消費

總體經濟理論(一)

前言

- 消費與投資對於經濟成長、景氣循環都具有重要意義。
  - 就經濟成長而言
    - 社會資源在消費和各種投資(像實物資本、人力資本，和研發投資)之間的配置，是決定長期生活水準的關繫因素。
    - 這種配置決定於家計消費-儲蓄決策與廠商投資決策之間的互動。
      1) 家計在面對給定的報酬率和其他限制之下，如何將其所得在消費、儲蓄之間做配置
      2) 廠商在面對給定的利率和其他限制之下，做出什麼投資需求
  - 就景氣波動而言
    - 因為消費、投資佔了商品總需求的絕大部份，所以，理解消費和投資的決策，是有助於我們去了解政府財政、技術、和貨幣政策等因素如何影響總產出。

前言

- 研究消費和投資的另兩個原因是：

  1. 這些研究得出了一些有關金融市場的重要問題
     - 金融市場之所以影響總體經濟，主要是透過它對消費、投資的影響
     - 消費、投資對金融市場有重要的反饋作用
       - 這可經由討論金融市場完全、不完全兩種情境下，金融市場與消費、投資之間的交互作用來加以了解

  2. 過去30年裡，許多最有洞悉力的總體經濟實證研究，都跟消費、投資有關係。

確定性之下的消費：恆常所得假說(permanent-income hypothesis)

1. 模型：

- 壽命T期的代表性個人(同質)，效用函數是：

$$U = \sum_{t=1}^{T} \beta^t u(C_t), \qquad u'(\cdot) > 0, u''(\cdot) < 0$$

  - $u(\cdot)$：瞬時效用函數。C_t：第t期消費。
  - β：主觀折現因子，$\beta = \frac{1}{1+\rho}$，其中，ρ：時間偏好率
    - 時間偏好率ρ愈大，愈重視現在，消費效用的權重β就愈大
    - $\rho = 0$，不重視現在，每期同等看待，看待未來消費效用一如現在消費效用的看待(β =1)

$$U = \sum_{t=1}^{T} u(C_t), \qquad u'(\cdot) > 0, u''(\cdot) < 0 \qquad (1)$$

確定性之下的消費：恆常所得假說(permanent-income hypothesis)

- 終生預算限制式：

$$\sum_{t=1}^{T} \frac{C_t}{(1+r_t)^t} \le A_0 + \sum_{t=1}^{T} \frac{Y_t}{(1+r_t)^t}$$

  - A_0：初始財富。
  - Y_t：第t期勞動收入。在這階段的討論是視為外生給定
  - r_t：利率。視利率為外生變數之下，消費者進行儲蓄或借款決策
    - 當利率為零($r_t = 0$)時，則終生預算限制式變成了：

$$\sum_{t=1}^{T} C_t \le A_0 + \sum_{t=1}^{T} Y_t \qquad (2)$$

- 本章假設時間偏好率、利率都等於零。

確定性之下的消費：恆常所得假說(permanent-income hypothesis)

2. 消費行為決策

- 消費邊際效用總是正數，所以，個人預算滿足等號形式的限制式
- 最大化問題的Lagrangian：

$$\mathcal{L} = \sum_{t=1}^{T} u(C_t) + \lambda\left(A_0 + \sum_{t=1}^{T} Y_t - \sum_{t=1}^{T} C_t\right) \qquad (3)$$

1) 消費C_t的一階條件是

$$u'(C_t) = \lambda, \qquad t \in (0, T) \qquad (4)$$

- (4)式在每一期都成立，表示消費邊際效用不變。加上效用僅僅受消費單一變數的影響，所以，每期的消費也是常數。

$$C_1 = C_2 = \cdots = C_T$$

確定性之下的消費：恆常所得假說(permanent-income hypothesis)

2) λ的一階條件

$$\sum_{t=1}^{T} C_t = A_0 + \sum_{t=1}^{T} Y_t$$

- 這兩個一階條件隱含了消費有這關係：

$$C_t = \frac{1}{T}\left(A_0 + \sum_{t=1}^{T} Y_t\right), \qquad \forall t \qquad (5)$$

- $A_0 + \sum_{t=1}^{T} Y_t$：終生總資源
- 意義：消費者將平均分配其一生的資源於各期消費上，亦即完全的消費平滑化。

確定性之下的消費：恆常所得假說(permanent-income hypothesis)

3. 含義

- (5)式隱含了，消費取決於整個一生的所得(現值)，而不是當期的所得。
- Friedman (1957)稱$\frac{1}{T}\left(A_0 + \sum_{t=1}^{T} Y_t\right)$((5)式等號右邊)為恆常所得(permanent income)
  - 暫時所得(transitory income)：當期所得與恆常所得的差距

$$Y_t - \frac{1}{T}\left(A_0 + \sum_{t=1}^{T} Y_t\right)$$

  - 依照Friedman觀點來詮釋(5)式，它表明了：消費決定於恆常所得
- 暫時所得對消費的影響：
  - 考慮第一期得到了一項意外收入Z。雖然當期所得增加了Z，但是恆常所得僅僅增加Z/T。如果個人生命很長久，那麼，意外收入對當期消費的影響就很小。
  - 涵義是：暫時性減稅對消費激勵很有限。

