

# Solow成長模型

總體經濟理論(一)

# 大綱

1. 前言
2. Solow模型
  - 架構、分析
  - 收斂性涵義
3. Solow模型與成長理論的核心問題
4. Beyond Solow模型
5. 經濟成長的政策涵義

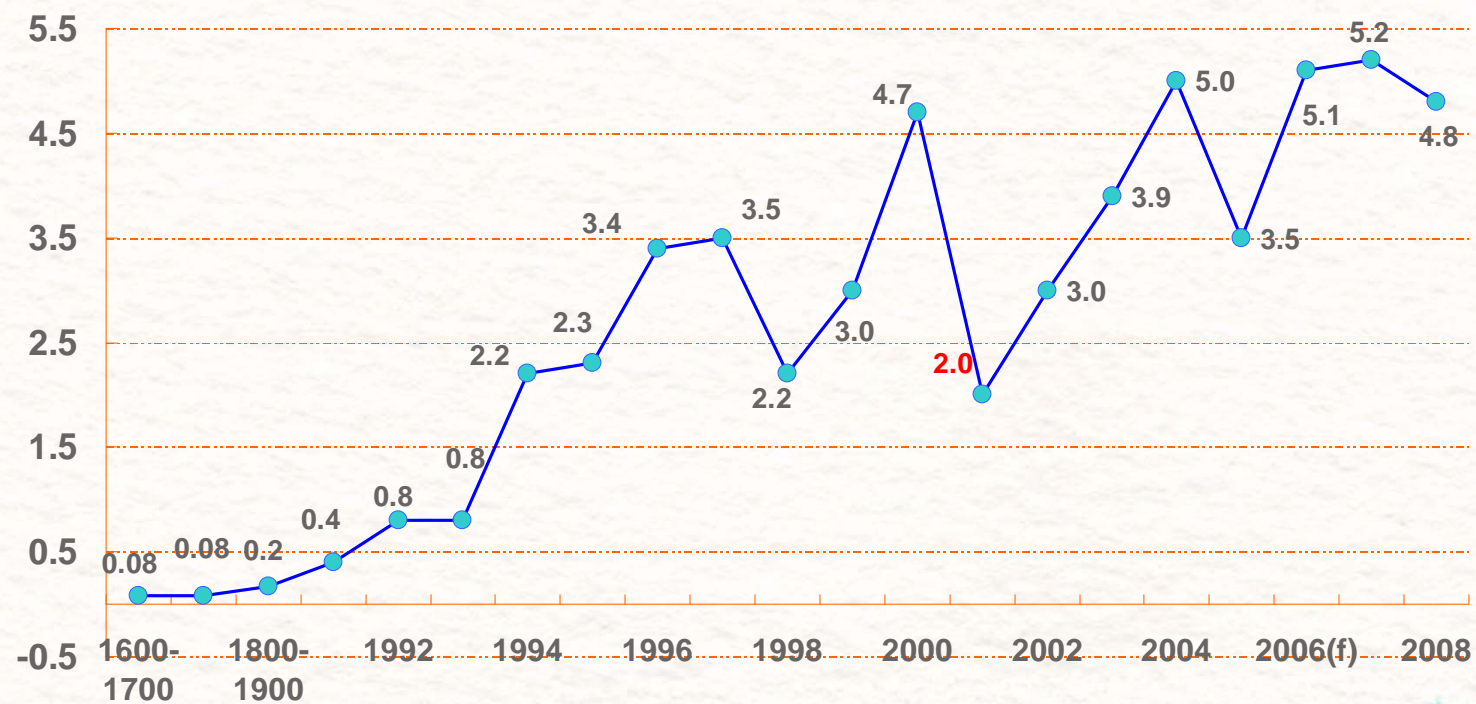


# 前言

- 2004年諾貝爾經濟學獎得主Prescott認為：
  - 過去幾世紀來，工業國家生活水準已有長足提升
    - 雖然比較困難，但美國與西歐今日平均實質所得比起前一世紀前高出10~30倍，比起前二世紀高出50~300倍。
  - 世界的經濟增長並非固定的
    - 工業化國家平均增長率，在19世紀高於18世紀，且20世紀比起19世紀要高。
  - 生產力增長是變動的(相對於一般常見的日益增長)
    - 自20世紀70年代早期以來，美國等工業化國家的人均產出年增率比其之前期水準大約低1%。90年代晚期的生產力增長則恢復了，但目前仍不確定它是否是屬暫時性質。

