Ex.1 — หาประพจน์สมมูลกับ `p ∨ q`

สูตรที่ใช้: `A → B ≡ ~A ∨ B`

แปลงกลับ — ถ้า `~p → q` คือ `~(~p) ∨ q = p ∨ q` ✓

ลองทีละข้อ

ข้อ 1: `~p → q` แปลงด้วยสูตร `A → B ≡ ~A ∨ B` → `~(~p) ∨ q = p ∨ q` ✅ **ตรงกัน**

ข้อ 2: `~q → ~p` → `q ∨ ~p` ซึ่งคือ `p → q` ไม่ใช่ `p ∨ q` ❌

ข้อ 3: `~p ∧ q` — เป็น AND ไม่ใช่ OR ❌

ข้อ 4: `p ∧ ~q` — เป็น AND ไม่ใช่ OR ❌

Ex.2 — หาประพจน์สมมูลกับ `(p ∧ q) → r`

แปลงประพจน์หลักก่อน

`(p ∧ q) → r` → `~(p ∧ q) ∨ r` → `(~p ∨ ~q) ∨ r` → `~p ∨ ~q ∨ r`

ข้อ 1: `(p→r) ∨ (q→r)`

→ `(~p ∨ r) ∨ (~q ∨ r)` → `~p ∨ ~q ∨ r` ✅ ตรงกัน

✓ คำตอบ: ข้อ 1

Ex.3 — หาประพจน์สมมูลกับ `p → ~q`

แปลงประพจน์หลักก่อน

`p → ~q` → `~p ∨ ~q` → `~(p ∧ q)`

ข้อ 1: `~(p ∧ q)`

→ `~p ∨ ~q` ✅ ตรงกัน

✓ คำตอบ: ข้อ 1

Ex.4 — หาประพจน์สมมูลกับ `(~r ∨ p) → q`

แปลงประพจน์หลักก่อน

`(~r ∨ p) → q` → `~(~r ∨ p) ∨ q` → `(r ∧ ~p) ∨ q` → `(r ∧ ~p) ∨ q`

ข้อ 2: `(r ∧ ~p) ∨ q`

→ `(r ∧ ~p) ∨ q` ✅ ตรงกันเลย

✓ คำตอบ: ข้อ 2

Ex.5 — หาประพจน์สมมูลกับ `(p → r) ∧ (q → r)`

แปลงประพจน์หลักก่อน

`(p → r) ∧ (q → r)` → `(~p ∨ r) ∧ (~q ∨ r)` → `(~p ∧ ~q) ∨ r` → `~(p ∨ q) ∨ r`

ข้อ 3: `~(p ∨ q) ∨ r`

→ `~(p ∨ q) ∨ r` ✅ ตรงกันเลย

Ex.6 — หาประพจน์สมมูลกับ `~[(p ∧ q) → (~q ∨ r)]`

แปลงประพจน์หลักก่อน

`~[(p ∧ q) → (~q ∨ r)]` → `(p ∧ q) ∧ ~(~q ∨ r)` → `(p ∧ q) ∧ (q ∧ ~r)` → `p ∧ q ∧ ~r`

ข้อ 1: `p ∧ ~(q → r)`

`~(q → r)` → `q ∧ ~r`

→ `p ∧ (q ∧ ~r)` → `p ∧ q ∧ ~r` ✅ ตรงกัน

✓ คำตอบ: ข้อ 1

Ex.7 — หาประพจน์สมมูลกับ `~p → (q → (r ∨ p))`

แปลงประพจน์หลักก่อน

`~p → (q → (r ∨ p))` → `p ∨ (q → (r ∨ p))` → `p ∨ (~q ∨ r ∨ p)` → `p ∨ p ∨ ~q ∨ r` → `p ∨ ~q ∨ r`

ข้อ 2: `p ∨ (~q) ∨ r`

→ `p ∨ ~q ∨ r` ✅ ตรงกันเลย

✓ คำตอบ: ข้อ 2

Ex.8 — หาประพจน์สมมูลกับ `p → ~(q → p)`

แปลงประพจน์หลักก่อน

`p → ~(q → p)` → `~(q → p)` คือ `q ∧ ~p` → `p → (q ∧ ~p)` → `~p ∨ (q ∧ ~p)` → `(~p ∨ q) ∧ (~p ∨ ~p)` → `(~p ∨ q) ∧ ~p` → `~p`

ข้อ 1: `~p ∨ (~p ∧ q)`

→ `~p ∨ (~p ∧ q)` → `(~p ∨ ~p) ∧ (~p ∨ q)` → `~p ∧ (~p ∨ q)` → `~p` ✅ ตรงกัน

✓ คำตอบ: ข้อ 1

Ex.9 — หาประพจน์สมมูลกับ `p ↔ q`

แปลงประพจน์หลักก่อน

`p ↔ q` → `(p → q) ∧ (q → p)` → `(~p ∨ q) ∧ (~q ∨ p)`

ข้อ 2: `(~q → ~p) ∧ (~q ∨ p)`

`~q → ~p` → `q ∨ ~p` → `~p ∨ q`

`~q ∨ p` → `~q ∨ p`

รวมกัน → `(~p ∨ q) ∧ (~q ∨ p)` ✅ ตรงกัน

Ex.10 — หาประพจน์สมมูลกับ `p ∨ [q → (r ∨ p)]`

แปลงประพจน์หลักก่อน

`p ∨ [q → (r ∨ p)]` → `p ∨ (~q ∨ r ∨ p)` → `p ∨ p ∨ ~q ∨ r` → `p ∨ ~q ∨ r`

ข้อ 3: `p ∨ (~q) ∨ r`

→ `p ∨ ~q ∨ r` ✅ ตรงกันเลย

✓ คำตอบ: ข้อ 3

ข้อ 11 — พิสูจน์ว่า `p → (q → r) ≡ (p ∧ ~r) → ~q`

แปลงฝั่งซ้าย

`p → (q → r)` → `p → (~q ∨ r)` → `~p ∨ ~q ∨ r`

แปลงฝั่งขวา

`(p ∧ ~r) → ~q` → `~(p ∧ ~r) ∨ ~q` → `(~p ∨ r) ∨ ~q` → `~p ∨ ~q ∨ r`

เปรียบเทียบ

ฝั่งซ้าย → `~p ∨ ~q ∨ r` ฝั่งขวา → `~p ∨ ~q ∨ r` ✅ ตรงกัน

✓ สรุป: ทั้งสองประพจน์สมมูลกัน