

图像处理与分析基础

第4讲

- 1、复习：灰度变换、直方图处理
- 2、空间滤波：非线性滤波
- 3、综合练习1
- 4、时域和频域基本概念

主讲：王成




图像处理与分析基础

像素的空间领域 灰度变换、空间滤波


- $g(x, y) = T[f(x, y)]$
 - T 是在点 (x, y) 的一个指定领域上定义的对图像 f 进行处理的算子。
 - 当领域大小为 1×1 时，上式可简化为： $s = T(r)$

领域=1x1		领域=3x3	
$s = T(r)$		$g(x, y) = T[f(x, y)]$	
灰度变换	imadjust, stretchlim imhist, histeq, adepthisteq	空间滤波 (有一个滤波器所包围的邻域, 滤波器的中心滑过整幅图像)	线性 (计算乘积和) imfilter, fspecial 非线性 ordfilter2, medfilter2




图像处理与分析基础

思考:



这幅图上有很多噪声点，分析一下这些噪声的特点，看看是否能用已知的办法去除，效果如何。



图像处理与分析基础

非线性空间滤波



图像处理与分析基础

排序滤波器（非线性空间滤波器）

Order-statistic Filter / Rank Filter

- $g = \text{ordfilter2}(f, \text{order}, \text{domain})$
- domain是由0或1组成的 $m \times n$ 模板，在排序时不使用0所对应的像素。如：
- $g = \text{ordfilter2}(f, 1, \text{ones}(m, n))$
- 是指对 $m \times n$ 领域中的所有像素都进入排序，1表示 mn 个样本的排序集合中的第一个样本值（第0个百分位），这样构成的滤波器称为最小滤波器。
- 最大滤波器： $g = \text{ordfilter2}(f, m \times n, \text{ones}(m, n))$
- **中值滤波器**是对应第50百分位的滤波器：
- $g = \text{ordfilter2}(f, (m \times n + 1)/2, \text{ones}(m, n))$



图像处理与分析基础

中值滤波器 Median Filter

- 中值滤波器是降低“椒盐噪声”（salt-pepper noise）的有效工具。
- $g = \text{medfilter2}(f, [m \ n], \text{padopt})$
- $[m \ n]$ 默认是 $[3 \ 3]$ ，padopt是边界填充选项
- $g = \text{medfilter2}(f)$ 表示 3×3 邻域并用0来填充边界

选项	含义
'zero'	默认值
'symmetric'	在f边界上以镜面反射方式扩展
'indexed'	表示若f是double类则用1填充，否则用0填充

- 在图像中增加椒盐噪声：
- $\text{fn} = \text{imnoise}(f, \text{'salt \& pepper'}, 0.2);$
- 上述0.2是指出现黑点白点的概率为0.2。

