2.5　逻辑函数的表达式

2.5.1 逻辑函数的常见表达式

$F = AB + \bar{A}C$ ------ 与或式

$= \overline{\overline{AB + \bar{A}C}}$

$= \overline{\overline{AB} \cdot \overline{\bar{A}C}}$ ------- 与非—与非式

$= \overline{(\bar{A} + \bar{B}) \cdot (A + \bar{C})}$

$= \overline{A\bar{B} + \bar{A}\,\bar{C}}$ ------- 与或非式

2.5 逻辑函数的表达式

2.5.1 逻辑函数的常见表达式

$$F = AB + \overline{A}C$$ —————— 与或式

$$= (\overline{A} + B)\cdot(A + C)$$ ——————— 或与式

$$= \overline{\overline{(\overline{A} + B)\cdot(A + C)}}$$

$$= \overline{\overline{\overline{A} + B} + \overline{A + C}}$$ ————— 或非—或非式

由此可见，逻辑函数有很多种表达式形式，但形式最简洁的是与或式和或与式，因而也是最常用的

2.5 逻辑函数的表达式

2.5.2 逻辑函数的标准表达式

一个真值表可能对应多个一般表达式，但只对应一个标准表达式（最小项表达式、最大项表达式）

最小项表达式：全部由最小项构成的“与或”表达式为最小项表达式(标准“与或”表达式)。

2.5 逻辑函数的表达式

2.5.2 逻辑函数的标准表达式

1）逻辑函数的最小项、最小项表达式

(1) 最小项的概念及其表示

“乘积项”、“包含全部变量”、“以原变量或反变量出现且只出现一次”

参见课本page30，表2.5.1

2.5　逻辑函数的表达式

2.5.2 逻辑函数的标准表达式

1）逻辑函数的最小项、最小项表达式

(2) 最小项的主要性质

① 对任何一个最小项，只有一组变量的取值组合，使它的值为1。

例：

A	B	C	$A\bar{B}C$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

能使最小项的值为1的取值组合，称为与该最小项对应的取值组合。

若把与最小项对应的取值组合看成二进制数，则对应的十进制数就是该最小项的编号i。

思考：逻辑函数（表达式）与真值表的关系？

例：已知四变量函数 F(A,B,C,D)，则 $BA\overline{C}D$是否是一个最小项，其最小项编号为多少？

解：根据最小项的定义 （“乘积项”、“都”、“只能”），可以判断，是最小项。

把最小项中的变量从左到右按A,B,C,D的顺序排列，得$\overline{A}BCD$，从而得$(0111)_2$，即$(7)_{10}$。因此该最小项为 m_7

2.5 逻辑函数的表达式

2.5.2 逻辑函数的标准表达式

1）逻辑函数的最小项、最小项表达式

(2) 最小项的主要性质

① 对任何一个最小项，只有一组变量的取值组合，使它的值为1。

②全部最小项之和恒等于1：$\sum_{i=0}^{2^n-1} m_i = 1$

③任意两个最小项的乘积恒等于0：

$$m_i \cdot m_j = 0 \quad (0 \le i(j) \le 2^n - 1, \text{且} i \ne j)$$

2.5 逻辑函数的表达式

2.5.2 逻辑函数的标准表达式

1）逻辑函数的最小项、最小项表达式

(2) 最小项的主要性质

④任一最小项与另一最小项非之积恒等于该最小项。

即： $m_i \cdot \overline{m_j} = m_i \ (0 \le i(j) \le 2^n - 1, 且 i \ne j)$

证明？

2.5　逻辑函数的表达式

2.5.2 逻辑函数的标准表达式

1）逻辑函数的最小项、最小项表达式

(3) 最小项表达式

例：$F(A,B,C)=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,B\,\overline{C}+A\,\overline{B}\,\overline{C}$

$$=m_0+m_2+m_4$$

$$=\sum(m_0,m_2,m_4)$$

$$=\sum m(0,2,4)$$

注意：

一般的与或式，可以通过配全项的方法来得到最小项表达式（若化简，则得不到标准与或式，如课本例2.5.1和2.5.2）；

也可以通过真值表获得。

由真值表写出最小项表达式的方法

——最小项表达式是真值表中所有使函数值为1的取值组合所对应的各最小项之和。

2.6 逻辑函数的化简

2.6.1 化简的意义和最简的标准 ：

1）化简的意义（目的）：

节省元器件；提高工作可靠性

2）最简的标准：

由于与或表达式最常用，我们只讨论与或表达式的最简标准。

最简与或表达式为：

① 与项（乘积项）的个数最少；

② 每个与项中的变量最少。

2.6 逻辑函数的化简

2.6.2 公式化简法

- 反复利用逻辑代数的基本公式、常用公式和运算规则进行化简，又称为代数化简法。
- 必须依赖于对公式和规则的熟练记忆和一定的经验、技巧。

2.6 逻辑函数的化简

2.6.2 公式化简法

(1) 相邻项合并法

利用合并相邻项公式: $AB+A\overline{B}=A$

例1: $F=AB+CD+A\overline{B}+\overline{C}D$

$=(AB+A\overline{B})+(CD+\overline{C}D)$

$=A+D$

例2: $F=A(BC+\overline{B}\overline{C})+A(B\overline{C}+\overline{B}C)$

$=A$

2.6 逻辑函数的化简

2.6.2 公式化简法

(2) 消项法

利用消项公式 $A+AB=A$ 或多余项公式

$$AB+\bar{A}C+BC=AB+\bar{A}C$$

例1： $F=AB+AB\bar{C}+ABD$

$$=AB+AB(\bar{C}+D)$$

$$=AB$$

例2： $F=AC+\bar{C}D+ADE+ADG$

$$=AC+\bar{C}D$$

2.6 逻辑函数的化简

2.6.2 公式化简法

(3) 消去互补因子法

利用 消去互补因子公式 $A+\overline{A}B=A+B$

例1：$F=AB+\overline{A}C+\overline{B}C$

$=AB+\overline{AB}C$

$=AB+C$

例2：$F=A\overline{B}+\overline{A}B+ABCD+\overline{A}\,\overline{B}CD$

$=A\overline{B}+\overline{A}B+CD(AB+\overline{A}\,\overline{B})$

$=A\overline{B}+\overline{A}B+CD$

2.6 逻辑函数的化简

2.6.2 公式化简法

(4) 综合法

合并相邻项公式 $AB + A\overline{B} = A$

消项公式 $A + AB = A$

多余项（生成项）公式

$$AB + \overline{A}C + BC = AB + \overline{A}C$$

消去互补因子公式 $A + \overline{A}B = A + B$

注意：或与式的化简

方法： 二次对偶法

$$\mathbf{F} \longrightarrow F' \longrightarrow F$$

或与式	与或式	或与式
（未化简）	（进行化简）	（已化简）

公式化简法评价：

特点：目前尚无一套完整的方法，能否以最快的速度进行化简，与我们的经验和对公式掌握及运用的熟练程度有关。

优点：变量个数不受限制。

缺点：结果是否最简有时不易判断。

下面将介绍与公式化简法优缺点正好互补的卡诺图化简法。当变量个数超过4时人工进行卡诺图化简较困难，但它是一套完整的方法，只要按照相应的方法就能以最快的速度得到最简结果。

内容回顾

- 逻辑函数有哪些表示方法?
- 是否能用公式法化简逻辑函数？化简到什么程度为止?

$$F = A\overline{B} + ACD(E + F) + BD$$