数字电路与逻辑设计

第1章　　数制与码制

第1章　　数制与码制

1.1　数制（计数体制）

累加计数制

进位计数制

第1章　　数制与码制

1. 1　数制

1.1.1 进位计数制

设一个R进制的数N，该数制的三要素为：

- 数码：0~R-1，进位规律：逢R进一，借1当R。
- 基数：数码的进制数R，也称为底数。
- 数位：数码所在的位置。
- 位权：R^i，数码在一个数中的位置不同，其大小就不同。i是数码所在的位置，称为数位。

第1章　　数制与码制

1. 1　数制

1.1.1 进位计数制

数可以有3种表示方式。

第1章　　数制与码制

1.1　数制

1.1.2 常用（进位计）数制

1）十进制（Decimal）

- 数码：0~9，逢10进1，借1当10
- 位权：10^i
- 基数：10

$$(N)_{10} = (N)_D = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times 10^i$$

$$(44.5)_{10} =$$

第1章　　数制与码制

1.1　数制

1.1.2 常用数制

2) 二进制（Binary）

- 数码：0、1，逢2进1，借1当2
- 位权：2^i
- 基数：2

$$(N)_2=(N)_B=\sum_{i=-m}^{n-1} a_i\times 2^i$$

第1章　　数制与码制

1.1　数制

1.1.2 常用数制

3) 十六进制（Hexadecimal）

- 数码：0~9、A~F（10~15），逢16进1，借1当16
- 位权：16^i
- 基数：16

$$(N)_{16} = (N)_H = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times 16^i$$

4BE.2=

第1章　　数制与码制

1.1　数制

1.1.3 数制转换

1.　非十进制→十进制

{2，8，16} → {10}

方法：按位权展开相加法

例1：$(11.01)_B = (?)_D$

解：$(11.01)_B = 1\times2^1 + 1\times2^0 + 0\times2^{-1} + 1\times2^{-2}$

$= (3.025)_D$

第1章　　数制与码制

1.1　数制

1.1.3 数制转换

1) 非十进制→十进制

$\{2，8，16\ldots\} \rightarrow \{10\}$

方法：按位权展开相加法

例2：　（3E8）$_{16}$ = $(?)_D$

解：

（3E8）$_{16}$=$3\times16^2+14\times16^1+8$ =（1000）$_{10}$

第1章　　数制与码制

1. 1　数制

1.1.3 数制转换

2) 十进制 → 非十进制

方法：基数乘除法（整数部分用除基数取余法；

小数部分用乘基数取整法）

例3：$(57)_D = (?)_B$

例4：$(0.6875)_D = (?)_B$

例3. 解：

		余数	有效位
2	57		
2	28	1	k_0(最低位)
2	14	0	k_1
2	7	0	k_2
2	3	1	k_3
2	1	1	k_4
	0	1	k_5(最高位)

直到商为0为止。

所以：$(57)_D = (111001)_B$

例4. 解：

0.6875	整数	有效位
$\times$ 2		
1.3750 ----	1 ----	k_{-1}(最高位)
$\times$ 2		
0.7500 ----	0 ----	k_{-2}
$\times$ 2		
1.5000 ----	1 ----	k_{-3}
$\times$ 2		
1.0000 ----	1 ----	k_{-4}(最低位)

直到小数部分为0或已达到精度要求为止。

所以：$(0.6875)_D = (0.1011)_B$

第1章　　数制与码制

1. 1　数制

1.1.3 数制转换

3) 剩余误差及转换位数的确定

①剩余误差

①**n**位**R**进制小数的精度　R^{-n}

例1：$(0.12)_{10}$ 的精度为　10^{-2}

例2：$(0.101)_2$ 的精度为　2^{-3}

第1章　　数制与码制

1. 1　数制

1.1.3 数制转换

3) 剩余误差及转换位数的确定

例3：$(0.39)_{10} = (\ ?\ )_2$，要求精度达到 0.1%。

解：设二进制数小数点后有n位小数，

则其精度为 2^{-n}，由题意知：　　$2^{-n} \le 0.1\%$，

解得 $n \ge 10$。

所以 $(0.39)_{10} = (0.0110001111)_2$ 。

第1章　　数制与码制

1.1　数制

1.1.3 数制转换

3) 剩余误差及转换位数的确定

例4：（0.4526）$_{10}$=(?)$_2$，要求转换后的精度不低于原精度。

解：原精度为10^{-4}，设转换后为n位小数，

则　$10^{-4} \geq 2^{-n}$，解得：$n \geq (4\lg 10)/\lg 2 = 13.3$

所以，n至少取14位。

（0.4526）$_{10}$=$(0.01110011111)_2$

第1章　　数制与码制

1. 1　数制

1.1.3 数制转换

4) 任意进制间转换

一般方法：以十进制作为过渡。

特殊情况：三种进制的基数都是2的正整数幂。

方法：直接转换。

例1：$(101011.1)_2 = (\ ?\ )_8 = (\ ?\ )_{16}$

解：$(101011.1)_2 = (\underline{101}\ \underline{011}\ .\ \underline{100})_2 = (53.4)_8$

$(101011.1)_2 = (\underline{10}\ \underline{1011}.\ \underline{1000})_2 = (2B.8)_{16}$

