

物理实验报告



南方科技大学
SOUTHERN UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

学号: 114514 姓名: SUSTech 日期: 2025/03/08 时间: 周二下午

1 实验名称: 切变模量的测量

2 实验目的

利用扭摆法测量钢丝的切变模量。

3 实验仪器

扭摆 (已装待测钢丝)、圆环、千分尺、游标卡尺、卷尺、电子天平、电子计时器

4 实验原理

4.1 剪切形变与切变模量

当材料受到平行于其表面的力作用时, 会发生剪切形变。切变模量 (G) 是衡量材料抵抗剪切形变能力的物理量, 定义为剪切应力 (τ) 与剪切应变 (γ) 的比值。

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \quad (1)$$

其中, 剪切应力 $\tau = \frac{F}{A}$, 剪切应变 $\gamma = \frac{\Delta l}{l}$

4.2 扭摆的形成与运动

将金属丝一端固定, 另一端悬挂物体, 构成扭摆。扭转金属丝一定角度后释放, 金属丝会恢复到原来的位置, 从而对悬挂的物体产生一个力矩作用, 使物体来回转动。

4.3 恢复力矩与扭转角的关系

当扭转角度足够小, 且金属丝形变处于弹性限度内时, 内部力矩与角度成正比。考虑金属丝横截面上的剪切形变。在距离轴线 ρ 处的剪切应变为:

$$\gamma = \frac{\rho\theta}{l} \quad (2)$$

其中 θ 是扭转角, l 是金属丝的长度。由于在弹性限度内, 剪切应力与应变成正比: $\tau = G\gamma$ 。因此, 相对轴线的单位面积的力矩为: $\tau\rho$ 。考虑整个横截面, 金属丝内部的总力矩为:

$$M = \iint \tau\rho \times dS = \int_0^R G \frac{\rho\theta}{l} \rho \times 2\pi\rho d\rho = \frac{\pi R^4 G}{2l} \theta \quad (3)$$

其中 R 是金属丝的半径。

引入矢量符号, 上述方程可写为:

$$M = -\frac{\pi R^4 G}{2l} \theta = -D\theta \quad (4)$$

其中 D 被称为扭转常数。负号表示力矩的方向与角位移的方向相反。

$$D = \frac{\pi R^4 G}{2l} \quad (5)$$

4.4 扭摆的周期与切变模量

恢复力矩作用于悬挂的物体时，在忽略阻力的情况下，根据牛顿第二定律有：

$$I_0 \frac{d^2\theta}{dt^2} + D\theta = 0 \quad (6)$$

这是一个简谐运动的方程。因此物体在恢复力矩作用下将会来回转动，周期为：

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{D}} \quad (7)$$

I_0 为悬挂物体的转动惯量。

为了消除悬挂物转动惯量 I_0 的影响，实验中通过增加一个圆环来改变扭摆的转动惯量。加入圆环后的周期变为：

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + I_1}{D}} \quad (8)$$

$I_1 = \frac{1}{2}m(r_{in}^2 + r_{out}^2)$ 为圆环的转动惯量， m 为圆环的质量， r_{in} 和 r_{out} 分别为圆环的内外半径。

联立上述两个周期公式，可以计算出扭转常数 D ：

$$D = 4\pi^2 \frac{I_1}{T_1^2 - T_0^2} = \frac{2\pi^2 m(r_{in}^2 + r_{out}^2)}{T_1^2 - T_0^2} \quad (9)$$

由公式 (5) 可得，切变模量 G ：

$$G = \frac{2l}{\pi R^4} D = \frac{4\pi l m(r_{in}^2 + r_{out}^2)}{R^4(T_1^2 - T_0^2)} \quad (10)$$

5 实验内容

1. 测量几何参数：

- 卷尺测量钢丝有效长度 L ，各测 3 次取平均；
- 千分尺测量钢丝直径 $2r$ ，各测 3 次取平均；
- 游标卡尺测量圆环内外直径，各测 3 次取平均；
- 电子天平测量圆环质量；

2. 测量扭摆周期：记录未装环和装环状态下的振动周期 T_1 、 T_2 ，每次计 10 周。

3. 计算扭转常数 D 和切变模量 G ：采用国际单位制，计算钢丝的扭转常数与切变模量。以 $\text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ 为单位，根据实验精度，保留 4 位有效数字。以 GPa ($1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ Pa}$) 为单位，保留 3 位有效数字。

4. 不确定度分析：根据公式

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{2r_{in}\Delta r_{in}}{r_{in}^2 + r_{out}^2} + \frac{2r_{out}\Delta r_{out}}{r_{in}^2 + r_{out}^2} + \frac{4\Delta R}{R} + \frac{2T_1\Delta T_1}{T_1^2 - T_0^2} + \frac{2T_0\Delta T_0}{T_1^2 - T_0^2} \quad (11)$$