確定性之下的消費：恆常所得假說(permanent-income hypothesis)

4. 儲蓄行為與其本質
   - 雖然所得的時間模式對消費的影響不大，但是對儲蓄的影響卻是很重要。
   - t期儲蓄：

$$S_t = Y_t - C_t = \left(Y_t - \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} Y_t \right) - \frac{1}{T} A_0$$

   - 當期所得高於恆常所得，亦即暫時性所得$\left(Y_t - \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} Y_t\right)$上升，儲蓄就上升。當期所得低於恆常所得，儲蓄就為負。
     - 暫時性所得增加，大多儲蓄起來，用於消費的是很小部分
   - 消費者利用消費或借貸，來平滑化各期消費(消費路徑)
   - 這即是Modigliani and Brumberg (1954)的平滑化生命循環消費(lifecycle consumption)，或是Friedman (1957)的恆常所得的消費理論

確定性之下的消費：恆常所得假說(permanent-income hypothesis)

- 儲蓄本質
  - 從更一般的意義上來看，恆常所得假說/生命循環假說對儲蓄的基本看法是：

    儲蓄是未來的消費

    - 只要個人不是為儲蓄而儲蓄，那麼，儲蓄本質上就是未來的消費
    - 因此，消費者對其所得在消費-儲蓄間的分配決策，就受到他對當期消費與未來消費偏好的影響，也受到有關未來消費前景的訊息的影響。
  - 這個觀察認為：對於儲蓄的很多普遍說法是錯誤的。譬如：
    1) 常常有人說，因為窮人收入僅比最低生活水準所需的所得高一點點而已，所以，窮人的儲蓄佔所得比例低於富人的儲蓄佔所得比例。
       - 這種聲稱錯在：實際上，目前維持較低生活水準都有困難的人，在未來，他要維持這種較低生活水準也是很困難的 → 消費取決於恆常所得，所以，窮人和富人一樣，儲蓄很可能由他們的收入時間形態所決定。
    2) 一個在乎他自身消費相對於他人消費水準的個人，會因為他想保持和別人一樣的水準(keep up with the Jones)，而傾向於提高他的消費。
       - 這錯在：儲蓄表徵了未來消費。所以，儲蓄減少代表了未來消費減少，進而擴大了消費落後的幅度。因此，關心相對消費的個人，為了在未來能追趕上別人水準，它會降低當期消費，而非提高消費。

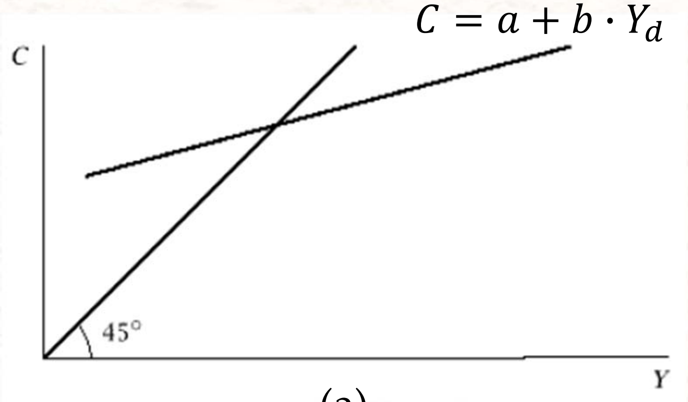
確定性之下的消費：恆常所得假說(permanent-income hypothesis)

5. 實證經驗：了解估計的消費函數

- 傳統凱因斯的消費函數假定消費決定於當期可支配所得。
  - 凱因斯(1936)認為「總消費量主要取決於總所得量」，而且這個關係「是一個十分穩定的函數」。凱因斯也進一步主張「較高的絕對所得，像是規則一樣，會造成較大的所得比例被儲蓄」。
- 實證估計
  - 結論：與凱因斯宣稱結果相反。研究上無法證明：消費和當期所得之間關係存在一致、穩定的關係。
  - 橫斷面的家庭資料支持，凱因斯假定的那種消費關係。圖a
    - 不同族群的橫斷面消費資料表明了，白人有較高截距(Sinclair (1992))。圖c
  - 一國時間序列資料則表明，總消費基本上與總所得成比例關係。圖b