# 全球經濟成長趨勢(1600~2007)

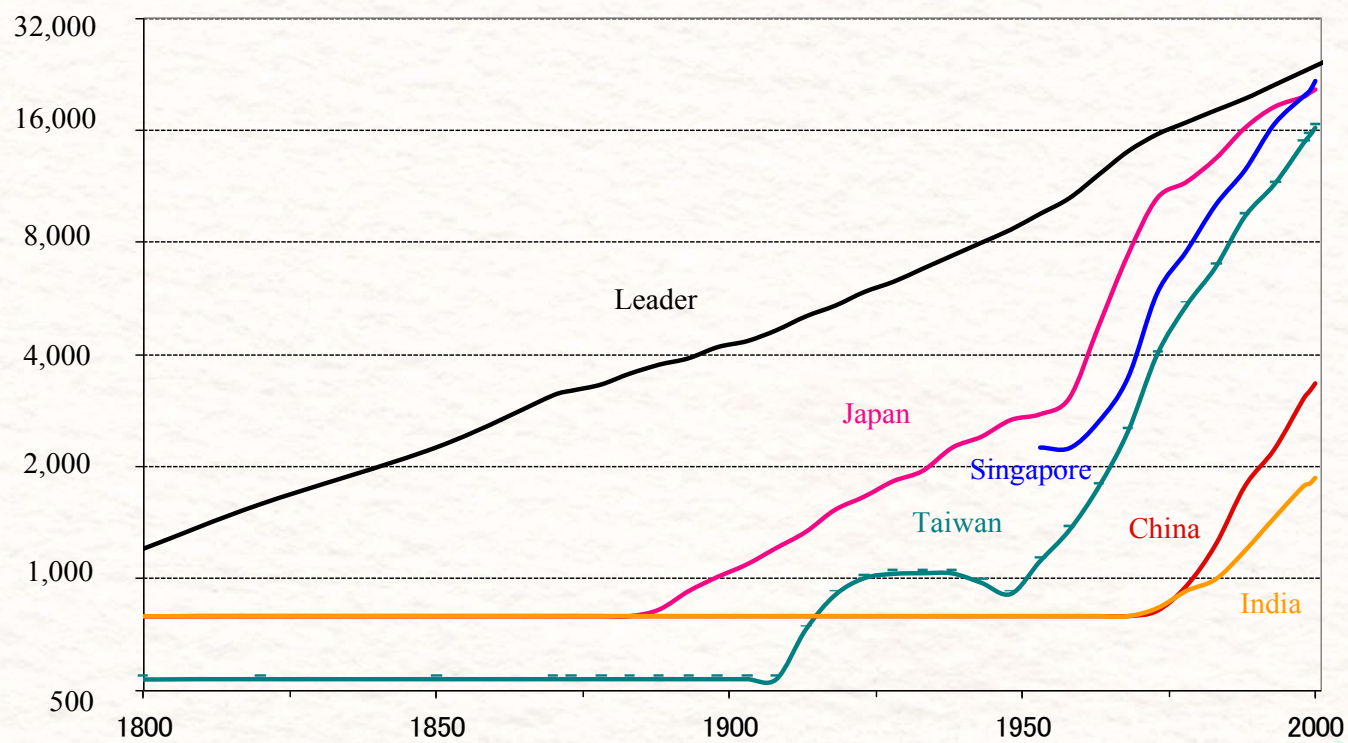
Source: Lucas(1998) and Maddison(1995)





