

## 2.6 逻辑函数的化简

### 2.6.3 卡诺图化简法

#### 1) 逻辑函数的卡诺图表示

##### (1) 卡诺图的构成

##### ① 格图形式的真值表

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1



A \ B	0	1
0	0	1
1	0	1

说明：卡诺图是由矩形或正方形组成的图形，将矩形分成若干小方块，每个小方块对应一个最小项。

## ② 最小项的方块图

BC		00	01	11	10
A	0	$m_0$	$m_1$	$m_3$	$m_2$
	1	$m_4$	$m_5$	$m_7$	$m_6$

上表头编码按00—01—11—10  
循环码  
顺序排列

注意：

**I** 最小项的序号为该小格对应的取值组合组成的二进制数的十进制值

**II 逻辑相邻。**

“逻辑相邻”——上下相邻，左右相邻，并呈现“循环相邻”的特性，它类似于一个封闭的球面，如同展开了的世界地图一样。对角线上不相邻。

### ③ 卡诺图中0和1的含义

I 从真值表的观点；

II 从最小项方块图观点：在函数的标准表达式中，不包含或包含某最小项。

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1



		B	
		0	1
A	0	0	1
	1	0	1

## 2.6 逻辑函数的化简

### 2.6.3 卡诺图化简法

#### 1) 逻辑函数的卡诺图表示

##### (1) 卡诺图的构成

例：画出逻辑函数  $F(A,B,C) = \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC\overline{C}$  对应的卡诺图

解：

		BC			
		00	01	11	10
A	0	0	1	0	0
	1	1	0	0	1

## 2.6 逻辑函数的化简

### 2.6.3 卡诺图化简法

#### 1) 逻辑函数的卡诺图表示

(1) 卡诺图的构成

(2) 得到卡诺图的几种方法

① 按真值表直接填（课本page34，图2.6.1）

② 先把一般表达式转换为标准表达式，然后再填

③ 观察法

观察法：在包含乘积项中全部变量的小格中填 1

例2.6.11 试将  $F(A,B,C,D) = AB\bar{C}\bar{D} + \bar{A}BD + AC$  用卡诺图表示。

解：

		CD			
		00	01	11	10
AB	00				
	01		1	1	
	11	1		1	1
	10			1	1

## 2.6 逻辑函数的化简

### 2.6.3 卡诺图化简法

#### 2) 卡诺图的运算（自学）

(1) 相加

(1) 相乘

(1) 异或

(1) 反演

例： 已知  $F_1(A,B,C,D) = A \bar{B} + C D$

$$F_2(A,B,C,D) = B \bar{C} + A D$$

试求  $F = F_1 \oplus F_2 = \sum m(?)$ 。

解： 用卡诺图分别表示函数  $F_1$ ，  $F_2$ ，  $F$ ， 如下图所示。



		CD			
		00	01	11	10
AB	00			1	
	01			1	
	11			1	
	10	1	1	1	1

$F_1$

$\oplus$

		CD			
		00	01	11	10
AB	00				
	01	1	1		
	11	1	1	1	
	10		1	1	

$F_2$

=

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	0	0	1	0
	01	1	1	1	0
	11	1	1	0	0
	10	1	0	0	1

所以  $F = \sum m(3, 4, 5, 7, 8, 10, 12, 13)$

## 2.6 逻辑函数的化简

### 2.6.3 卡诺图化简法

#### 3) 卡诺图化简法

##### (1) 化简原理

最小项**逻辑相邻**，可以利用合并相邻项公式：

$$A B + A \overline{B} = A \text{ 化简。}$$

## 2.6 逻辑函数的化简

### 2.6.3 卡诺图化简法

#### 3) 卡诺图化简法

#### (2) 合并的对象

卡诺图上的小方格中，相邻的、并且构成矩形框的  $2^n$ 个小格所包含的最小项。

AB \ C		AB			
		00	01	11	10
C	0		1	1	1
	1	1	1		1

#### (3) 合并的规则

将每个合并对象用一个卡诺圈圈起来，每个卡诺圈形成一个乘积项，该乘积项由卡诺圈内各小方格对应的取值相同的变量组成，其中“1”对应原变量，“0”对应反变量。

## 2.6 逻辑函数的化简

### 2.6.3 卡诺图化简法

#### 3) 卡诺图化简法

#### (4) 合并的规律

① 圈2格，可消去1个变量；

		BC			
		00	01	11	10
A	0	1	1	0	0
	1	0	0	0	0

$$F = \bar{A} \bar{B}$$

		BC			
		00	01	11	10
A	0	1	0	0	1
	1	0	0	0	0

$$F = \bar{A} \bar{C}$$

② 圈4格，可消去2个变量；

		BC			
		00	01	11	10
A	0	1	1	0	0
	1	1	1	0	0

$$F = \bar{B}$$

		BC			
		00	01	11	10
A	0	1	1	1	1
	1	0	0	0	0

$$F = \bar{A}$$

		BC			
		00	01	11	10
A	0	1	0	0	1
	1	1	0	0	1

$$F = \bar{C}$$

AB \ CD		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	0	0	1
	01	0	1	1	0
	11	0	1	1	0
	10	1	0	0	1