- 确定主要误差项：公式右边的每一项表示某个待测量对不确定度的贡献，分别计算每一项，进而确定主要误差项；
- 估算不确定度：本实验中，主要误差项相对于其他项大得多，因此取主要误差项。计算 $\Delta G = \frac{\Delta G}{G} \times G$ 求出切变模量的不确定度 ΔG 。
- B 类不确定度： $\Delta l = 1 \text{ mm}$, $\Delta m = 0.1 \text{ g}$, $\Delta r_{in} = \Delta r_{out} = 0.01 \text{ mm}$, $\Delta R = 0.002 \text{ mm}$, $\Delta T_0 = \Delta T_1 = \frac{\Delta t}{n}$, $\Delta t = 1 \text{ ms}$, $n = 10$ 。

6 数据记录

根据实验原理及实验内容进行实验，并输入 excel 进行统计计算。

7 数据处理

d0	D0		1	2	3	avg	
-0.004	0	d测	0.478	0.48	0.478	0.4786667	
		d真	0.482	0.484	0.482	0.4826667	
		l测	576.3	576.5	576.7	576.5	l m
		l真	576.3	576.5	576.7	576.5	0.5765
		Din	80.1	80	79.9	80	
		Dout	109.96	109.98	110.06	110	m kg
		m		415.15		415.15	0.41515
		t0		5.426		5.426	
		t1		9.277		9.277	
		R mm	rin mm	rout mm	T0	T1	
		0.241333333	40	55	5.426	9.277	
		R m	rin m	rout m			
		0.000241333	0.04	0.055			
结果	D						
	6.694E-04						
	G pa	G Gpa		std G	error		
	72423120477	72.42312048		75	3.436%		
不确定度计算	A	B					
	0.004625	56.621253					
	dm	dl	drin	drou	dR	dT1	dT0
	1.00E-04	1.00E-03	1.00E-05	1.00E-05	2.00E-06	0.0001	0.0001
	dG/G						
	3.5587%						
误差源	m	l	rin	rout	R	T1	T0
	0.024088%	0.173461%	0.017297%	0.023784%	3.314917%	0.003277%	0.001917%

Figure 1: 实验数据

7.1 计算平均值

根据 excel 计算，各个数据均值如下：

$$l = 576.5 \text{ mm}, R = 0.2413 \text{ mm}, r_{\text{in}} = 40.00 \text{ mm}, r_{\text{out}} = 55.00 \text{ mm}, m = 415.15 \text{ g}, T_0 = 5.426 \text{ s}, T_1 = 9.277 \text{ s}.$$

7.2 计算扭转常数 D

根据公式 (9)，代入数据计算可得 $D = 6.694 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}$

7.3 计算切变模量 G

根据公式 (10)，代入数据计算可得 $G = 72.4 \text{ GPa}$

7.4 估算不确定度

根据实验内容要求，计算各项不确定度，可得如下：

- $\frac{\Delta l}{l} \approx 0.173\%$
- $\frac{\Delta m}{m} \approx 0.024\%$
- $\frac{2r_{\text{in}}\Delta r_{\text{in}}}{r_{\text{in}}^2} \approx 0.017\%$
- $\frac{2r_{\text{out}}\Delta r_{\text{out}}}{r_{\text{in}}^2} \approx 0.024\%$
- $\frac{4\Delta R}{R} \approx 3.315\%$
- $\frac{2T_1\Delta T_1}{T_1^2 - T_0^2} \approx 0.003\%$

- $\frac{2T_0\Delta T_0}{T_1^2-T_0^2} \approx 0.002\%$

可知，主要误差项源于 R，再取主要误差项根据公式 $\Delta G = \frac{\Delta G}{G} \times G$ 计算可得 $\Delta G = \frac{\Delta G}{G} \times G \approx 2.4\text{GPa}$

8 实验结论

本实验利用扭摆法测量了钢丝的切变模量。通过测量钢丝的长度、直径，圆环的内外直径和质量，以及扭摆的周期，计算得到了钢丝的扭转常数和切变模量。

扭转常数 $D = 6.694 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}$ 切变模量 $G = (G \pm \Delta G) \approx (72.4 \pm 2.4) \text{ GPa}$
实验用 304 不锈钢切变模量的参考值为 74—77 GPa 且 $72.4+2.4=74.8 \text{ GPa}$ ，故实验结果位于参考值区间，实验结果合理。

实验误差来源：

- 测量过程中存在读数误差: 例如测量钢丝长度时测量的是装好的仪器，不便读数导致误差较大
- 扭摆转动时不可避免存在上下振动，有非切向力，影响旋转周期
- 加圆环前后钢丝有一定形变，并非一直为定值
- 测量扭摆周期时时间计数器不一定位于平衡位置导致总时长有误差