图像处理与分析基础

实验：中值滤波（p54例2.12）

实验内容：

- 1.对f0219.tif加椒盐噪声→fn
- 2.用中值滤波处理
- 3.比较边界用或不用symmetric

相关函数：

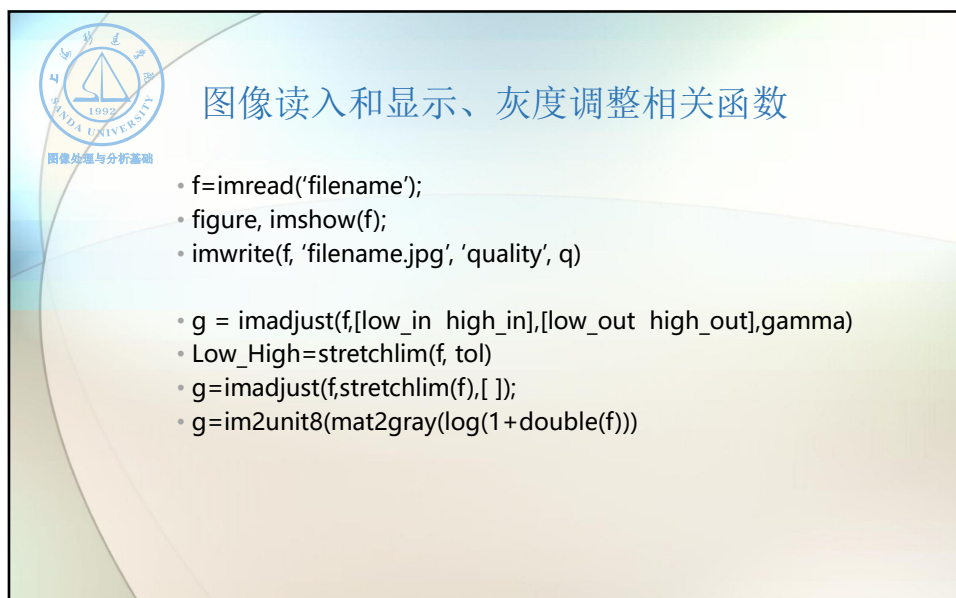
```
g=ordfilter2(f, (m*n+1)/2, ones(m,n))
g=medfilter2(f, [m n], padopt)
fn=imnoise(f, 'salt & pepper', 0.2);
g=medfilter2(fn)
num=numel(f)
```

FIGURE 2.19
Median filtering: (a) X-ray image. (b) Image corrupted by salt-and-pepper noise. (c) Result of median filtering with `medfilt2` using the default settings. (d) Result of median filtering using the 'symmetric' option. Note the improvement in border behavior between (d) and (c). (Original image courtesy of Lixi, Inc.)

图像处理与分析基础

讨论

- 使用均值滤波或Gaussian滤波是否能够较好地去除椒盐噪声？请测试。





图像处理与分析基础

直方图相关函数

- 直方图: `h=imhist(f, b)`
- 归一化直方图: `hnorm=imhist(f)./numel(f);`
- 用条形图绘制直方图: `bar(horz, z, width)`
- 直方图均衡: `g=histeq(f, nlev)`
- 直方图匹配 (规定化) `g=histeq(f, hspect)`
- 自适应直方图均衡:
- `g = adapthisteq(f, param1, val1, param2, val2, ...)`



图像处理与分析基础

坐标轴的绘制

- `axis([hornmin hornmax vertmin vertmax])`
- 如: `axis([0 255 0 60000])`
- `set(gca,'xtick',0:50:255)`
- `set(gca,'ytick', 0:20000:60000)`
- 自动设定取值范围与刻度标记: `ylim('auto') xlim('auto')`
- 认为规定取值范围: `ylim([ymin ymax]) xlim([xmin xmax])`
- `x=linspace(0,1,256);`
- `plot(x,y)`
- 保留当前图形和轴的属性: `hold on`
- 添加轴的标记和文字:
- `xlabel('text string','fontsize',size)`
- `ylabel('text string','fontsize',size)`
- `text(xloc,yloc,'text string', 'fontsize',size)`
- `title('titlestring')`



图像处理与分析基础

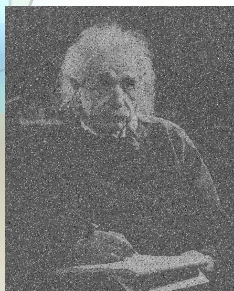
空间滤波

- `g=imfilter(f, w, filtering_mode, boundary_options, size_options)`
- 例: `g=imfilter(f, w, 'replicate');`
- 执行卷积的两种方法:
 - `g=imfilter(f, w, 'conv', 'replicate');`
 - `g=imfilter(f, rot90(w,2), 'replicate');`
- 滤波模板 `w=fspecial('type',parameter)`
- 排序滤波器: `g=ordfilter2(f, order, domain)`
- domain为mxn的全1阵, order为 $[1 \ m \ n]$ 中某一位置上的值
- 中值滤波:
 - `g=ordfilter2(f, (m*n+1)/2, ones(m,n))`
 - `g=medfilt2(f, [m n], padopt)`



图像处理与分析基础

课内练习1:



