



南方科技大学

版权所有© 2023南方科技大学 禁止转载

2023年春季 不确定度计算练习题

物理实验教学中心

2023-2



表1：置信系数 C

三角	均匀	正态
$\sqrt{6}$	$\sqrt{3}$	3

表2：包含因子表（练习5）

分布类型	P	0.68	0.90	0.95	0.99
三角分布	k_P	1.06	1.67	1.90	2.20
均匀分布		1.18	1.56	1.65	1.71
正态分布		1.00	1.65	1.96	2.58



$$u_P = t_P U_A$$

表3: t_P 因子表

$t_P \backslash n$	3	4	5	6	7	8	9	10	∞
0.68	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.00
0.90	2.92	2.35	2.13	2.02	1.94	1.86	1.83	1.76	1.65
0.95	4.30	3.18	2.78	2.57	2.46	2.37	2.31	2.26	1.96
0.99	9.93	5.84	4.60	4.03	3.71	3.50	3.36	3.25	2.58



表4：常见不确定度传递公式

函数表达式	传递公式
$W = kX$	$U(W) = kU(X)$
$W = \ln X$	$U(W) = U(X)/X$
$W = \sin X$	$U(W) = \cos x U(X)$
$W = X \pm Y$	$U(W) = \sqrt{U^2(X) + U^2(Y)}$
$W = X \cdot Y$	$U(W)/\bar{w} = \sqrt{[U(X)/\bar{X}]^2 + [U(Y)/\bar{Y}]^2}$
$W = X/Y$	$U(W)/\bar{w} = \sqrt{[U(X)/\bar{X}]^2 + [U(Y)/\bar{Y}]^2}$
$W = \sqrt{X}$	$U(W)/\bar{w} = U(X)/(2\bar{X})$
$W = X^m Y^n / Z^q$	$U(W)/\bar{w} = \sqrt{[m U(X)/\bar{X}]^2 + [n U(Y)/\bar{Y}]^2 + [q U(Z)/\bar{Z}]^2}$

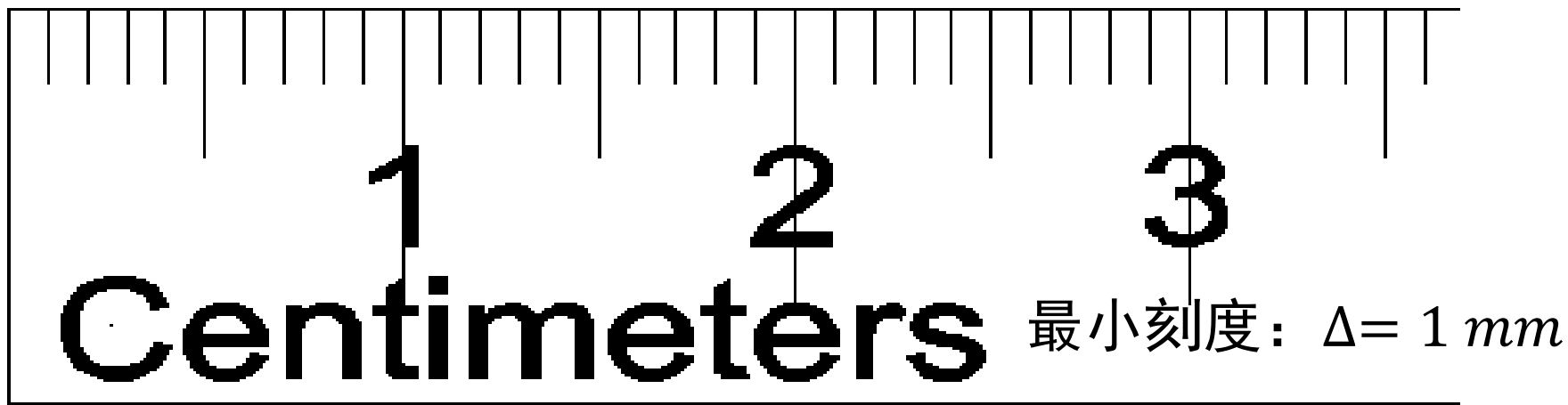


练习1. 用钢尺测量正方体边长 L 一次。

不确定度来源分析表



来源	评价方法	值	分布类型
仪器允差	B类	$u_1 \approx 1 \text{ mm}$ (约为最小刻度)	查仪器说明书
测量者估读	B类	$u_2 \approx \frac{1}{3} \text{ mm}$	问测量者