# 不同國家在不同時點的啟動

人均GDP趨勢 (1990 US \$)



Source: Maddison

# 前言

- 2004年諾貝爾經濟學獎得主Prescott認為(續)：
  - 英國最早進入現代化成長，美國和西歐則稍晚。
  - 許多國家則更晚進入現代化成長 (1950之後)。
  - 結果，所得不等加深了他們目前的很大差異。
  - 一些後起動的國家已經開始追趕(catch up)；而有些國家則不。

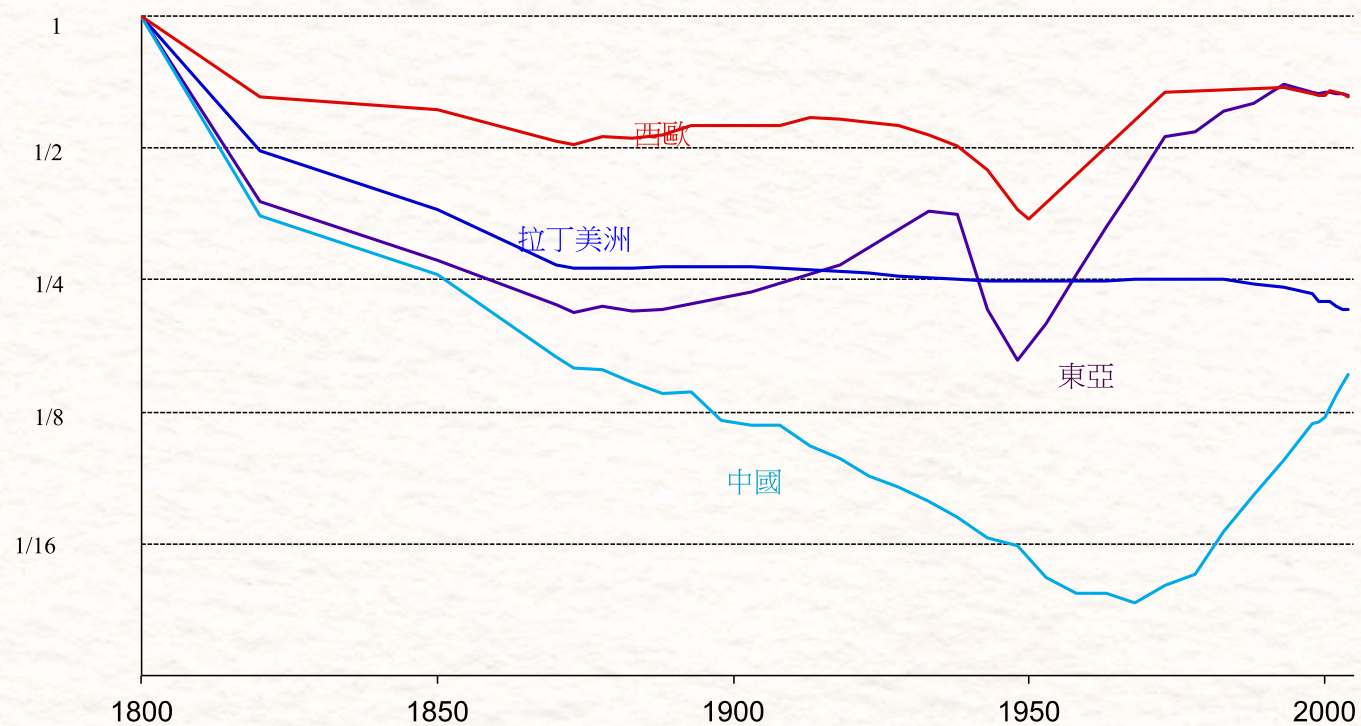


# 前言

- 2004年諾貝爾經濟學獎得主Prescott認為(續)：
  - 世界各國的生活水準(平均實質所得)存在很大的差異
    - 美德日等國的平均實質所得為孟加拉、肯尼亞的10~20之高。
  - 在世界經濟增長過程中，個別國家的增長率常不同於世界平均增長率，亦即國家間的相對所得有很大變化
    - 其中最受注意的是：成長奇蹟、成長困難
      - 成長奇蹟：一國長期增長遠高於世界平均增長，這讓該國快速地趕上(catch up)世界所得。如東亞的日本、新興工業化國家(或地區)的韓台星港 (60~90年代以高於5%的年增率成長，平均所得提高約3倍)。
      - 成長困難：一國的增長極大幅下降，從而遠低於世界平均增長。例如，阿根廷、次撒哈拉非洲許多國家。

# 區域經濟的成長圖像

所得 (領先者的比例), 1800-2004





## 領先者的經濟成長

1700-1785	荷蘭 -0.07%
1785-1820	英國 0.5%
1820-1890	英國 1.4%
1890-1970	美國 2.3%
1970-	???

# 前言

- 研究目的：
  - 一國追求長久性的高經濟成長率，隱含追求國家的強盛
    - 當然 “強盛國家” 是有爭議的
  - 為追求經濟成長，政府治理就必須弄清楚一些重要關鍵：
    - 經濟成長靠哪些因素達成？
    - 高成長的經濟體系有何妙法？又如何維持？
    - 已知的成功策略會導致甚麼後果？
    - 為何有人成功？有人失敗？
      - 曾經貧窮, 曾經富有：阿根廷、菲律賓
  - 這些問題可以啟發我們，有助於經濟、歷史和政治學者了解箇中的經濟假設，並以這些基本的經濟成功因素作為參考的藍圖。



# 經濟成長的典型事實

(GDP in 1997 using 1985 dollars)

Rich Countries	GDP per Capita	GDP per Worker	Growth Rate: 1960-97	Labor Participation
U.S.	20,049	40,834	1.4	0.49
Japan	16,003	25,264	4.4	0.63
France	14,650	31,986	2.3	0.46
UK	14,472	29,295	1.9	0.49
Spain	10,685	29,396	3.5	0.36
<b>Poor Countries</b>				