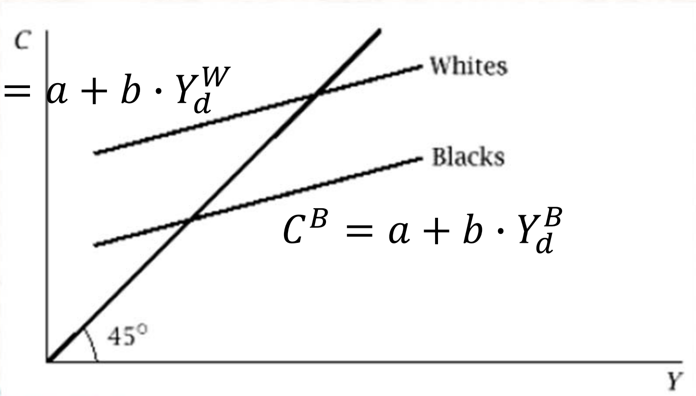
確定性之下的消費：恆常所得假說(permanent-income hypothesis)

$C = a + b \cdot Y_d$



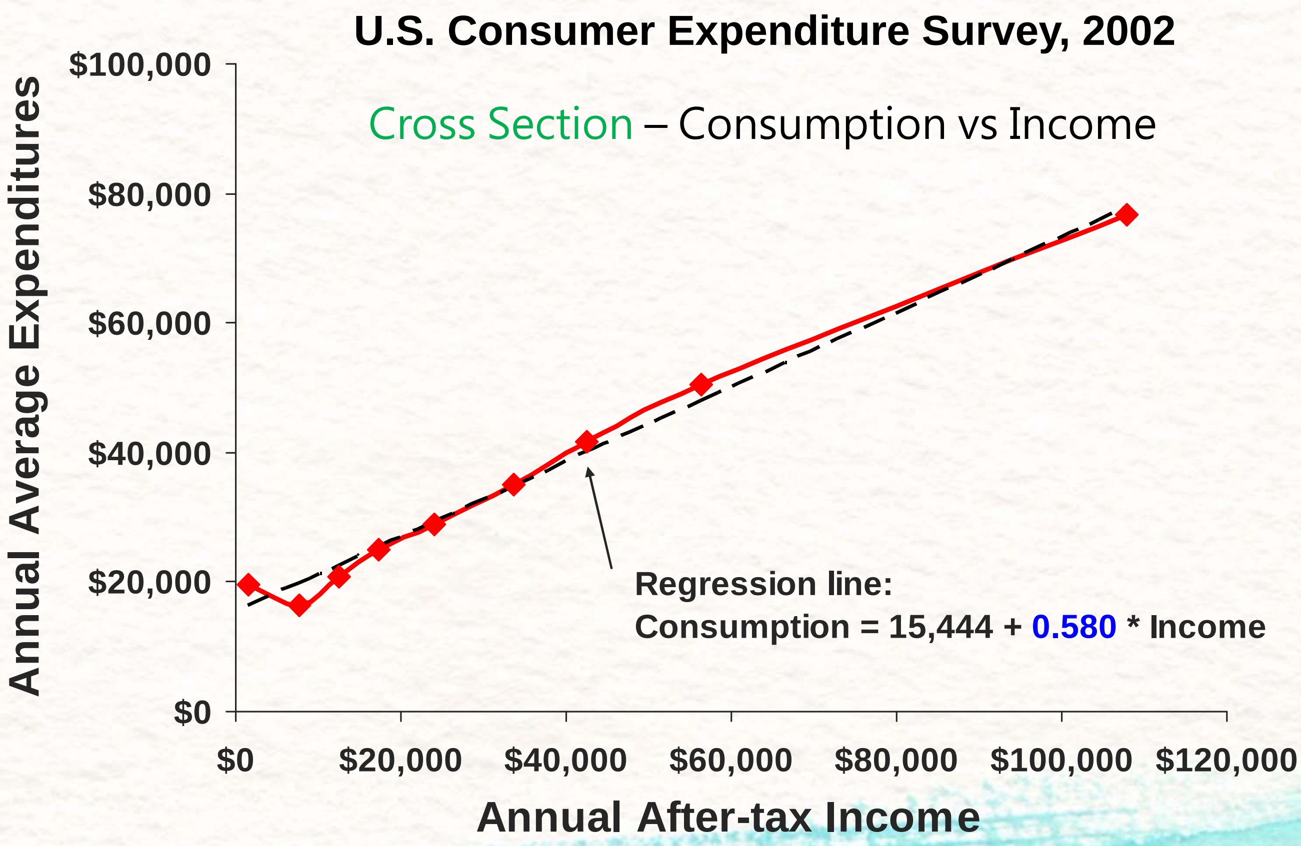
(a)

