

物理实验报告



南方科技大学
SOUTHERN UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

学号: 114514 姓名: SUSTech 日期: 年/月/日 时间: 周二下午班

1 实验名称: 单摆测量重力加速度

2 实验目的

- 1) 利用经典的单摆公式, 依据器材和对重力加速度的测量精度要求, 进行设计性实验基本方法的演练。
- 2) 学习应用误差均分原则, 选用适当的仪器和测量方法, 完成设计性实验内容。

3 实验仪器

游标卡尺, 钢卷尺, 电子秒表, 单摆实验仪

4 实验原理

- 1) 已知单摆周期的理论公式为:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

因此我们能推导出重力加速度的计算公式:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

其中 l 为摆长, T 为单摆周期, t 为测量时间, N 为周期数。

由于摆长 $l = \frac{D}{2} + l_{\text{绳长}}$,

因此待测物理量有: 总时间 t , 小球直径 D , 绳长 $l_{\text{绳长}}$ 。

- 2) 根据相对误差要求 $\frac{\Delta g}{g} < 1\%$, 以及误差均分原理 $\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{2\Delta t}{t}$, 则有:

$$\frac{\Delta l}{l} < 0.5\%, \frac{2\Delta t}{t} < 0.5\%$$

对 $\frac{\Delta l}{l}$ 进行估算, 假设摆长 $\approx 70.00\text{cm}$, 为了达到 $\frac{\Delta l}{l} < 0.5\%$, 则 $\Delta l < 0.35\text{cm}$

根据 $\Delta l = \frac{\Delta D}{2} + \Delta l_{\text{绳长}}$ ，利用仪器的最大允差进行估算，可得：

$$\Delta l_{\text{绳长}} = \Delta \text{米} \approx 0.08\text{cm}$$

$$\Delta D = \Delta \text{卡尺} \approx 0.002\text{cm}$$

$$\Delta l = \frac{\Delta D}{2} + \Delta l_{\text{绳长}} \approx 0.081\text{cm} \ll 0.35\text{cm}$$

因此，实验使用钢卷尺测量线长，游标卡尺测量小球直径，可以满足 $\frac{\Delta l}{l} < 0.5\%$ 。

对 $\frac{2\Delta t}{t}$ 进行估算，秒表精度 $\Delta \text{秒} \approx 0.01\text{s}$ ，开停秒表的总反应时间 $\Delta \text{人} \approx 0.2\text{s}$ ，则：

$$\Delta t = \Delta \text{秒} + \Delta \text{人} \approx 0.2\text{s}$$

假设单摆周期 $T = 1.7\text{s}$ ，为保证 $\frac{2\Delta t}{t} < 0.5\%$ ，利用 $t = NT$ 得 $N > 47$ ，因此可以通过测量多个单摆周期来减小时间测量的误差，提高周期测量的精确度。

此处我们得出，至少要测量 48 个单摆周期才能达到测量精度的要求。

5 实验内容

根据要求设计实验，步骤如下：

- (1) 使用游标卡尺测量小球直径 D 。
- (2) 将摆线挂上单摆实验仪，使用钢卷尺测量摆线长度 $l_{\text{绳长}}$ 。调整夹具，控制绳长在 70.00cm 附近。
- (3) 将小球拉开一个小于 5 度的摆角并释放，小球相邻两次向右经过摆线和中线重合点（及最低点）之间的时间间隔记为一个周期。
- (4) 使用秒表测量 N 次周期的时长 t ， N 取 50（依据见实验原理部分）。小球第 1 次经过最低点时启动秒表，第 51 次经过最低点时按停秒表。
- (5) 每个物理量重复测量五次并取平均值以减小随机误差。
- (6) 根据公式处理数据，得出结论。

6 数据记录

	1	2	3	4	5	平均值
摆线长度 $l_{\text{绳长}}(\text{cm})$	70.52	70.75	71.11	70.95	70.90	70.846
小球直径 $D(\text{mm})$	20.00	20.04	20.02	20.02	20.00	20.016

	1	2	3	4	5	平均值
50 个单摆周期 $t(\text{s})$	85.00	85.09	85.06	85.06	85.03	85.048

后附原始数据。

7 数据处理

根据公式：

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

代入数据计算：

$$g = \frac{4\pi^2 \times 50^2 \times (0.70846 + \frac{0.02016}{2})}{85.048^2}$$

得：

$$g \approx 9.80443 \text{m/s}^2$$

计算 A 类不确定度：

$$u_a(l_{\text{绳长}}) = \sqrt{\frac{\sum (l_{\text{绳长}i} - \bar{l}_{\text{绳长}})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{(70.52 - 70.846)^2 + \cdots + (70.90 - 70.846)^2}{5 \times 4}} \approx 0.09973 \text{cm}$$

$$u_a(D) = \sqrt{\frac{\sum (D_i - \bar{D})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{(20.00 - 20.016)^2 + \cdots + (20.00 - 20.016)^2}{5 \times 4}} \approx 0.007483 \text{mm}$$

$$u_a(t) = \sqrt{\frac{\sum (t_i - \bar{t})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{(85.00 - 85.048)^2 + \cdots + (85.03 - 85.048)^2}{5 \times 4}} \approx 0.01530 \text{s}$$