练习1的数据处理

最佳近似 (most approximated)

$$\bar{a} = 0.93 \text{ cm}$$

不确定度

$$u_1 = \Delta = 0.1 \text{ cm}$$

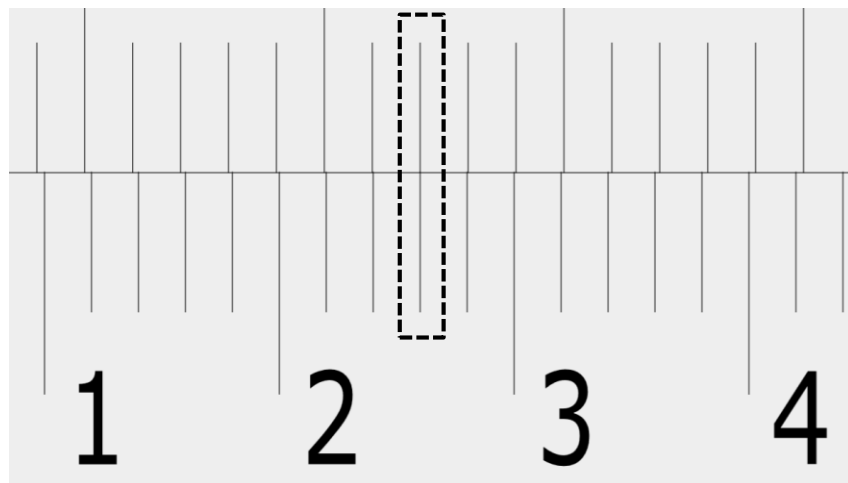
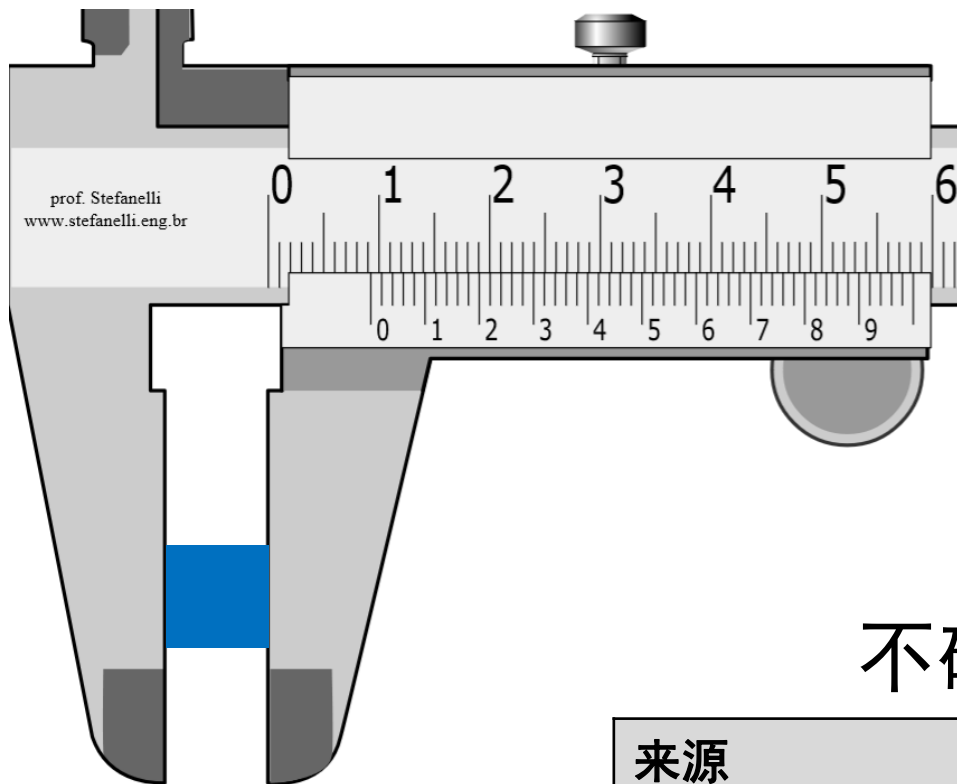
$$u_2 \approx \Delta/3 = 0.03 \text{ cm}$$