$C^W = a + b \cdot Y_d^W$



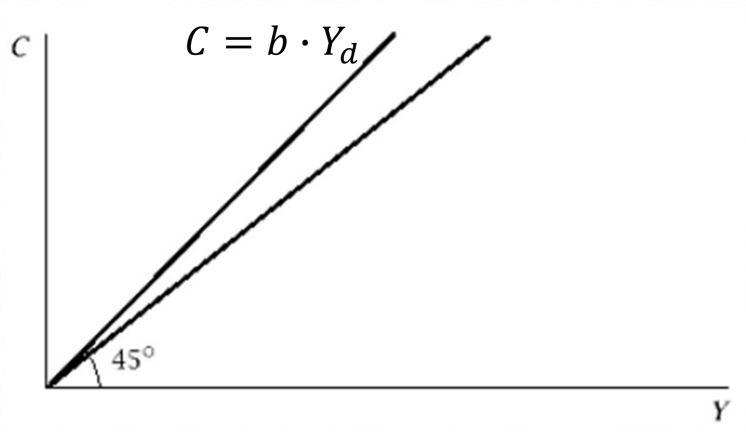
$C^B = a + b \cdot Y_d^B$

(c)

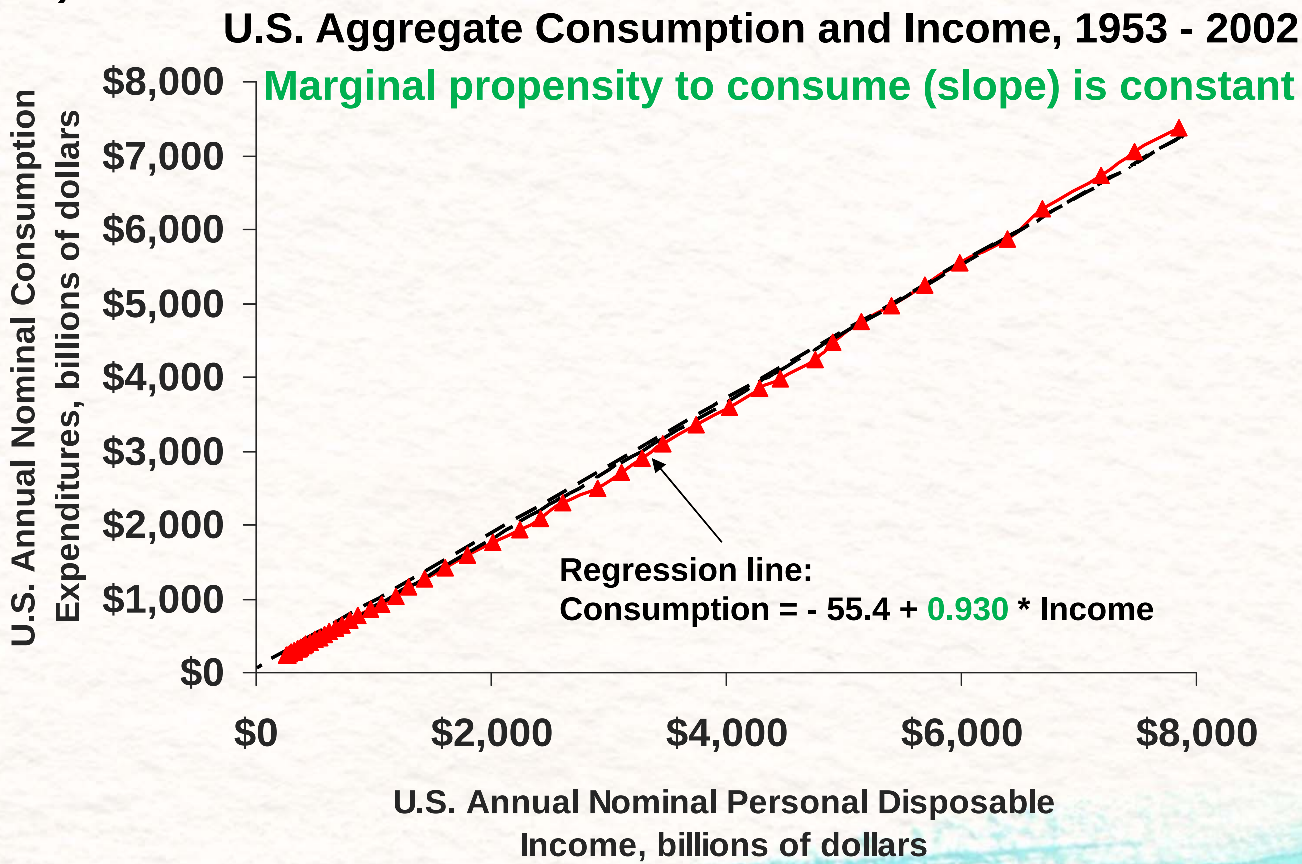


Source: U.S. Bureau of Labor Statistics, http://www.bls.gov/cex/home.htm

確定性之下的消費：恆常所得假說(permanent-income hypothesis)



(b)



Source: U.S. Bureau of Economic Analysis
http://www.bea.gov/bea/dn/nipaweb/index.asp