China	2,387	3,946	3.5	0.60
India	1,624	4,156	2.3	0.39
Zimbabwe	1,242	2,561	0.4	0.49
Uganda	697	1,437	0.5	0.49
<b>"Growth Miracles"</b>				
Hong Kong	18,811	28,918	5.2	0.65
Singapore	17,559	36,541	5.4	0.48
Taiwan	11,729	26,779	5.6	0.44
South Korea	10,131	24,325	5.9	0.42
<b>"Growth Disasters"</b>				
Venezuela	6,760	19,455	-0.1	0.35
Madagascar	577	1,334	-1.5	0.43
Mali	535	1,115	-0.8	0.48
Chad	392	1,128	-1.4	0.35

## 經濟成長的典型事實

Richest Countries (GDP/Worker)	% of the U.S.	Saving Rate	Yrs of Schooling	Pop. Rate
1. U.S.	1.000	0.204	11.89	0.0096
2. Singapore	0.895	0.348	6.72	0.0181
3. Norway	0.891	0.252	11.71	0.0043
4. Ireland	0.886	0.232	9.08	0.0043
5. Canada	0.864	0.246	11.39	0.0122
6. Netherlands	0.862	0.207	9.12	0.0058
7. Australia	0.849	0.254	10.67	0.0137
8. Belgium	0.840	0.213	9.10	0.0020
9. Italy	0.807	0.232	6.85	0.0011
10. France	0.783	0.245	7.42	0.0049
<b>Poorest Countries</b>				
98. Rwanda	0.029	0.052	2.36	0.0250
99. Tanzania	0.028	-	2.68	0.0307
100. Chad	0.028	0.018	-	0.0276
101. Angola	0.027	-	-	0.0298
102. Mali	0.027	0.074	0.76	0.0262
103. Central African Republic	0.027	0.044	2.45	0.0230
104. Burkina Faso	0.027	0.144	-	0.0240
105. Comoros	0.024	0.144	-	0.0256
106. Niger	0.021	-	-	0.0331
107. Ethiopia	0.021	-	-	0.0261
108. Burundi	0.019	0.068	2.89	0.0322
109. Zaire	0.013	-	2.89	0.0322