$$u = \sqrt{u_1^2 + u_2^2} \approx \Delta$$

注意：由于通常情况下估读引起的不确定度远小于仪器允差，故数值上可以忽略不计，但运算过程中要体现（考试中）。



练习2. 用游标卡尺测量正方体边长 L 一次。



不确定度来源分析表

来源	评价方法	值	分布类型
仪器允差	B类	$u_1 \approx 0.02 \text{ mm}$	查仪器说明书
仪器示数的离散特征	B类	$u_2 = 0.01 \text{ mm}$	均匀分布

最小刻度：
 $\Delta = 0.02 \text{ mm}$



练习2的数据处理

最佳近似 (most approximated)

$$\bar{a} = 9.26 \text{ mm}$$

不确定度

$$u_1 = \Delta = 0.02 \text{ mm}$$

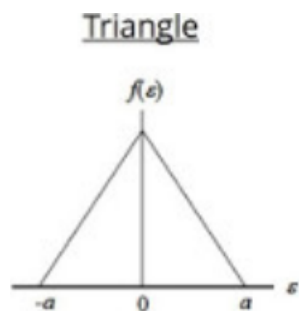
$$u_2 = 0.01 \text{ mm}$$

$$u = \sqrt{u_1^2 + 0 * u_2^2} = u_1$$

注意：通常情况下未考虑游标卡尺示数的离散特征引起的不确定度（考试中）。



练习3. 用钢尺测量正方体边长 L 的B类标准不确定度



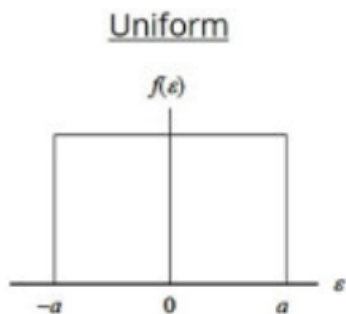
最小刻度:
 $\Delta = 1 \text{ mm}$

不确定度来源分析表

来源	评价方法	值	分布类型
仪器允差	B类	$u_1 \approx 1 \text{ mm}$ (约为最小刻度)	查仪器说明书
测量者估读	B类	$u_2 \approx \frac{1}{3} \text{ mm}$	问测量者

$$u_B = \sqrt{\left(\frac{u_1}{C_1}\right)^2 + \left(\frac{u_2}{C_2}\right)^2} \approx \sqrt{\left(\frac{\Delta}{\sqrt{6}}\right)^2 + \left(\frac{u_2}{\sqrt{6}}\right)^2}$$

练习4. 用游标卡尺测量正方体边长 L 的B类标准不确定度



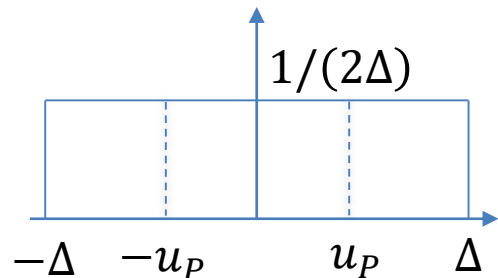
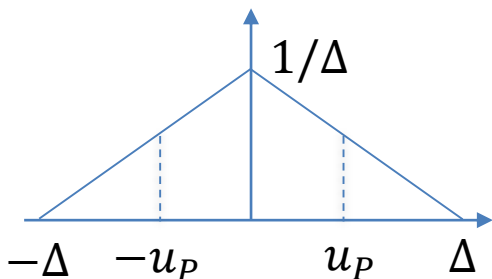
最小刻度:
 $\Delta = 0.02 \text{ mm}$