確定性之下的消費：恆常所得假說(permanent-income hypothesis)

- Friedman (1957)的恆常所得假說對這些實證發現能做出一個直接的解釋。
  - 假設消費事實上由恆常所得所決定：$C = Y^P$
  - 當期所得等於恆常所得加上暫時所得：$Y = Y^P + Y^T$
  - 因為暫時所得反映當期所得偏離恆常所得的情形，因此，在大多數樣本裡，暫時所得的平均值接近零，而且大略與恆常所得不相關。
  - 考慮某一個消費對當期所的迴歸模型

$$C_t = a + bY_t + e_t \qquad (7)$$

  - $\hat{b} = \frac{Cov(Y,C)}{Var(Y)} = \frac{Cov(Y^P+Y^T,Y^P)}{Var(Y^P+Y^T)} = \frac{Var(Y^P)}{Var(Y^P)+Var(Y^T)} \qquad (8)$
  - $\hat{a} = \bar{C} - \hat{b}\bar{Y} = \bar{Y}^P - \hat{b}(\bar{Y}^P + \bar{Y}^T) = (1-\hat{b})\bar{Y}^P \qquad (9)$
    - $\bar{Y}^T = 0$：暫時所得的平均值接近零

確定性之下的消費：恆常所得假說(permanent-income hypothesis)

- $C = Y^P$
- $Y = Y^P + Y^T$
- $C_t = a + bY_t + e_t$ (7)
- $\hat{b} = \frac{Cov(Y,C)}{Var(Y)} = \frac{Cov(Y^P+Y^T,Y^P)}{Var(Y^P+Y^T)} = \frac{Var(Y^P)}{Var(Y^P)+Var(Y^T)}$ (8)
- $\hat{a} = \bar{C} - \hat{b}\bar{Y} = \bar{Y}^P - \hat{b}(\bar{Y}^P + \bar{Y}^T) = \left(1 - \hat{b}\right)\bar{Y}^P$ (9)

- 涵義：恆常所得假說預期了，消費函數的估計斜率$\hat{b}$決定於恆常所得和暫時所得的相對變異數。
- 直覺：
  1) 當期所得增加(ΔY_t)所帶動的消費增加(ΔC_t)，這個消費增量只是反映恆常所得的增幅(ΔY^P)。
  2) 當恆常所得的變異數$Var(Y^P)$>>暫時所得的變異數$Var(Y^T)$，這時，當期所得的絕大部份變化(ΔC_t)都是反映出恆常所得的變化($\Delta Y_t \approx \Delta Y^P, \because \hat{b} \approx 1$) 。因此，消費增加幾乎一對一地等於當期所得增加($\Delta C_t \approx \Delta Y_t$)。
  3) 但是，當恆常所得的變異數$Var(Y^P)$<<暫時所得的變異數$Var(Y^T)$ ($\therefore \hat{b}$很小)，則當期所得的變動(ΔY_t)極少是來自於恆常所得的變動(ΔY^P)，並因此，消費增加(ΔC_t)很少是隨著當期所得的增加(ΔY_t)。

確定性之下的消費：恆常所得假說(permanent-income hypothesis)

- 解釋 (a)圖：
  - 在不同家庭之間，所得變化的很大部分因素反映自失業等因素的影響，以及各家庭是處於各自生命循環中的不同位置的事實。
  - 結果，估計的斜率係數明顯小於1，而且估計的截距是正的。

- 解釋 (b)圖：
  - 在一國時間序列裡，幾乎所有的總所得變化都反應了長期成長，也就是經濟資源的永久增加。因此，估計的斜率係數接近1，且估計的截距接近零。

- 解釋 (c)圖：
  - 在黑人與白人這兩族群裡，其恆常所得與暫時所得的相對變異數是相似的。因此，估計的斜率係數$\hat{b}$是相近的。
  - 但是，因為黑人的平均收入低於白人，所以，黑人的估計的截距$\hat{a}$低於白人。
  - 恆常所得假說將黑人與白人消費的差異歸因於這兩群人的平均所得的不同，而非偏好或是文化的不同。

不確定性之下的消費：隨機漫步假說 (random-walk hypothesis)

1. 模型

- 效用與預算：
  - 利率與時間偏好率都是零
  - 瞬時效用$u(\cdot)$是二次式：$u(C_t) = C_t - \frac{a}{2}C_t^2$。
  - 個人極大化預期效用：

$$E(U) = E\left(\sum_{t=1}^{T}\left(C_t - \frac{a}{2}C_t^2\right)\right), a > 0 \qquad (10)$$

    - 消費的邊際效用為正
  - 同前，消費者必須在生命終點清償全部債務。所以，預算限制式仍與前述相同：

$$\sum_{t=1}^{T} C_t \leq A_0 + \sum_{t=1}^{T} Y_t$$

不確定性之下的消費：隨機漫步假說 (random-walk hypothesis)

