



โปรเจก : การผลิตข้าวหอม

ชื่อ-สกุล : ภาณุพันธ์ วัฒนาพร วิชา : 69143206016-5

โจทย์ปัญหา

กำหนดข้อมูล 2 มิติ ซึ่งประกอบด้วยข้อมูล 4 ชุดดังนี้

จุดข้อมูล	x	y
A	2	1
B	4	3
C	5	5
D	7	5

ขั้นตอนที่ 1 หาค่าเฉลี่ย

$$x = \frac{(2+4+5+7)}{4}$$

$$= \frac{18}{4}$$

$$x = 4.5$$

$$y = \frac{(1+3+5+5)}{4}$$

$$= \frac{14}{4}$$

$$y = 3.5$$

ปรับข้อมูล

$P'(x,y)$	x	y
A'	$2-4.5 = -2.5$	$1-3.5 = -2.5$
B'	$4-4.5 = -0.5$	$3-3.5 = -0.5$
C'	$5-4.5 = 0.5$	$5-3.5 = 1.5$
D'	$7-4.5 = 2.5$	$5-3.5 = 1.5$

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณ Covariance Matrix

$$\text{Cov}(x_1, x_1) = \frac{(2-4.5)(2-4.5) + (4-4.5)(4-4.5) + (5-4.5)(5-4.5) + (7-4.5)(7-4.5)}{4-1}$$

$$= \frac{(-2.5)(-2.5) + (-0.5)(-0.5) + (0.5)(0.5) + (2.5)(2.5)}{3} = \frac{13}{3} = 4.33$$

$$\text{Cov}(x_1, x_2) = \frac{(2-4.5)(1-3.5) + (4-4.5)(3-3.5) + (5-4.5)(5-3.5) + (7-4.5)(5-3.5)}{4-1}$$

$$= \frac{(-2.5)(-2.5) + (-0.5)(-0.5) + (0.5)(1.5) + (2.5)(1.5)}{3} = \frac{11}{3} = 3.66$$

$$\text{Cov}(x_2, x_1) = \frac{(1-3.5)(2-4.5) + (3-3.5)(4-4.5) + (5-3.5)(5-4.5) + (5-3.5)(7-4.5)}{4-1}$$

$$= \frac{(-2.5)(-2.5) + (-0.5)(-0.5) + (1.5)(0.5) + (1.5)(2.5)}{3} = \frac{11}{3} = 3.66$$

$$\text{Cov}(x_2, x_2) = \frac{(1-3.5)(1-3.5) + (3-3.5)(3-3.5) + (5-3.5)(5-3.5) + (5-3.5)(5-3.5)}{4-1}$$

$$= \frac{(-2.5)(-2.5) + (-0.5)(-0.5) + (1.5)(1.5) + (1.5)(1.5)}{3} = \frac{11}{3} = 3.66$$

$$\text{Covariance Matrix} = \begin{bmatrix} 4.33 & 3.66 \\ 3.66 & 3.66 \end{bmatrix}$$





ขั้นตอนที่ 3 คำนวณ Eigenvalues ( $\lambda$ )

$$(4.33 - \lambda)(3.66 - \lambda) - 13.39 = 0$$

$$\text{กระจายพจน์ } (4.33 - \lambda)(3.66 - \lambda)$$

$$= (4.33 \times 3.66) - 4.33\lambda - 3.66\lambda + \lambda^2$$

$$= 15.8478 - 7.99\lambda + \lambda^2$$

$$\text{จึงได้สมการคือ } \lambda^2 - 7.99\lambda + 15.8478 - 13.39 = 0$$

$$\Rightarrow \lambda^2 - 7.99\lambda + 2.4578 = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} 4.33 & 3.66 \\ 3.66 & 3.66 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} 4.33 & 3.66 \\ 3.66 & 3.66 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} 4.33 - \lambda & 3.66 \\ 3.66 & 3.66 - \lambda \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow (3.66)(3.66) = 13.39$$

$$\Rightarrow (4.33 - \lambda)(3.66 - \lambda)$$

ใช้สูตร  $\lambda = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$   $a = 1$ ,  $b = -7.99$ ,  $c = 2.4578$

$$\lambda = \frac{7.99 \pm \sqrt{(-7.99)^2 - 4(1)(2.4578)}}{2(1)}$$

$$= \frac{7.99 \pm \sqrt{63.8401 - 9.8312}}{2}$$

$$= \frac{7.99 \pm \sqrt{54.0089}}{2}$$

$$= \frac{7.99 \pm 7.349}{2}$$

$$\lambda^1 = \frac{7.99 + 7.349}{2}$$

$$= \frac{15.339}{2} = 7.67$$

$$\lambda^2 = \frac{7.99 - 7.349}{2}$$

$$= \frac{0.641}{2} = 0.32$$

หา Eigen vector สำหรับ Eigen Values ที่หามาได้ ( $\lambda^1 = 7.67$ )