1. 左图含有10%的椒盐噪声, 请对该图像进行噪声滤除并进行合适的增强, 并画出滤波前后和增强前后的直方图
2. 完成实验报告并提交。
 - 实验报告的内容应该包括:
 - 实验目的和内容
 - 实验方法: 具体采用什么方法解决什么问题
 - 实验结果: 应该与方法相对应
 - 讨论: 包括方法的探究, 方法的不同效果, 结论等

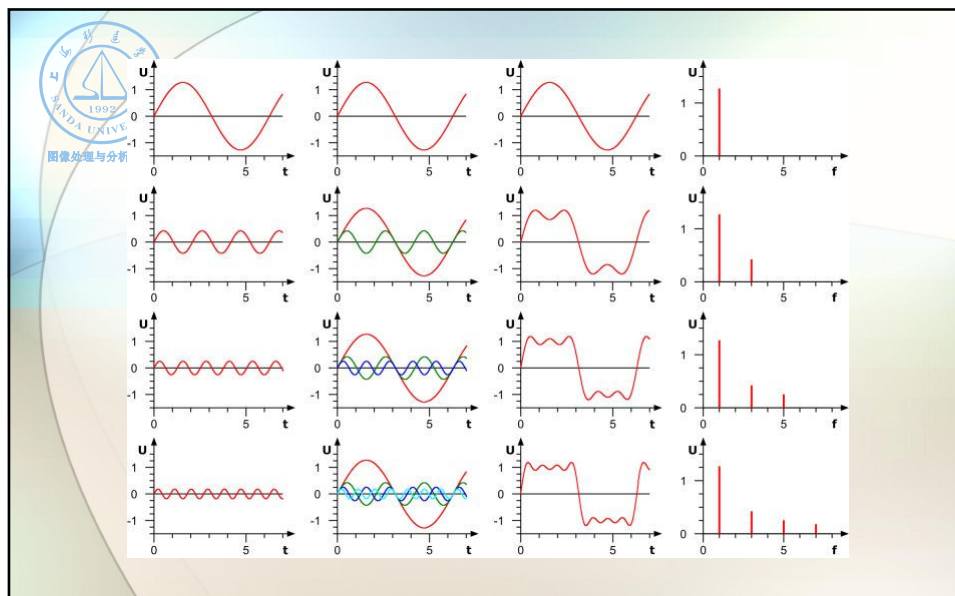
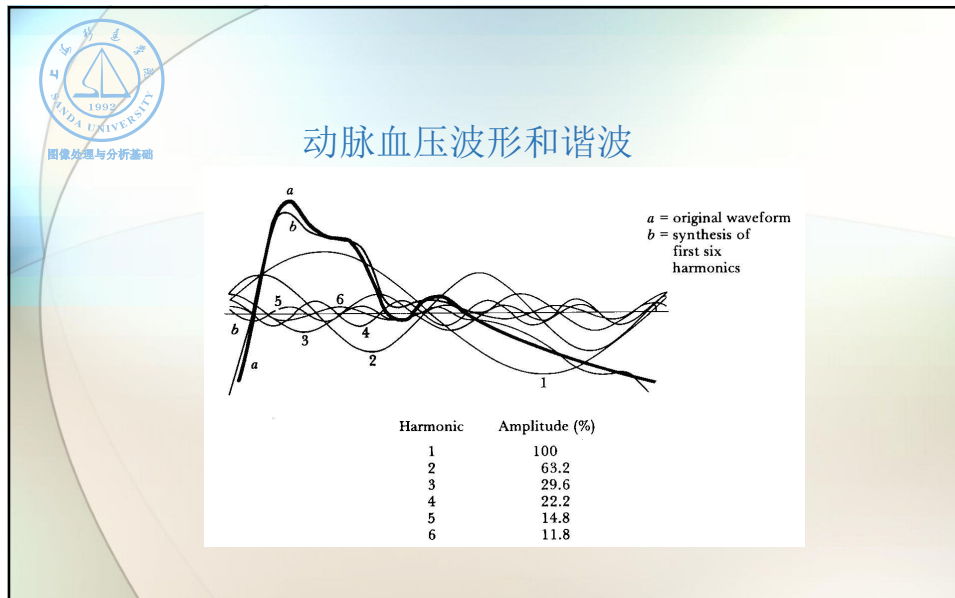