不确定度来源分析表

来源	评价方法	值	分布类型
仪器允差	B类	$u_1 \approx 0.02 \text{ mm}$	查仪器说明书
仪器示数的离散特征	B类	$u_2 = 0.01 \text{ mm}$	均匀分布

$$u_B = \frac{u_1}{C_1} \approx \frac{\Delta}{\sqrt{3}}$$

注意：通常情况下未考虑游标卡尺示数的离散特征引起的不确定度（考试中）。



三角概率密度分布曲线下的总面积为1。
 $\pm u_P$ 虚线所夹面积为 $P = 1 - \left(\frac{\Delta - u_P}{\Delta}\right)^2$ 。
因此, $k_P = \frac{u_P}{u_B} = \sqrt{6}(1 - \sqrt{1 - P})$ 。

均匀概率密度分布曲线下的总面积为1。
 $\pm u_P$ 虚线所夹面积为 $P = \frac{u_P}{\Delta}$ 。因此,
 $k_P = \frac{u_P}{u_B} = \sqrt{3}P$ 。

表2: 包含因子表 (练习5)

分布类型	P	0.68	0.90	0.95	0.99
三角分布	k_P	1.06	1.67	1.90	2.20
均匀分布		1.18	1.56	1.65	1.71
正态分布		1.00	1.65	1.96	2.58



练习6. 用钢尺测量正方体边长 L 。共测量了10次，数据见下表，求测量结果的平均值和标准差。

正方体边长测量数据表			
序号	L (cm)	序号	L (cm)
1	0.93	6	0.94
2	0.93	7	0.92
3	0.95	8	0.93
4	0.92	9	0.94
5	0.93	10	0.92

$$\bar{L} = \sum_{i=1}^{i=10} \frac{L_i}{10} = 0.931 \text{ cm}, \sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=10} \frac{(L_i - \bar{L})^2}{9}} \approx 0.00994 \text{ cm}$$



练习7. 用钢尺测量正方体边长 L 。共测量了10次，数据见下表。如果再测量10次，这10次的平均值可能分布在哪个区间，概率是多少？

正方体边长测量数据表

序号	L (cm)	序号	L (cm)
1	0.93	6	0.94
2	0.93	7	0.92
3	0.95	8	0.93
4	0.92	9	0.94
5	0.93	10	0.92

$$\bar{L} = \sum_{i=1}^{i=10} \frac{L_i}{10} = 0.931 \text{ cm},$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=10} \frac{(L_i - \bar{L})^2}{9}} \approx 0.00994 \text{ cm}$$

$$\sigma' = \frac{\sigma}{\sqrt{10}} \approx \mathbf{0.00314 \text{ cm}},$$

$$\mathbf{P \approx 0.68, \text{ (A类标准不确定度)}}$$

提示：对随机变量进行 $M * n$ 次测量，数据的标准差为 σ 。尔后，将这些数据随机地分成 M 组，然后计算每组的平均值，最后统计这些平均值的标准差 σ' 。统计规律表明： $\sigma' = \sigma / \sqrt{n}$ 。



练习8. 用钢尺测量正方体边长 L 。共测量了10次，数据见下表。已知钢尺的允差为 1 mm ，满足正态分布）。给出测量结果的科学表述（ $P=0.95$ ）。

正方体边长测量数据表			
序号	$L\text{ (cm)}$	序号	$L\text{ (cm)}$
1	0.93	6	0.94
2	0.93	7	0.92
3	0.95	8	0.93
4	0.92	9	0.94
5	0.93	10	0.92