## 經濟成長的典型事實

- **Fact 1:** There exists an **enormous variation** in per capita income across economies. The poorest country has a per capita income of less than 3% of the USA.
- **Fact 2:** Rates of economic growth **vary substantially** across countries.
- **Fact 3:** Growth rates are **not necessarily constant** over time.
- **Fact 4:** Countries can **move from being "poor" to being "rich,"** and **vice-versa.**
  - Argentina was one of the richest countries (late 19th Century) - By 1990, Argentina's GDP per capita was 1/3 that of the USA.
- **Fact 5:** Growth in output **and trade are closely related.**
- **Fact 6:** Years it takes to double:  **$70/g = ?$  years to double** in size.

## Solow (1956)模型

- 諾貝爾經濟學獎得主R. Solow是一位研究經濟成長的先驅者；他使用非常簡單的分析性工具(analytical tools)，對底下的問題回答並提出了基本原則。
  - 1) Why are some countries rich and others poor?
  - 2) Why do some countries grow faster than others do?
  - 3) How can economies exhibit sustain economic growth?
  - 4) How do growth miracles occur?



# Solow (1956)模型

- 經濟成長的一些重要因素

- 1) Capital
- 2) Labor
- 3) Human Capital (Nutrition, Literacy)
- 4) Life Expectancy/infant mortality rate
- 5) Technology
- 6) Infrastructure
- 7) Geography
- 8) Trade
- 9) Corruption
- 10) Institutions/Property Rights/Customs

# Solow (1956)模型

- 模型：

- (一次齊次)新古典生產函數

$$Y = F(K, AL), \quad F_K > 0, F_L > 0, F_{KK} < 0, F_{LL} < 0$$

- $Y$ 為產出、 $K$ 為資本、 $L$ 為勞動
    - $A$ 為知識(knowledge)或勞動效率(effectiveness of labor)
    - $AL$ 稱為有效勞動(effective labor)
    - 技術進步是labor-augmenting或Harrod-neutral形式

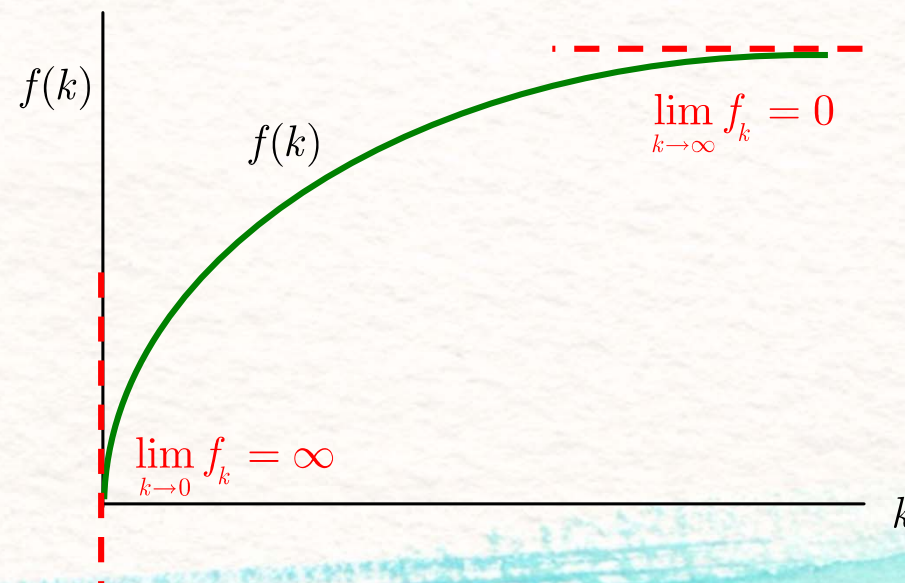
$$Y = F(K, AL) \xrightarrow{\square CRTS} \frac{Y}{AL} = F\left(\frac{K}{AL}, 1\right) \rightarrow y = F(k, 1) = f(k)$$