$$\begin{bmatrix} 4.33 & 3.66 \\ 3.66 & 3.66 \end{bmatrix} - \lambda^1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} 4.33 & 3.66 \\ 3.66 & 3.66 \end{bmatrix} - 7.67 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} 4.33 & 3.66 \\ 3.66 & 3.66 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7.67 & 0 \\ 0 & 7.67 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} 4.33 - 7.67 & 3.66 \\ 3.66 & 3.66 - 7.67 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} -3.34 & 3.66 \\ 3.66 & -4.01 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} -3.34x + 3.66y \\ 3.66x - 4.01y \end{pmatrix} = 0$$

$$-3.34x + 3.66y = 0$$

$$y = \frac{3.34}{3.66}x = 0.91x$$

$$3.66x + 4.01y = 0$$

$$y = \frac{3.66}{4.01}x = 0.91x$$

จาก  $y = 0.91x$  เลือก  $x = 1$  จะได้  $v = [1, 0.91]$

หาค่าความยาวของเวกเตอร์  $\|v\| = \sqrt{x^2 + y^2}$  จะได้  $\|v\| = \sqrt{1^2 + 0.91^2}$

$$= \sqrt{1 + 0.8281} = 1.352$$

หาเวกเตอร์หน่วย  $\hat{u} = v / \|v\|$

$$x\text{-unit} = \frac{1}{1.352} = 0.739$$

$$v_1(p_1) = [0.74, 0.67]$$

$$y\text{-unit} = \frac{0.91}{1.352} = 0.673$$





ขั้นตอนที่ 4.1A: 5 : คำนวณ PC1 จากค่าเฉลี่ย

เลือก PC1 =  $[0.74, 0.67]$  x ค่าเฉลี่ย

$$A'' = (-2.5)(0.74) + (-2.5)(0.67) = -3.53$$

$$B'' = (-0.5)(0.74) + (-0.5)(0.67) = -0.71$$

$$C'' = (0.5)(0.74) + (1.5)(0.67) = 1.39$$

$$D'' = (2.5)(0.74) + (1.5)(0.67) = 2.86$$

จากข้อมูล 2 มิติที่กำหนดให้ ซึ่งประกอบด้วยจุดข้อมูล 4 จุด

จุดข้อมูล	x	y	หาค่าเฉลี่ยข้อมูล
E	1	5	$x = \frac{(1+2+4+5)}{4}$
F	2	3	$= \frac{12}{4} = 3$
G	4	2	$y = \frac{(5+3+2+1)}{4}$
H	5	1	$= \frac{11}{4} = 2.75$

ปรับข้อมูล

จุดข้อมูล	x	y
E'	$1-3 = -2$	$5-2.75 = 2.25$
F'	$2-3 = -1$	$3-2.75 = 0.25$
G'	$4-3 = 1$	$2-2.75 = -0.75$
H'	$5-3 = 2$	$1-2.75 = -1.75$

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณ Covariance Matrix

$$cov(x_1, x_1) = \frac{(1-3)(1-3) + (2-3)(2-3) + (4-3)(4-3) + (5-3)(5-3)}{4-1}$$

$$= \frac{(-2)(-2) + (-1)(-1) + (1)(1) + (2)(2)}{3} = \frac{10}{3} = 3.33$$

$$cov(x_1, x_2) = \frac{(1-3)(5-2.75) + (2-3)(3-2.75) + (4-3)(2-2.75) + (5-3)(1-2.75)}{4-1}$$

$$= \frac{(-2)(2.25) + (-1)(0.25) + (1)(-0.75) + (2)(-1.75)}{3} = \frac{-9}{3} = -3$$

$$cov(x_2, x_1) = \frac{(5-2.75)(1-3) + (3-2.75)(2-3) + (2-2.75)(4-3) + (1-2.75)(5-3)}{4-1}$$

$$= \frac{(2.25)(-2) + (0.25)(-1) + (-0.75)(1) + (-1.75)(2)}{3} = \frac{-9}{3} = -3$$

$$cov(x_2, x_2) = \frac{(5-2.75)(5-2.75) + (3-2.75)(3-2.75) + (2-2.75)(2-2.75) + (1-2.75)(1-2.75)}{4-1}$$

$$= \frac{(2.25)(2.25) + (0.25)(0.25) + (-0.75)(-0.75) + (-1.75)(-1.75)}{3} = \frac{8.75}{3} = 2.92$$