练习8的数据处理

来源	评价方法	值	分布类型	c/k/t
仪器允差	B类	$u_1 = 1 \text{ mm}$	正态分布 (查仪器说明书获悉)	$c_1 = 3$ $k_{0.95} = 1.96$
测量者估读	B类	$u_2 \approx 1/3 \text{ mm}$	三角分布 (见仁见智)	$c_2 = \sqrt{6}$ $k'_{0.95} = 1.90$
多次测量	A类	u_A	正态分布	$t_{0.95} = 2.26$

$$\bar{L} = \sum_{i=1}^{i=10} \frac{L_i}{10} = 0.931 \text{ cm}, \sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=10} \frac{(L_i - \bar{L})^2}{9}} \approx 0.00994 \text{ cm}$$

$$u_A = \frac{\sigma}{\sqrt{10}} \approx 0.00314 \text{ cm},$$

$$u_{0.95} = \sqrt{(t_{0.95} u_A)^2 + \left(k_{0.95} \frac{u_1}{C_1}\right)^2 + \left(k'_{0.95} \frac{u_2}{C_2}\right)^2} \approx 0.0706 \text{ cm}$$

$$L = \bar{L} \pm u_{0.95} = (0.931 \pm 0.071) \text{ cm}, P = 0.95$$



练习9. 用钢尺测量正方体的边长 L 。共测量了10次，数据见下表。已知钢尺的允差为 1 mm ，满足正态分布）。给出正方体表面积 S 的科学表述（ $P=0.95$ ）。

正方体边长测量数据表			
序号	$L\text{ (cm)}$	序号	$L\text{ (cm)}$
1	0.93	6	0.94
2	0.93	7	0.92
3	0.95	8	0.93
4	0.92	9	0.94
5	0.93	10	0.92

$$S = 6L^2$$

$$\bar{S} = 6\bar{L}^2 \approx 0.866761\text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} u(S) &= 2 \frac{u(L)}{\bar{L}} \bar{S} \\ &= 2 \times \frac{0.0706}{0.931} \times 0.866761 \\ &\approx 0.1314572\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= \bar{S} \pm u(S) = (0.87 \pm 0.13)\text{ cm}^2, \\ P &= 0.95 \end{aligned}$$



练习10. 用钢尺测量正方体的边长 L 。共测量了10次，数据见下表。已知钢尺的允差为 1 mm ，满足正态分布），正方体密度为 $(7.90 \pm 0.08)\text{ g/cm}^3$ 。给出正方体表质量 m 的科学表述（ $P=0.95$ ）。

正方体边长测量数据表			
序号	$L\text{ (cm)}$	序号	$L\text{ (cm)}$
1	0.93	6	0.94
2	0.93	7	0.92
3	0.95	8	0.93
4	0.92	9	0.94
5	0.93	10	0.92

$$m = \rho L^3$$

$$\bar{m} = \bar{\rho} \bar{L}^3 \approx 6.375\text{ g}$$

$$u(m) = \bar{m} \sqrt{\left(\frac{u(\rho)}{\bar{\rho}}\right)^2 + \left(3 \frac{u(L)}{\bar{L}}\right)^2} \\ \approx 1.452\text{ g}$$

$$m = \bar{m} \pm u(m) = (6.4 \pm 1.4)\text{ g}, \\ P = 0.95$$



练习11. 完成下表

重力加速度测量结果表（单位： m/s^2 ）			
平均值	不确定度	置信概率	完整表达
9.78861	0.01338	0.95	$g = (9.789 \pm 0.013) \frac{m}{s^2}, P = 0.95$
9.78861	0.00138	0.95	$g = (9.7886 \pm 0.0014) \frac{m}{s^2}, P = 0.95$
9.78865	0.00135	0.95	$g = (9.7886 \pm 0.0014) \frac{m}{s^2}, P = 0.95$
9.78865	0.00145	0.95	$g = (9.7886 \pm 0.0014) \frac{m}{s^2}, P = 0.95$

- a. 不确定度保留2位有效数字；
- b. 平均值和不确定度的小数点最后一位对齐；
- c. 四舍六入五凑偶。