# Solow (1956)模型

- $y = F(k, 1) = f(k)$ 
  - $y$ : output per effective worker ·  $y = Y/(AL)$
  - $k$ : capital per effective worker ·  $k = K/(AL)$
  - 滿足Inada condition:

$$\lim_{k \rightarrow 0} f_k = \infty, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} f_k = 0$$



# Solow (1956)模型

- 外生的人口成長、技術變動：

$$\dot{L} = nL, \quad \dot{A} = gA$$

- 勞動、資本、和知識存量的期初值是給定的

$$L_0, K_0, A_0 \text{ are given}$$

- 資本累積過程：

$$\dot{K} = I - \delta K$$

- 間斷模式是：

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta)K_t$$

- 政府角色、貨幣角色：在此忽略

- 由其他學者於後續文獻中分析(補強)

- 固定比例的儲蓄：

$$S = sY, \quad s = \text{constant}$$



# Solow (1956)模型

- 市場均衡：

- 商品市場均衡式： $Y = C + I = C + S \Rightarrow I = S$

- 也是資金市場均衡

- 將之轉換成有效單位勞動(有效每人)變數

$$I = S \Rightarrow \dot{K} + \delta K = sY \Rightarrow \frac{\dot{K}}{AL} + \delta \frac{K}{AL} = s \frac{Y}{AL} \Rightarrow k \frac{\dot{K}}{K} + \delta k = sf(k)$$

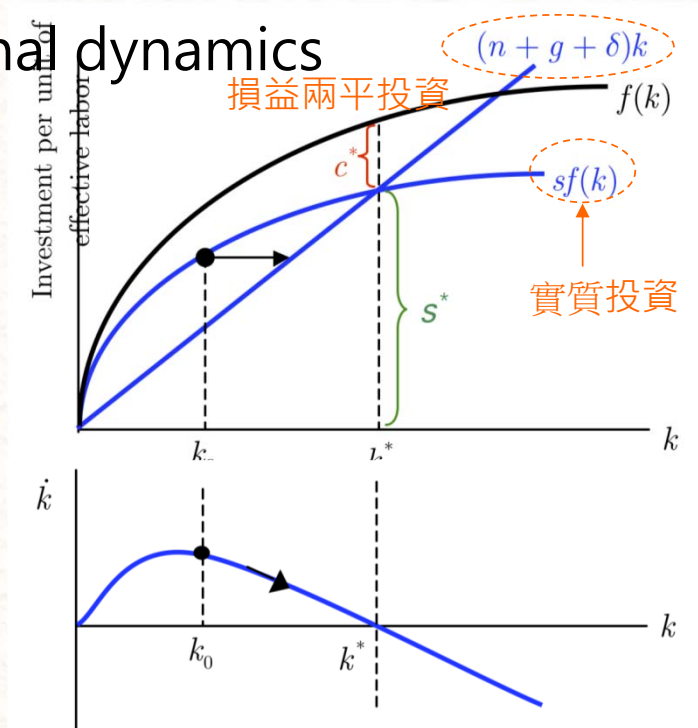
$$\because k = \frac{K}{AL} \Rightarrow \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{L}}{L} = \frac{\dot{K}}{K} - g - n \Rightarrow \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{k}}{k} + g + n$$