正弦波的作用

- 振幅 A , 初相位 φ , 频率 f
正弦波表达为: $A \sin(2\pi f t + \varphi)$
- 设 $f_0 = \frac{1}{T}$, 将 $A \sin(2\pi f_0 t + \varphi)$ 称为基波 f_0 或基频
而 $A \sin(2\pi m f_0 t + \varphi_m)$ 为基波的 m 次谐波
- 对任意周期函数 $x(t)$ 总可以表达为:

$$x(t) = A_0 + \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin(2\pi m f_0 t + \varphi_m)$$


- 即, 表示为不同频率, 不同振幅和不同位相的正弦波的叠加。
- 称为 $x(t)$ 的富利埃(Fourier)级数展开式。





图像处理与分析基础

- 根据欧拉 (Euler)公式: $e^{j\varphi} = \cos \varphi + j \sin \varphi$
- $\cos \varphi = \frac{e^{-j\varphi} + e^{j\varphi}}{2}, \quad \sin \varphi = \frac{e^{-j\varphi} - e^{j\varphi}}{2j}$
- Fourier 级数的复指数形式:
- $f_T(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} [c_n e^{j\omega_n t} + c_{-n} e^{-j\omega_n t}] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{j\omega_n t}$
- 或写成:
- $f_T(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_T(\tau) e^{-j\omega_n \tau} d\tau \right] e^{j\omega_n t}$
- 对非周期函数 $f(t)$ 都可以看作 $f_T(t)$ 当 $T \rightarrow +\infty$ 时转化而来
- $f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) e^{-j\omega \tau} d\tau \right] e^{j\omega t} d\omega$



图像处理与分析基础


一维连续傅里叶变换

- 若 $f(x)$ 为一维连续实函数, 则它的傅里叶变换可定义为:

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-j2\pi u x} dx$$

- 傅里叶逆变换定义如下:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(u) e^{j2\pi u x} du$$




离散傅立叶变换 (DFT)

- 对离散信号，有离散傅立叶变换和离散傅立叶反变换
- DFT:

$$X(m) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{-j \frac{2\pi mk}{N}}; \quad m=0, 1, \dots, N/2$$

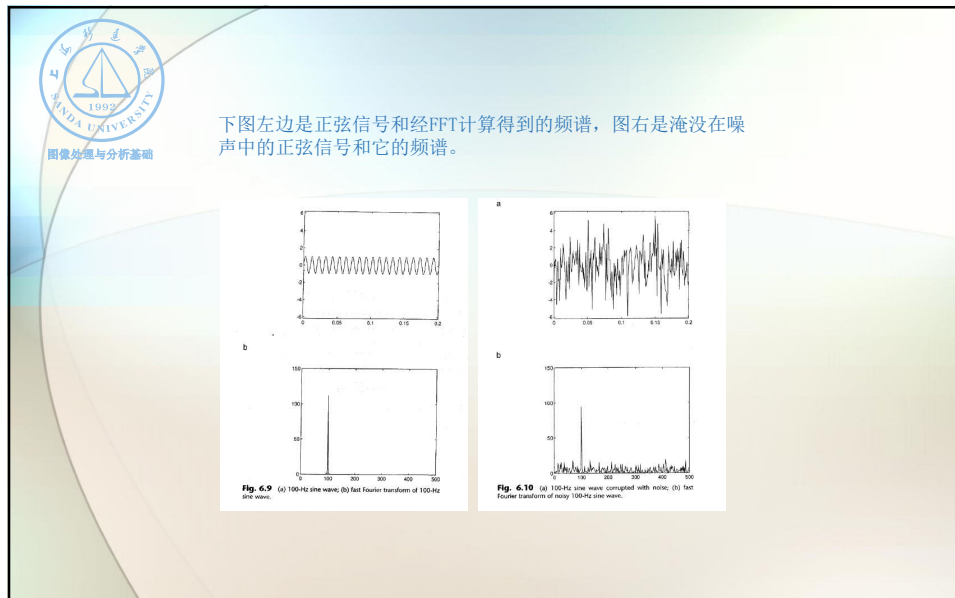
其中N是偶数，为总共采样点数。

- IDFT:

$$x(k) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} X(m) e^{j \frac{2\pi mk}{N}}; \quad k=0, 1, \dots, N-1$$