第1章　　数制与码制

1.1　数制

1.1.4 二进制数的算术运算

第1章　　数制与码制

1.2　码制（编码的制式）

1.2.1　二进制码

n位码元 $\longrightarrow$ 2^n个对象

1.2　码制

1.2.1　二进制码

1) 自然二进制码 （参见课本page8 表1.3.1）

第1章　　数制与码制

1.2　码制

1.2.1　二进制码

2) 格雷码—码间距为1的一种代码。

例1：0011和 0010　码间距为1

例2：0011和 1111　码间距为2

循环码：格雷码的一种（典型格雷码），特点为首尾代码码间距也为1。

循环码的构成规律：反射特性

1位	2位	3位
0	0 0	000
1	0 1	001
	1 1	011
	1 0	010
		110
		111
		101
		100

第1章　　数制与码制

1.2　码制

1.2.1　二进制码

3) 奇（偶）校验码

信息码	校验位	
0000	0	偶校验
0000	1	奇校验

发送方		接收方		检错结果
0000	0	0001	0	错
0000	0	0011	0	对

第1章　　数制与码制

1.2　码制

1.2.2　二—十进制（BCD）码

1) 引入BCD码的原因：

人们习惯用十进制数，而数字系统只处理二进制数

2) 分类 （参见page10表1.3.2）

1)有权码：有固定位权

2)无权码：无固定位权

十进制数	8421码	余3码	循环码	余3循环码
0	0000	0011	0000	0010
1	0001	0100	0001	0110
2	0010	0101	0011	0111
3	0011	0110	0010	0101
|	|	|	|	|
|	|	|	|	|
9	1001	1100	1101	1010
|			|	
|			|	
12			1010	

第1章　　数制与码制

1.2　码制

1.2.2　二—十进制（BCD）码

3) 数制与码制间的转换

例1：$(380)_{10}$ = $(\ ?\ )_{8421BCD}$

解：$(380)_{10}$ = $(0011\ 1000\ 0000)_{8421BCD}$

第1章　　数制与码制

1.2　码制

1.2.2　二—十进制（BCD）码

3) 数制与码制间的转换

例2：$(0110\ 0010\ 0000)_{8421BCD} = (\ 620\ )_{10}$

例3：$(0001\ 0010)_{8421BCD} = (\ ?\ )_{2}$

解：$(0001\ 0010)_{8421BCD} = (12)_{10} = (1100)_{2}$

1.2　码制

1.2.2　二—十进制（BCD）码

4) 8421 BCD码的加减法运算

（1）加法运算

例1：$(0010)_{8421BCD} + (0011)_{8421BCD} = (?)_{8421BCD}$

$$
\begin{array}{r}
0010 \\
+\quad 0011 \\
\hline
0101
\end{array}
$$

第1章　　数制与码制

1.2　码制

1.2.2　二—十进制（BCD）码

4) 8421 BCD的加减法运算

（1）加法运算

例2：$(0001)_{8421BCD} + (1001)_{8421BCD} = (?)_{8421BCD}$

$$
\begin{array}{r}
0001 \\
+\quad 1001 \\
\hline
1010 \\
+\quad 0110 \\
\hline
0001\ \ 0000
\end{array}
$$

1010　非法码

0110　加6修正

1.2　码制

1.2.2　二—十进制（BCD）码

4) 8421 BCD的加减法运算

（1）加法运算

例3：$(1000)_{8421BCD} + (1000)_{8421BCD} = (\ ?\ )_{8421BCD}$

$$
\begin{array}{r}
1000 \\
+\ \ 1000 \\
\hline
1\ \ 0000 \\
+\ \ 0110 \\
\hline
0001\ \ 0110
\end{array}
$$

个位产生进位

加6修正

1.2　码制

1.2.2　二—十进制（BCD）码

4) 8421 BCD的加减法运算

加法结论：两个8421BCD码相加，若相加结果中出现了8421BCD码的非法码或在相加过程中，在BCD数位上出现了向高位的进位，则应对非法码及产生进位的代码进行“加6(即二进制数0110)修正”。

第1章　　数制与码制

1.2　码制

1.2.2　二—十进制（BCD）码

4) 8421 BCD的加减法运算

（2）减法运算

例1：$(0110)_{8421BCD} - (0001)_{8421BCD} = (\ ?\ )_{8421BCD}$

$$
\begin{array}{r}
0110 \\
-\ \ 0001 \\
\hline
0101
\end{array}
$$

1.2　码制

1.2.2　二—十进制（BCD）码

4) 8421 BCD的加减法运算

（2）减法运算

例2：$(0001\ 0000)_{8421BCD} - (0101)_{8421BCD} = (\ ?\ )_{8421BCD}$

$$
\begin{array}{r l}
 & 0001\ \ 0000 \\
- & 0101 \\
\hline
 & 0000\ \ 1011 \\
- & 0110 \\
\hline
 & 0000\ \ 0101
\end{array}
$$

个位产生借位

减6修正

1.2　码制

1.2.2　二—十进制（BCD）码

4) 8421 BCD的加减法运算

减法结论：两个8421BCD码相减，若相减过程中，在BCD数位上出现了向高位的借位，则应对产生借位的代码进行“减6(即二进制数0110)修正”。

内容回顾

- 什么是数制？有哪些数制？他们之间怎么转换？转换中要注意什么？
- 什么是码制？有哪些码制？他们之间怎么转换？
- 数制和码制之间有关系吗？