$$F = \bar{B} \bar{D} + B D$$

AB \ CD		CD			
		00	01	11	10
AB	00	0	1	1	0
	01	1	0	0	1
	11	1	0	0	1
	10	0	1	1	0

$$F = \bar{B} D + B \bar{D}$$

③ 圈8格，可消去3个变量；

AB \ CD		CD			
		00	01	11	10
AB	00	0	1	1	0
	01	0	1	1	0
	11	0	1	1	0
	10	0	1	1	0

$$F = D$$

AB \ CD		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	0	0	1
	01	1	0	0	1
	11	1	0	0	1
	10	1	0	0	1

$$F = \bar{D}$$

结论：圈 $2^i$ 个相邻最小项，可消去 $i$ 个变量( $i = 0, 1, 2, \dots$ )

## 2.6 逻辑函数的化简

### 2.6.3 卡诺图化简法

#### 3) 卡诺图化简法

#### (5) 化简的原则、步骤

##### ① 圈卡诺圈的原则

- a. 排斥原则：“1”和“0”不可共存于同一圈中；
- b. 闭合原则：圈完所有的“1”格；
- c. 最小原则：圈个数最少，圈范围最大。



## 2.6 逻辑函数的化简

### 2.6.3 卡诺图化简法

#### 3) 卡诺图化简法

#### (5) 化简的原则、步骤

##### ② 化简的步骤

- a. 先圈孤立的“1格”；
- b. 再圈只有一个合并方向的“1格”；
- c. 圈剩下的“1格”。
- d. 检查：每个圈中至少有1个“1格”未被其它圈圈过。

## 2.6 逻辑函数的化简

### 2.6.3 卡诺图化简法

#### 3) 卡诺图化简法

#### (6) 化简举例

#### 例2.6.12 化简函数

$$F(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 14, 15)$$

为最简与或式。

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	1	1
11	0	0	1	1
10	0	1	0	1

$$\begin{aligned} F(A, B, C, D) = & \bar{A} \bar{B} \bar{D} + \\ & \bar{A} B D + A \bar{B} \bar{C} D + \\ & B C + C \bar{D} \end{aligned}$$

注意（对“圈卡诺圈的原则”的补充和强调）：

- a. 圈中“1”格的数目只能为 $2^i$  ( $i = 0, 1, 2, \dots$ ), 且是相邻的。
- b. 首先考虑圈数最少, 其次考虑圈尽可能大。
- c. 为了使卡诺圈尽可能的大, 同一个“1”格可被圈多次( $A + A = A$ )。
- d. 每个圈中必须有该圈独有的“1”格。
- e. “1格”要圈完, 圈法有可能是不唯一的。

## 2.6 逻辑函数的化简

### 2.6.4 非完全描述逻辑函数的化简

#### 1) 约束项、任意项、无关项及非完全描述逻辑函数

(1) 无关项 [   
 约束项 : 不可能出现的取值组合  
 所对应的最小项。  
 任意项 : 出现以后函数的值可任意规定的取值组合所对应的最小项。

#### (2) 非完全描述逻辑函数

## 2.6 逻辑函数的化简

### 2.6.3 卡诺图化简法

#### 2) 非完全描述逻辑函数的化简

无关项小格既可作为“0格”处理，也可作为“1格”处理，以使化简结果最简为准。

注意：卡诺圈中不可全是无关项；

### 例2.6.16 用卡诺图化简逻辑函数

$$\begin{cases} F(A, B, C, D) = \sum m(4, 5, 6, 13, 14, 15) \\ A\bar{B} = 0 \end{cases}$$

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	1	0	1
11	0	1	1	1
10	Ø	Ø	Ø	Ø

$$F(A, B, C, D) = \bar{A} B \bar{C} + A D + B C \bar{D}$$

## 2.6 逻辑函数的化简

### 2.6.3 卡诺图化简法

#### 3) 无关项的运算规则

表 2.6.1

+	0	1	∅
∅	∅	1	∅

×	0	1	∅
∅	0	∅	∅

$\oplus$	0	1	∅
∅	∅	∅	∅

$$\overline{\emptyset} = \emptyset$$

例：三个人，只有一枝笔，都会写字。列出有人写字与三个人之间的逻辑关系。

C	B	A	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	×
1	0	0	1
1	0	1	×
1	1	0	×
1	1	1	×

		B			
		A			
		00	01	11	10
C	0		1	×	1
	1	1	×	×	×

$$F = A + B + C$$

$$AB + BC + AC = 0$$



# 内容回顾

- 什么是卡诺图？它和逻辑函数及其真值表有何关系？
- 如何利用卡诺图化简逻辑函数？