

Algebra homework

10 variant

Aleksandr Glushko

12 октября 2023 г.

Task 1

Введем необходимые предикаты:

1. $B(a, b, c, d)$ – a купил у b объект c за d .
2. $Se(a, b, c, d)$ – a продал b объект c за d .
3. $P(a, b, c, d)$ – a заплатил b за объект c , d рублей.
4. $C(a, b, c, d)$ – a обменялся с b объектом c на объект d .
5. $Ge(a, b)$ – a получил b .
6. $Gi(a, b, c)$ – a дал b объект c .
7. $M(a)$ – объект a является деньгами.

Введем переменные:

1. d – пончик;
2. m – Маша;
3. v – Вася;
4. r – рубль.

Запишем все высказывания с использованием введенных выше предикатов.

1. $B(v, m, d, r)$ – Вася купил пончик у Маши за рубль;
2. $Se(m, v, d, r)$ – Маша продала пончик Васе за рубль;
3. $P(v, m, d, r)$ – Вася заплатил Маше рубль за пончик;
4. $C(v, m, r, d)$ – Вася обменял у Маши рубль на пончик;

5. $\exists x, y : B(v, x, d, y)$ – Вася купил пончик;
6. $\exists x : Se(m, v, d, x)$ – Маша продала пончик Васе;
7. $Ge(v, d)$ – Вася получил пончик;
8. $\exists x : Ge(m, x) \& M(x)$ – Маша получила деньги;
9. $\exists x, y : P(v, x, y, r)$ – Вася заплатил рубль;
10. $\exists x : Gi(v, m, x) \& M(x)$ – Вася дал деньги Маше;
11. $Gi(m, v, d)$ – Маша дала пончик Васе;
12. $\exists x : C(v, x, r, d)$ – Вася поменял рубль на пончик;
13. $\exists x, y : C(x, m, d, y) \& M(y)$ – Маша поменяла пончик на деньги.

Task 2

Так как первые 4 высказывания эквивалентны друг другу добавим это в наши посылки.

1. $\forall x, y, z, w : B(x, y, z, w) \Leftrightarrow Se(y, x, z, w)$;
2. $\forall x, y, z, w : B(x, y, z, w) \Leftrightarrow P(x, y, z, w)$;
3. $\forall x, y, z, w : B(x, y, z, w) \Leftrightarrow C(x, y, w, z)$;

Так как первые четыре высказывания эквивалентны мы можем использовать любое из них, чтобы выводить оставшиеся посылки. 5, 6, 9, 12, 13 будут следовать из 1, 2, 3 и 4. Это конкретные примеры этих высказываний, поэтому для них не надо добавлять новых посылок.

Для следующих высказываний нам надо добавить:

1. $M(r)$;
2. $\forall x, y, z, w : B(x, y, z, w) \Leftrightarrow Ge(x, z) \& Ge(y, w)$;
3. $Ge(m, r)$;
4. $\forall x, y, z, w : B(x, y, z, w) \Leftrightarrow Gi(x, y, z) \& Gi(y, x, w)$;
5. $Gi(v, m, r)$;

Task 3

Для проверки будем использовать prover9 в python среде. Внесем все высказывания и будем брать по очереди первые 4 и пытаться выводить остальные добавляя наши дополнительные правила. Ниже приведен код и на рисунке 1 вывод программы. Так как в выводе только единички значит все высказывания были успешно выведены.

```
1 import nltk
2 import numpy as np
3
4
5 read_expr = nltk.sem.Expression.fromstring
6 exprs = []
7 exprs.append(read_expr('B(v,m,d,r)'))
8 exprs.append(read_expr('Se(m,v,d,r)'))
9 exprs.append(read_expr('P(v,m,d,r)'))
10 exprs.append(read_expr('C(v,m,r,d)'))
11 exprs.append(read_expr('exists x exists y (B(v,x,d,y))'))
12 exprs.append(read_expr('exists x (Se(m,v,d,x))'))
13 exprs.append(read_expr('exists x (Ge(v, d))'))
14 exprs.append(read_expr('exists x (Ge(m,x) & M(x))'))
15 exprs.append(read_expr('exists x exists y (P(v,x,y,r))'))
16 exprs.append(read_expr('exists x (Gi(v,m,x) & M(x))'))
17 exprs.append(read_expr('Gi(m,v,d)'))
18 exprs.append(read_expr('exists x (C(v,x,r,d))'))
19 exprs.append(read_expr('exists x exists y (C(x,m,d,y) & M(y))'))
20
21 addones = []
22 addones.append(read_expr('M(r)'))
23 addones.append(read_expr('all x all y all z all w (B(x,y,z,w)
24 <-> Se(y,x,z,w))'))
25 addones.append(read_expr('all x all y all z all w (B(x,y,z,w)
26 <-> P(x,y,z,w))'))
27 addones.append(read_expr('all x all y all z all w (B(x,y,z,w)
28 <-> C(x,y,w,z))'))
29 addones.append(read_expr('Ge(m, r)'))
30 addones.append(read_expr('Gi(v, m, r)'))
31 addones.append(read_expr('all x all y all z all w (B(x,y,z,w)
32 <-> Ge(x, z) & Ge(y, w))'))
33 addones.append(read_expr('all x all y all z all w (B(x,y,z,w)
34 <-> Gi(x, y, z) & Gi(y, x, w))'))
35
36 proofs = []
37 for i, expr in enumerate(exprs [:4]):
38     assumptions = [expr] + addones
39     proofs.append([])
40     for j, goal in enumerate (exprs):
41         prover = nltk.Prover9 ()
```

```

37     prover.config_prover9('C:\\Program Files (x86)\\Prover9
-Mace4\\bin-win32')
38     proofs[i].append(int(prover.prove (goal, assumptions)))
39
40     for i in proofs:
41         for j in i:
42             print(j, end=" ")
43             print('\n')

```

```

PS C:\Users\alexglushko\Documents\KR_HSE> & c:/Users/alexglushko/Documents/KR_HSE/.venv/Scripts/python.exe c:/Users/alexglushko/Documents/KR_HSE/notebooks/hb3.py
1111111111111111
1111111111111111
1111111111111111

```

Рис. 1: Результат работы кода