快速傅立叶变换
(Fast Fourier Transform, FFT)

- FFT是计算DFT的一个高效算法，运算结果是相同的，但FFT的运算速度要快很多倍。



信号的频谱

- 当利用FFT对时间级数 $x(t)$ 进行变换时，我们得到一个复数函数 $X(m)$ ，称 $X(m)$ 为线性频谱，它包括实部和虚部两部分。
- 因为幅值的平方与功率成正比，所以将线性频谱的平方称为功率谱。功率谱可表示为 $X(m)$ 的实部平方和虚部平方之和：

$$P(m) = \frac{|X(m)|^2}{N} = \frac{X(m)\tilde{X}(m)}{N} = \frac{X_r^2 + X_i^2}{N}$$



图像处理与分析基础

振幅谱、功率谱、相位谱和功率密度谱

- 使用FFT算法可计算信号的频谱。频谱式由实部和虚部组成的复数，即
- 信号的振幅谱，功率谱，相位谱和功率谱密度

$$X_m = U_m + iV_m \quad m = 1, \dots, \frac{N}{2}$$

$$A_m = |X_m| = \sqrt{U_m^2 + V_m^2}$$

$$P_m = |X_m|^2 = U_m^2 + V_m^2$$

$$\Phi_m = \arctg \frac{V_m}{U_m}$$

$$PSD_m = \frac{P_m}{N}$$



图像处理与分析基础

图像的频域表示



图像处理与分析基础

二维离散傅里叶变换

- $f(x, y)$ 表示一幅大小为 $M \times N$ 像素的数字图像，其二维傅里叶变换(DFT)为：

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})}$$

- 其离散傅里叶反变换 (IDFT) 的形式为：

$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})}$$

- 对于MatLab, $F(1,1)$ 和 $f(1,1)$ 分别对应于数字量 $F(0,0)$ 和 $f(0,0)$, $F(0,0)$ 即频率域原点的值称为直流分量, 它等于 $f(0,0)$ 平均值的 MN 倍。



图像处理与分析基础

$F(u, v)$ 的性质

- $F(u, v)$ 是复数, 令 $R(u, v)$ 和 $I(u, v)$ 分别表示 $F(u, v)$ 的实部和虚部, 则有:

$$|F(u, v)| = [R^2(u, v) + I^2(u, v)]^{1/2}$$

- 变换的相角定义为:

$$\varphi(u, v) = \arctan \left[\frac{I(u, v)}{R(u, v)} \right]$$

- 用极坐标表示:

$$F(u, v) = |F(u, v)| e^{-j\varphi(u, v)}$$

- 功率谱定义为:

$$P(u, v) = |F(u, v)|^2 = R^2(u, v) + I^2(u, v)$$

- 频谱关于原点对称: $|F(u, v)| = |F(-u, -v)|$

- DFT在 u 、 v 方向上是无穷周期的, 周期由 M 和 N 决定:

$$F(u, v) = F(u + k_1 M, v + k_2 N)$$

观察二维频谱和相位谱

- `f=imread('f0303.tif');`
- 观察F的复数矩阵
- 观察Fc和phi图像

(a) f
(b) F
(c) Fc
(d) S2
(e) phi
FIGURE 3.3 (a) Image, (b) Fourier spectrum, (c) Centered spectrum, (d) Spectrum visually enhanced by a log transformation, (e) Phase angle image.

- `F=fft2(f);`
- `S=abs(F);`
- `Fc=fftshift(F);`
- `S2=log(1+abs(Fc));`
- `imshow(S2, [])`
- `F=ifftshift(Fc);`
- `phi=atan2(imag(F),real(F));`
- `phi=angle(F);`
- `F=S.*exp(i*phi);`