2. 最適消費行為

- Lagrangian函數：

$$\mathcal{L} = E_{t=1}\left\{\sum_{t=1}^{T}\left(C_t - \frac{a}{2}C_t^2\right) + \lambda\left(A_0 + \sum_{t=1}^{T} Y_t - \sum_{t=1}^{T} C_t\right)\right\}$$

  - $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \;\Rightarrow\; E_{t=1}\{1 - aC_1 - \lambda\} = 0 \;\Rightarrow\; 1 - aC_1 = \lambda$ (恆常所得的邊際效用)
  - $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \;\Rightarrow\; E_{t=1}\{1 - aC_2 - \lambda\} = 0 \;\Rightarrow\; 1 - aE_{t=1}(C_2) = \lambda$
  - …

$$\therefore 1 - aC_1 = 1 - aE_{t=1}(C_2) = 1 - aE_{t=1}(C_3) = \cdots = 1 - aE_{t=1}(C_T) \qquad (11)$$

$$\Rightarrow \; C_1 = E_{t=1}(C_t), t = 2,3 \ldots T \qquad (12) \text{ ... Euler eq.}$$

  - $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_t} = 0 \;\Rightarrow\; A_0 + \sum_{t=1}^{T} Y_t = \sum_{t=1}^{T} C_t \;\rightarrow$ 取期望值：$A_0 + \sum_{t=1}^{T} E_{t=1}(Y_t) = \sum_{t=1}^{T} E_{t=1}(C_t) \qquad (13)$

不確定性之下的消費：隨機漫步假說 (random-walk hypothesis)

- (12)式代入取期望值的預算限制式，整理得到：$A_0 + \sum_{t=1}^{T} E_{t=1}(Y_t) = T \cdot C_1$

$$\Rightarrow C_1 = \frac{1}{T}\left(A_0 + \sum_{t=1}^{T} E_{t=1}(Y_t)\right) \qquad (14)$$

  - 個人消費是其預期終生資源的$1/T$

3. 涵義：

- $C_1 = E_{t=1}(C_t)$的更一般推理是：對各期來說，預期下一期的消費等於當期消費。這表明了，消費的變動是不可預測的。根據預期的定義，我們可以寫出：

$$C_t = E_{t-1}(C_t) + e_t \qquad (15)$$

  - e_t：在t-1期形成的變數，它的期望值為零($E_{t-1}(e_t) = 0$)。

- 因為$E_{t-1}(C_t) = C_{t-1}$，我們得到：

$$C_t = C_{t-1} + e_t \qquad (16)$$

  - 這即是著名的Hall (1978)結論：恆常所得假說隱含了，消費是隨機漫步

不確定性之下的消費：隨機漫步假說 (random-walk hypothesis)

- 直覺：
  - 如果消費被民眾料到要發生變化，則個人在平滑消費上可以做得更好。
    - 例如，若民眾預料消費將上升，這意味著，當期消費的邊際效用大於未來消費的期望邊際效用，因此，提高當期消費能改善個人狀態。所以，個人調整期當期消費，直到消費不再被預期發生變化。

- 確定性等值(certainty equivalence)
  - 如同(14)式：$C_1 = \frac{1}{T}(A_0 + \sum_{t=1}^{T} E_{t=1}(Y_t))$所示，未來所得的不確定性，對消費沒有影響 (會影響消費的是未來所得的均數)。所以，個人行為(平均來說)表現出像確定性環境那樣。
    - 例如，考慮一般瞬時效用函數，此時的Euler方程條件是：$u'(C_1) = E_{t=1}\left(u'(C_2)\right)$ (20)
    - 若效用函數是二次式，則邊際效用為線性，因此，消費的預期邊際效用等於預期的消費邊際效用。$u'(C_1) = u'\left(E_{t=1}(C_2)\right)$ (21)
  - 二次效用函數是確定性等值行為的來源。

實證分析：隨機漫步假說的檢驗

- 消費隨著預料所得的變動而變動，稱為消費的過度敏感(excess sensitivity)。
- 所得的預料外變動引起的消費變動，小於恆常所得假說所預料的變動，稱為消費的過度平滑(excess smoothness)。
  - 消費可能同時具有二者。
- Hall的檢驗：
  - 隨機漫步假說意味著消費變動是不可預測。因此，在$t-1$時期，沒有可用的資訊能夠用來預測$t-1$期到t期的消費變動。
  - Hall用落後的所得變動對消費變動進行迴歸分析，結果無法拒絕上述假設(即零相關)。