- fundamental accumulation equation可得到：

$$\dot{k} = sf(k) - (g + n + \delta)k \quad \dots(\text{主導模型動態})$$

# Solow (1956)模型

## transitional dynamics

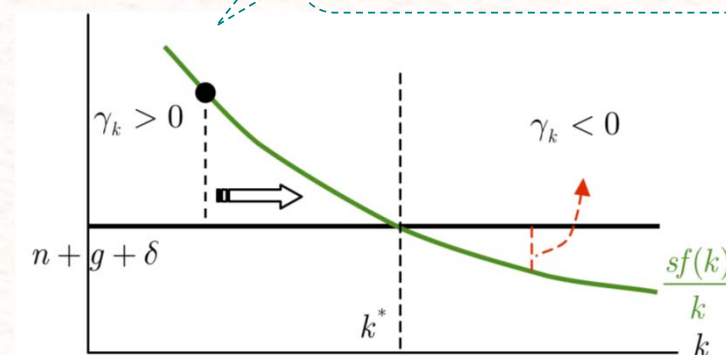


$$\dot{k} = sf(k) - (g+n+\delta)k \begin{matrix} > 0 \\ < 0 \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow sf(k) \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} (n+g+\delta)k$$

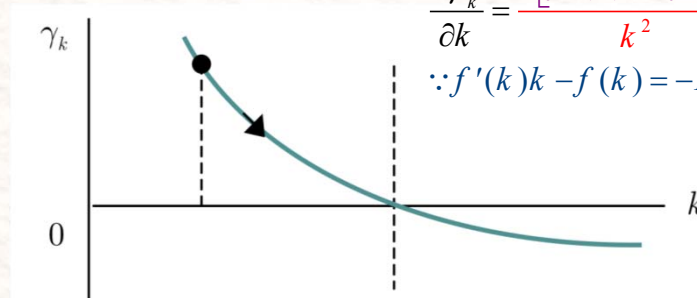
令為變數 $x$ 的成長率  $\gamma_x = \frac{\dot{x}}{x}$

$$\therefore \gamma_k = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{sf(k)}{k} - (n+g+\delta)$$



$$\frac{\partial \gamma_k}{\partial k} = \frac{s[f'(k)k - f(k)]}{k^2} < 0$$

$$\because f'(k)k - f(k) = -MP_L$$

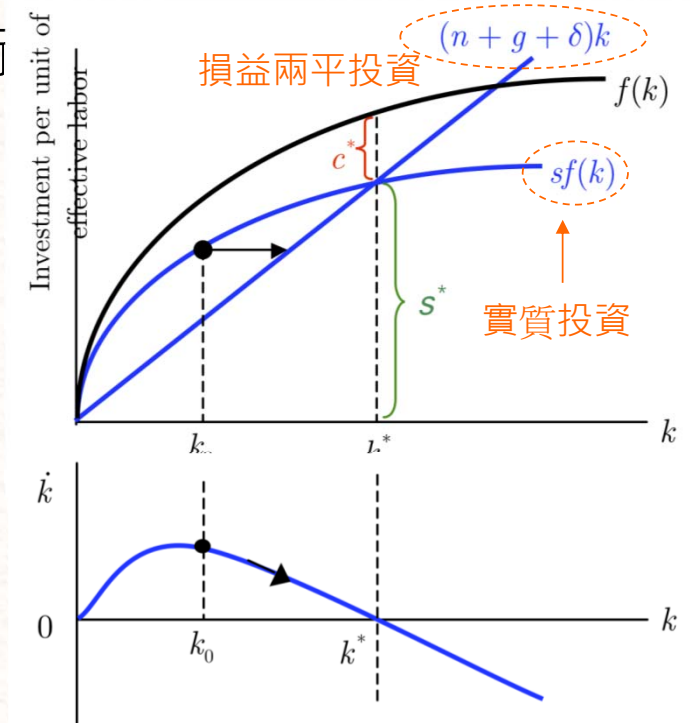


$$\gamma_k = \frac{sf(k)}{k} - (n+g+\delta) \begin{matrix} > 0 \\ < 0 \end{matrix} \Leftrightarrow \frac{sf(k)}{k} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} (n+g+\delta)$$



# Solow (1956)模型

## ● 靜止均衡



$$\dot{k} = sf(k) - (n + g + \delta)k \begin{matrix} > 0 \\ < 0 \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow sf(k) \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} (n + g + \delta)k$$

