固体杨氏模量 讲义

2025年2月

一、实验目的

- 1. 掌握光杠杆放大的原理和特性
- 2. 理解固体杨氏模量的意义

二、实验仪器

杨氏模量测试仪、光杠杆、望远镜

三、实验原理

材料受力后会发生形变,在弹性限度内,材料的应力和应变之比是一个常数,叫做弹性模量,条形物体的沿纵向的弹性模量叫杨氏模量。它的大小标志了材料的刚性。

$$E = \frac{\left(\frac{F}{S}\right)}{\left(\frac{\Delta L}{L}\right)} = \frac{FL}{S\Delta L} \tag{1}$$

在样品截面积S上的作用应力为F,测量引起的相对伸长量 $\frac{1}{L}$,即可计算出材料的杨氏模量E。因一般伸长量 ΔL 很小,故采用光学放大法将其放大。光杠杆是一个带有可旋转的平面镜的支架,平面镜的镜面与三个足尖决定的平面垂直,其后足即杠杆的支脚与被测物接触。当杠杆支脚随被测物上升或下降微小距离 ΔL 时,镜面法线转过一个微小的 θ 角,而入射到望远镜的光线转过 2θ 角,如图1所示:

根据图1和公式(4)可知:

$$\tan \theta = \frac{\Delta L}{L} \approx \theta \tag{2}$$

$$\tan 2\theta = \frac{b}{D} \approx 2\theta \tag{3}$$

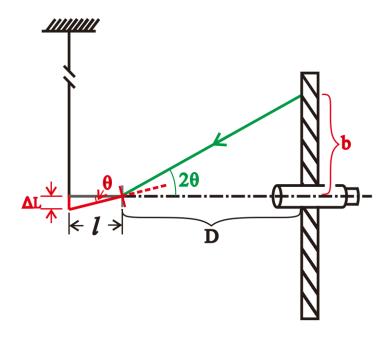


图 1: 实验原理图

泰勒级数展开公式:

$$\tan \theta = \theta + \frac{\theta^3}{3} + \frac{2\theta^5}{15} + \frac{17\theta^7}{315} + \dots, \stackrel{\text{def}}{=} |\theta| < \frac{\pi}{2}$$
 (4)

将公式(2)、(3)代入公式(1)中可以得到:

$$E = \frac{2DLF}{Slb} \tag{5}$$

其中: L为金属丝的长度,D为平面镜与直尺之间的距离,l为光杠杆的臂长,b为望远镜中所观察的到的标尺移动的距离,S为钢丝的截面积,通过测量钢丝的直径求得。

四、实验内容

1. 调节仪器

- (a) 调节放置光杠杆的平台与望远镜的相对位置,使光杠杆镜面法线与望远镜轴线大体 重合。调节支架底脚螺丝,确保平台水平,调平台的上下位置,使管制器顶部与平 台的上表面共面。
- (b) 光杠杆的调节:光杠杆和镜尺组是测量金属丝伸长量的关键部件,光杠杆的镜面和足尖(或刀口)应平行,使用时足尖(或刀口)放在平台的沟槽内,后锥形足尖放在管制器的槽中(不得与钢丝相碰),之后再调节平面镜的仰角使镜面垂直,即光杠杆镜面法线与望远镜轴线大体重合。
- (c) 镜尺组的调节:调节望远镜、直尺和光杠杆三者之间的相对位置,使望远镜和光杠杆平面镜处于同等高度。要注意:按先粗调后细调的原则。利用望远镜上的准星瞄准光杠杆平面镜中的标尺像,使其能将标尺上的刻度反射到望远镜里,然后再细调。调节望远镜目镜视度圈,使目镜内分划板刻线(叉丝)清晰,再用手轮调焦使标尺

像清晰。调节望远镜进行读数时要消除视差(即眼睛上下移动时,所看到的竖尺刻度 像和叉丝之间应没有相对变动)。如果没有找到标尺像,请不要过急调节调焦手轮, 重新瞄准光杠杆平面镜中的标尺像, 重复上述调试过程。

(d) 光杠杆、望远镜、标尺调整好以后,整个实验中防止位置变动。加减砝码要交叉轻 放轻取避免晃动、倾斜,使钢丝与管制器之间发生摩擦,待钢丝(钢丝伸长时存在 滞后现象)静止后(约1分钟左右)再读数。

2. 测量

- (a) 测量钢丝长度,应注意两端点的位置,上端起于夹钢丝的两个半圆柱的下表面,下 端止于管制器的上表面。
- (b) 记录望远镜中标尺的读数作为钢丝的起始长度。在砝码托上逐次加1kg砝码(可加 到9kg),观察每增加1kg时望远镜中标尺上的读数 r_i , 然后再将砝码逐次减去,记 下对应的读数 r_i' , 取两组对应数据的平均值 $\overline{r_i}$ 。
- (c) 用米尺测量金属丝的长度L和平面镜与直尺之间的距离D,以及光杠杆的臂长l各1次。用千分尺测金属丝直径d (上、中、下各测2次,共6次,0.570mm < d <0.620mm).

表 1: 望远镜读数与加载砝码的关系									
	m(kg)	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	7.00	8.00
	r_i								
	$r_i^{'}$								
	$\overline{r_i}$								

3. 逐差法:用逐差法处理数据得到1 kg时对应的b值,并求 $\frac{\Delta E}{E}$,给出E的最终表达式。 $\Delta m =$ $5g, \Delta L = 0.05mm, \Delta D = 0.05mm, \Delta l = 0.05mm, \Delta b = 0.05mm, \Delta d = 0.001mm$

$$\frac{\Delta E}{E} = \sqrt{\left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta F}{F}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta d}{d}\right)^2} \tag{6}$$

4. 选做内容:用作图法处理数据,并求 $\frac{\Delta E}{E}$,给出E的最终表达式。

五、思考题

利用光杠杆把测微小长度 ΔL 变成测b,光杠杆的放大率为 $\frac{2D}{L}$,根据此式能否以增加D减小光 杠杆臂长1.来提高放大率,这样做有无好处?有无限度?应怎样考虑这个问题?

六、实验结论

经光杠杆放大法测得固体杨氏模量 $E = (\overline{E} \pm \Delta E)$,相对误差为: 2.51%(示例)。

七、误差分析

- 1. 光杠杆未放平
- 2. 望远镜读数未稳定
- 3. ...

八、参考文献

《大学物理基础与综合性实验》何佳清,霍剑青主编.北京:高等教育出版社,2018.4,p121-p124.