Covariance Matrix :  $\begin{bmatrix} 0.33 & -3.0 \\ -3.0 & 2.92 \end{bmatrix}$

ขั้นตอนที่ 3 หา Eigen values ( $\lambda$ )

$$\det \left[ \begin{pmatrix} 0.33 & -3.0 \\ -3.0 & 2.92 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = 0$$

$$(0.33 - \lambda)(2.92 - \lambda) - 9 = 0$$

หรือจะพูดว่า  $(0.33 - \lambda)(2.92 - \lambda) = 0.33 \times 2.92 - 0.33\lambda - 2.92\lambda + \lambda^2$

$$\det \left[ \begin{pmatrix} 0.33 & -3.0 \\ -3.0 & 2.92 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \right] = 0$$

$$\therefore \lambda^2 - (0.33 + 2.92)\lambda + 0.9736 = 0 \rightarrow \lambda^2 - 3.25\lambda + 0.9736 = 0$$

นี่คือการหา Eigen values

$$\det \left[ \begin{pmatrix} 0.33\lambda & -3.0 \\ -3.0 & 2.92 - \lambda \end{pmatrix} \right] = 0$$

$$\lambda^2 - 3.25\lambda + 0.9736 = 0$$

$$\lambda^2 - 3.25\lambda + 0.9736 = 0$$

สูตร  $\lambda = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$a = 1, b = -3.25, c = 0.9736$

$$\lambda = \frac{3.25 \pm \sqrt{3.25^2 - 4(1)(0.9736)}}{2}$$

$$= \frac{3.25 \pm \sqrt{10.5625 - 3.8944}}{2}$$

$$= \frac{3.25 \pm \sqrt{6.6681}}{2}$$

$$= \frac{3.25 \pm 2.582}{2}$$

$$\lambda^1 = \frac{3.25 + 2.582}{2}$$

$$= \frac{5.832}{2} = 2.916$$

$$\lambda^2 = \frac{3.25 - 2.582}{2}$$

$$= \frac{0.668}{2} = 0.334$$

หา Eigen vector สำหรับ Eigen value ที่หาได้ ( $\lambda^2 = 2.916$ )

$$\left[ \begin{pmatrix} 0.33 & -3.0 \\ -3.0 & 2.92 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$$

$$-2.8x + (-3.0y) = 0$$

$$(-3.0x) - 3.21y = 0$$

$$y = \frac{2.8}{3.0}x$$

$$y = \frac{3.0}{3.21}x$$

$$\left[ \begin{pmatrix} 0.33 & -3.0 \\ -3.0 & 2.92 \end{pmatrix} - 2.916 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$$

$$y = 0.93x$$

$$y = 0.93x$$

$$\left[ \begin{pmatrix} 0.33 & -3.0 \\ -3.0 & 2.92 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2.916 & 0 \\ 0 & 2.916 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$$

$$\left[ \begin{pmatrix} 0.33 - 2.916 & -3.0 \\ -3.0 & 2.92 - 2.916 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} -2.586 & -3.0 \\ -3.0 & -0.016 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} -2.586x & -3.0y \\ -3.0x & -0.016y \end{pmatrix} = 0$$





จาก  $y = 0.91x$  เลือก  $x = 1$  จะได้  $v = [1, 0.91]$   
ใช้กฎพีทาโกรัส  $\|v\| = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow \|v\| = \sqrt{1^2 + 0.91^2}$   
 $= \sqrt{1 + 0.8281}$   
 $= \sqrt{1.8281}$   
 $= 1.365$

ทำให้เป็นเวกเตอร์หน่วย  $\hat{u} = \frac{v}{\|v\|}$

$$x\text{-unit} = \frac{1}{1.365} = 0.732$$

$$y\text{-unit} = \frac{0.91}{1.365} = 0.667$$

$$V_1 (PC1) = [0.73, 0.68]$$

ขั้นตอนที่ 4 น. 5 เลือก PC 1 เป็นแปรอิสระโดยทำ  $x_{PC1} = PC1$

$$A'' = (-2)(0.73) + (2.25)(0.68) = 0.07$$

$$B'' = (-1)(0.73) + (0.25)(0.68) = -0.56$$

$$C'' = (1)(0.73) + (-0.75)(0.68) = 0.22$$

$$D'' = (2)(0.73) + (-1.75)(0.68) = 0.27$$