejszać, aż w końcu zanikają.

Wnioski

Dla wzoru (a) optymalna wartość h możemy oszacować na $10^{(-5)}$, z kolei dla wzoru (b) na $10^{(-3)}$ dla typu float.

Wykres błędu w wzorze (a) i (b) oraz typu zmiennoprzecinkowego double



Wykres przedstawia błąd $|Dhf(x) - f'(x)|$ w zależności od parametru h w skali logarytmicznej dla typu double.

Wykres rośnie odwrotnie proporcjonalnie do wielkości h, aż do osiągnięcia optymalnej wartości h. Dla wzoru (a) punkt ten możemy oszacować na $10^{(-9)}$, z kolei dla wzoru (b) na $10^{(-5)}$.

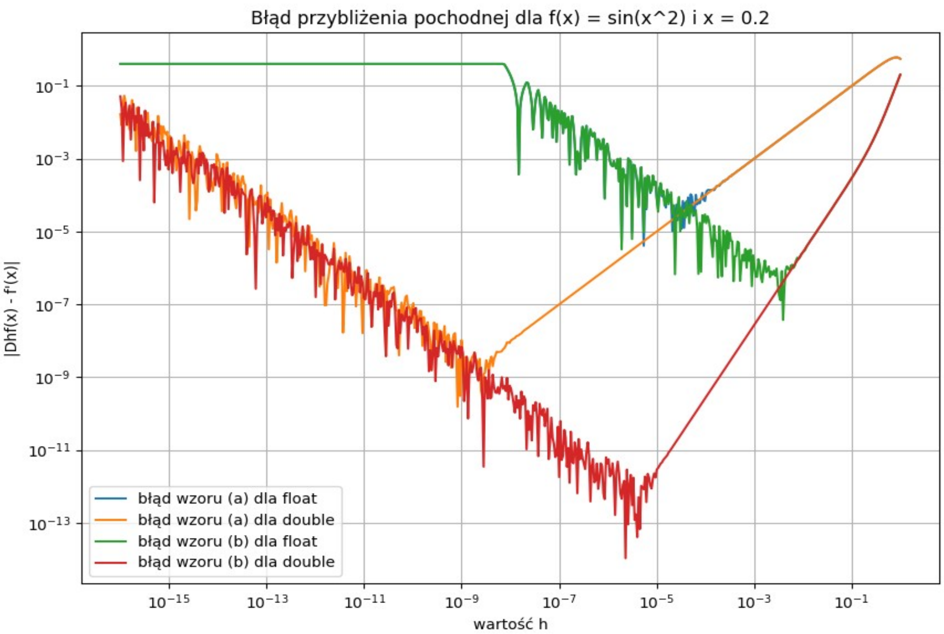
"Wyboje" widoczne na wykresie, aż do osiągnięcia optymalnej wartości h, wynikają z błędu zaokrągleń. Jak możemy zauważyć, po osiągnięciu optymalnej wartości h zaczynają się drastycznie zmniejszać, aż w końcu zanikają.

Wnioski

Dla wzoru (a) optymalna wartość h możemy oszacować na $10^{(-9)}$, z kolei dla wzoru (b) na $10^{(-5)}$ dla typu double.

Podsumowanie

Poniżej znajduje się wykres dla obu metod wyliczania pochodnej oraz obu rozpatrywanych typów zmiennoprzecinkowych.



Wnioski

Błędy $\left|Dhf(x)-f'(x)\right|$ dla wzorów (a) i (b) i typu zmiennoprzecinkowego double są mniejsze niż dla typu zmiennoprzecinkowego float. Typ double zapewnia większą precyzję obliczeń

Błąd $\left|Dhf(x)-f'(x)\right|$ jest mniejszy dla wzoru (b), niż dla wzoru (a), zatem wzór (b) wyliczania pochodnej jest dokładniejszy niż wzór (a).