實證分析：隨機漫步假說的檢驗

- Campkell and Mankiw (1989)的檢驗：
  - 為驗正Hall隨機漫步假說， Campkell and Mankiw (1989)用人均購買的耐用消費品和服務來衡量消費，用人均實質可支配所得來衡量所得。
  - 結果：落後的所得變動對未來所得變動無預測力。這表明，Hall用它來代表預期所得變動後得到的結果，不能否定傳統關於消費可預期的觀點。
  - Campkell and Mankiw 他們用落後的消費變動做為工具變量，落後3期的估計值為0.42，對隨機漫步假說並不具有統計顯著性。
- Shea的檢驗：
  - Shea用長期工資契約的工人的預期所得增長作為自變量，以消費變動作為應變量，估計出來的係數為0.89。這結果也否定了消費服從隨機漫步假說的推論。

利率與儲蓄

- 許多經濟學家認為，對利息所得進行租稅優惠，能夠提高儲蓄進而促進增長。但是，若個人消費對利率的反應較低，那麼，推出這類政策所收到效果就很微小。因此，瞭解利率對消費的影響就很重要。

1. 模型：

- 時間偏好率、利率均不為零；其餘大多一樣的狀況
- 終生效用函數：

$$U = \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{(1+\rho)^t} \frac{C_t^{1-\theta}}{1-\theta} \qquad (25)$$

  - $\rho > 0$：貼現率
  - 固定相對風險趨避：$u_t(C_t) = \frac{C_t^{1-\theta}}{1-\theta}$，其中，$\theta$是相對風險厭惡係數(各期消費替代彈性的倒數)

利率與儲蓄

- 終生預算限制式：

$$\sum_{t=1}^{T}\frac{C_t}{(1+r_t)^t}\le A_0+\sum_{t=1}^{T}\frac{Y_t}{(1+r_t)^t} \qquad (24)$$

  - r_t：實質利率。目前，將它假設是常數

2. 最適消費決策

- 最大化問題的Lagrangian：

$$\mathcal{L}=\sum_{t=1}^{T}\frac{1}{(1+\rho)^t}\frac{C_t^{1-\theta}}{1-\theta}+\lambda\left(A_0+\sum_{t=1}^{T}\frac{Y_t}{(1+r)^t}-\sum_{t=1}^{T}\frac{C_t}{(1+r)^t}\right)$$

利率與儲蓄

- 一階條件：
  - $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} = 0 \quad \Rightarrow \frac{1}{(1+\rho)^t} C_t^{-\theta} = \lambda \frac{1}{1+r}$
  - $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_{t+1}} = 0 \quad \Rightarrow \frac{1}{(1+\rho)^{t+1}} C_{t+1}^{-\theta} = \lambda \frac{1}{(1+r)^{t+1}}$

$$\Rightarrow \frac{C_{t+1}}{C_t} = \left(\frac{1+r}{1+\rho}\right)^{1/\theta} \qquad (27)$$

    - 當$r \neq \rho$，消費就未必是隨機漫步
    - 當$r > \rho$，消費趨於增加
    - 當$r < \rho$，消費趨於減少
    - 若實質利率變動，則消費增長中的可預測部分就會改變
    - Mankiw (1981), Hansen and Singleton (1983), Hall (1988), Campbell and Mankiw (1989) 等學者研究發現，在大多數情況下，消費增長對利率變動的反應很小。這意味了，消費的跨奇替代彈性較小 (亦即θ較大)
- $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum_{t=1}^{T} \frac{C_t}{(1+r)^t} \leq A_0 + \sum_{t=1}^{T} \frac{Y_t}{(1+r)^t}$

利率與儲蓄

- 兩期模型下的利率與儲蓄-消費行為
  - 利率變動對消費將產生替代效果與所得效果
  - 討論：略

  - 涵義：
    - 除非消費的跨期替代彈性較大，否則，利率上升不大可能使儲蓄明顯增加。
    - 兩個情形下，上面結論的重要性就不是那麼大。
      1. 有些不是涉及直接改變利率的因素，例如改變利息所得稅率、維持稅收不變，此時只有替代效果
      2. 若個人生命很長久，那麼，儲蓄的微小變化，但隨長時間累積，可能聚集了巨大的財富變化。
         - 當$r=\rho$，財富保持不變；$r>\rho$，財富累積無限；$r<\rho$，財富無限減少

消費與風險資產(risky assets)

- 擴展我們的分析到多種資產和風險，家計行為與資產市場的關聯性就出現了新議題。

1. 模型：

- 期望的終生效用：

$$E_1(U) = E_1\left(\sum_{t=1}^{\infty} \frac{u(C_t)}{(1+\rho)^t}\right), \qquad u'(\cdot) > 0, u''(\cdot) < 0$$

- 當期預算限制式：

$$C_t + A_t^i \leq \left(1 + r_t^i\right) A_{t-1}^i + Y_t$$

  - A_t^i：第i種資產
  - r_t^i：每單位，第i種資產的實質利息

消費與風險資產(risky assets)