计算 B 类不确定度：

$$u_b(l_{\text{绳长}}) = \frac{\sqrt{\Delta_{\text{估}}^2(l_{\text{绳长}}) + \Delta_{\text{仪}}^2(l_{\text{绳长}})}}{C_{\text{米}}} = \frac{\sqrt{0.05^2 + 0.08^2}}{3} \approx 0.03144\text{cm}$$

$$u_b(D) = \frac{\sqrt{\Delta_{\text{估}}^2(D) + \Delta_{\text{仪}}^2(D)}}{C_{\text{卡尺}}} = \frac{\sqrt{0.02^2 + 0.02^2}}{\sqrt{3}} \approx 0.01633\text{mm}$$

$$u_b(t) = \frac{\sqrt{\Delta_{\text{估}}^2(t) + \Delta_{\text{仪}}^2(t)}}{C_{\text{秒}}} = \frac{\sqrt{0.2^2 + 0.01^2}}{3} \approx 0.06675\text{s}$$

计算各物理量取置信区间为 0.95 的展伸不确定度：

$P = 0.95$ ，公式为：

$$U_{0.95} = \sqrt{(t_{0.95}u_a)^2 + (k_{0.95}u_b)^2}$$

对于 $n = 5, P = 0.95$ ，查表得 $t_{0.95} = 2.78$ 。

钢卷尺，电子秒表遵循正态分布， $k_{0.95} = 1.96$ 。

游标卡尺遵循均匀分布， $k_{0.95} = 1.65$ 。

$$U_{0.95}(l_{\text{绳长}}) = \sqrt{(2.78 \times 0.0997296)^2 + (1.96 \times 0.03144)^2} \approx 0.1720\text{cm}$$

$$U_{0.95}(D) = \sqrt{(2.78 \times 0.007483)^2 + (1.64 \times 0.01633)^2} \approx 0.02435\text{mm}$$

$$U_{0.95}(t) = \sqrt{(2.78 \times 0.01530)^2 + (1.96 \times 0.06675)^2} \approx 0.09687\text{s}$$

使用不确定度传递公式，合成间接测得的重力加速度的不确定度：

由于 $l = \frac{D}{2} + l_{\text{绳长}}$ ，有

$$U_{0.95}(l) = \sqrt{U_{0.95}^2(l_{\text{绳长}}) + \left(\frac{1}{2}U_{0.95}(D)\right)^2} = \sqrt{1.720^2 + \left(\frac{1}{2} \times 0.02435\right)^2} \approx 1.720\text{mm}$$

又有：

$$\frac{U_{0.95}(g)}{g} = \sqrt{\left(\frac{U_{0.95}(l)}{l}\right)^2 + \left(\frac{2U_{0.95}(t)}{t}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1.720}{718.47}\right)^2 + \left(\frac{2 \times 0.09687}{85.048}\right)^2} \approx 0.003305$$

$$U_{0.95}(g) = 0.003305 \times 9.80443 \approx 0.03240 m/s^2$$

综上，实验测得的重力加速度为 $(9.80443 \pm 0.03240)m/s^2 (P = 0.95)$ 。

使用深圳本地重力加速度参考值 $g = 9.7887 m/s^2$ ，可计算测量值的相对误差：

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{9.80443 - 9.7887}{9.7887} \approx 0.0016 = 0.16\% < 1\%$$

测量结果符合设计要求。

8 误差分析

- (1) 将摆角小于 5 度的单摆运动近似为简谐运动，近似过程存在误差。
- (2) 操作时很难让单摆做纯粹的平面内摆动，几乎必然演变成圆锥摆。
- (3) 摆线和单摆实验仪连接处存在摩擦力，小球摆动受空气阻力。
- (4) 摆线有一定弹性，在小球摆动时受向心力会略微变长。

9 实验结论

本实验利用单摆实验仪以及一系列测量工具，通过计算间接测得本地重力加速度。

测量值 $g = (9.80443 \pm 0.03240)m/s^2 (P = 0.95)$ 。

相对误差 $\frac{\Delta g}{g} = 0.16\%$ ，符合设计要求。