2. 消費行為決策

- 最大化問題的Lagrangian：

$$\mathcal{L} = E_1\left\{\sum_{t=1}^{\infty}\left[\frac{u(C_t)}{(1+\rho)^t} + \lambda_t\left(\left(1+r_t^i\right)A_{t-1}^i + Y_t - C_t - A_t^i\right)\right]\right\}$$

- $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} = 0 \quad \Rightarrow \quad E_t\left\{\frac{1}{(1+\rho)^t}u'(C_t) - \lambda_t\right\} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{(1+\rho)^t}u'(C_t) = \lambda_t$
  - forward one period: $\frac{1}{(1+\rho)^{t+1}}u'(C_{t+1}) = \lambda_{t+1}$
- $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_t^i} = 0 \quad \Rightarrow \quad E_t\{-\lambda_t + \lambda_{t+1}\left(1+r_{t+1}^i\right)\} = 0 \quad \Rightarrow \lambda_t = E_t\{\lambda_{t+1}\left(1+r_{t+1}^i\right)\}$

$$\Rightarrow u'(C_t) = \frac{1}{1+\rho}E_t\{\left(1+r_{t+1}^i\right)\cdot u'(C_{t+1})\},\ \forall i \qquad (28) \quad \text{Euler Eq.}$$

- $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_t} = 0$

消費與風險資產(risky assets)

- 改寫Euler Equation：$u'(C_t)=\frac{1}{1+\rho}E_t\{(1+r_{t+1}^i)\cdot u'(C_{t+1})\},\ \forall i$ 變成了：
  - $u'^{(C_t)}=\frac{1}{1+\rho}\left\{E_t(1+r_{t+1}^i)\cdot E_t\left(u'(C_{t+1})\right)-Cov\left(1+r_{t+1}^i,u'(C_{t+1})\right)\right\}$ (29)
  - 若瞬時效用函數式二次式，那麼期消費的邊際效用是：$1-aC_t$，從而Euler Equation 變成：

$$\boldsymbol{u'(C_t)=\frac{1}{1+\rho}\left\{E_t(1+r_{t+1}^i)\cdot E_t\left(u'(C_{t+1})\right)-aCov(1+r_{t+1}^i,C_{t+1})\right\}} \quad (30)$$

1) (30)式表明了，個人在決定是否持有某項資產時，他並不關心該資產的風險程度。因為該資產報酬的變異數並沒有出現在(30)式中。

  - 直覺：
    - 微小的增加風險性(與個人面對的總風險無關)資產，並不會提高個人消費的波動。因此，在評價邊際決策時，個人只考慮資產的期望報酬。

消費與風險資產(risky assets)

2) (30)式也隱含了，在決定是否持有更多某資產時，對決策有重要影響的風險因素是：資產報酬和消費的的關係。

- 例如，假定個人有機會去購買一項新資產，其期望報酬等於一項(他有能力購買的)無風險性資產的報酬率。當消費的邊際效用是較高(即消費較低)，則該新資產的報酬一般較高，那麼，購買一單位該資產所增加的期望效用就大於購買一單位無風險資產所增加的期望效用。
- 這討論隱含了，個人不應該特別偏好持有本國經營公司的股票。因為持有那些報酬率與其消費的風險正相關的資產，會降低他的期望效用。
- 然而，根據一些合理參數，美國人應該要出脫美國公司股票，但事實上，個人的資產組合卻非常偏愛本地公司股票(French and Poterba, 1991)。這種模式稱為home bias。

消費與風險資產(risky assets)

3. 消費的CAPM

- 對資產的需求會影響其報酬率。如果資產報酬與消費高度相關，該報酬必須達到一定程度才會有人購買。
- 求解(30)式的資產報酬率，得到：

$$E_t\left(1+r_{t+1}^i\right)=\frac{1}{E_t\left(u'(C_{t+1})\right)}\left[(1+\rho)u'(C_t)+aCov\left(1+r_{t+1}^i,C_{t+1}\right)\right] \qquad (31)$$

  - 資產報酬與消費共變異數愈大、則期望報酬就愈高。
- 為得出預期報酬貼水(expected-return premium)，先考慮無風險資產。由於資產報酬確定，因此他與消費的共變異數是零。上式變成了：

$$1+\bar{r}_{t+1}=\frac{(1+\rho)u'(C_t)}{E_t\left(u'(C_{t+1})\right)} \qquad (32)$$

消費與風險資產(risky assets)

- (31)減(32)式，得到：

$$E_t\left(r_{t+1}^i\right) - \bar{r}_{t+1} = \frac{aCov\left(1 + r_{t+1}^i, C_{t+1}\right)}{E_t\left(u'(C_{t+1})\right)} \qquad (33)$$

  - 資產的報酬升水與消費的共變異數成正比例
  - 資產的報酬與消費的共變異數稱為消費β，因為消費β的核心預期了資產提供的升水與消費β成正比。

- 這種確定資產期望報酬率的模型稱為消費資本-資產定價模型(consumption capital-asset pricing model)。

- The End