- 靜止均衡條件： $\dot{k} = 0$

$$\Rightarrow sf(k^*) = (n + g + \delta)k^* \Rightarrow k^*$$

$$\Rightarrow y^* = f(k^*) \text{ and } c^* = (1 - s)f(k^*)$$

- 靜止均衡(\*)達成時，有效單位資本的成長率為零：

$$\gamma_k^* = \left( \frac{\dot{k}}{k} \right)^* = \frac{sf(k^*)}{k^*} - (n + g + \delta) = 0$$

- Solow (1956)模型隱含，經濟體系在靜止均衡達成時，有效單位資本存量將為固定常數，不會再成長了。由此可以推論出，靜止均衡下的有效單位產出也不會再成長了。(p.s. 有效單位消費也是不再成長)

- 1) 說明：每人產出  $y = f(k) \Rightarrow \dot{y} = f'(k) \cdot \dot{k}$

$$\gamma_y = \frac{\dot{y}}{y} = \frac{f'(k) \cdot \dot{k}}{f(k)} = \frac{f'(k) \cdot k}{f(k)} \cdot \frac{\dot{k}}{k} = \text{capital share} \cdot \gamma_k$$

- 2) 因此，靜止均衡之時， $\gamma_y^* = (\text{capital share}) \cdot \gamma_k^* = 0$

# Solow (1956)模型

- 結論：

- 靜止均衡之總產出成長率為外生的人口成長率( $n$ )和技術變動率( $g$ )所決定

- 說明：靜止均衡時，Solow (1956)模型必需滿足

$$\gamma_y^* = 0 \quad \because \dot{k} = 0$$

$$\text{and, } \square \gamma_y = \gamma_Y - \gamma_L - \gamma_A = \gamma_Y - n - g \quad \xRightarrow{\text{steady-state}} \gamma_y^* = \gamma_Y^* - n - g = 0$$

$$\Rightarrow \gamma_Y^* = n + g$$

- 靜止均衡之總產出成長率=外生的人口成長率+技術變動率
- Solow (1956)成長模型被稱為外生經濟成長理論



# Solow (1956)模型

- 結論：

$$\gamma_Y^* = n + g$$

- 政策含意：只要政府政策(例如，課稅、補貼、政府支出、貨幣政策等)無法影響人口成長率和技術變動率，則該政策便無法影響總產出的成長率。

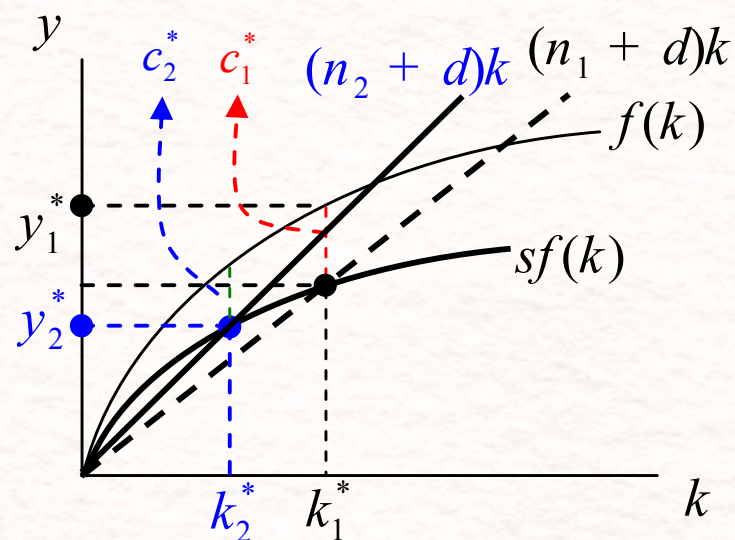
- 缺點：

1. 無法解釋每人實質所得成長的事實
2. 靜止均衡之總產出成長率為外生人口成長率所決定

# Solow (1956)模型

## ●比較動態分析

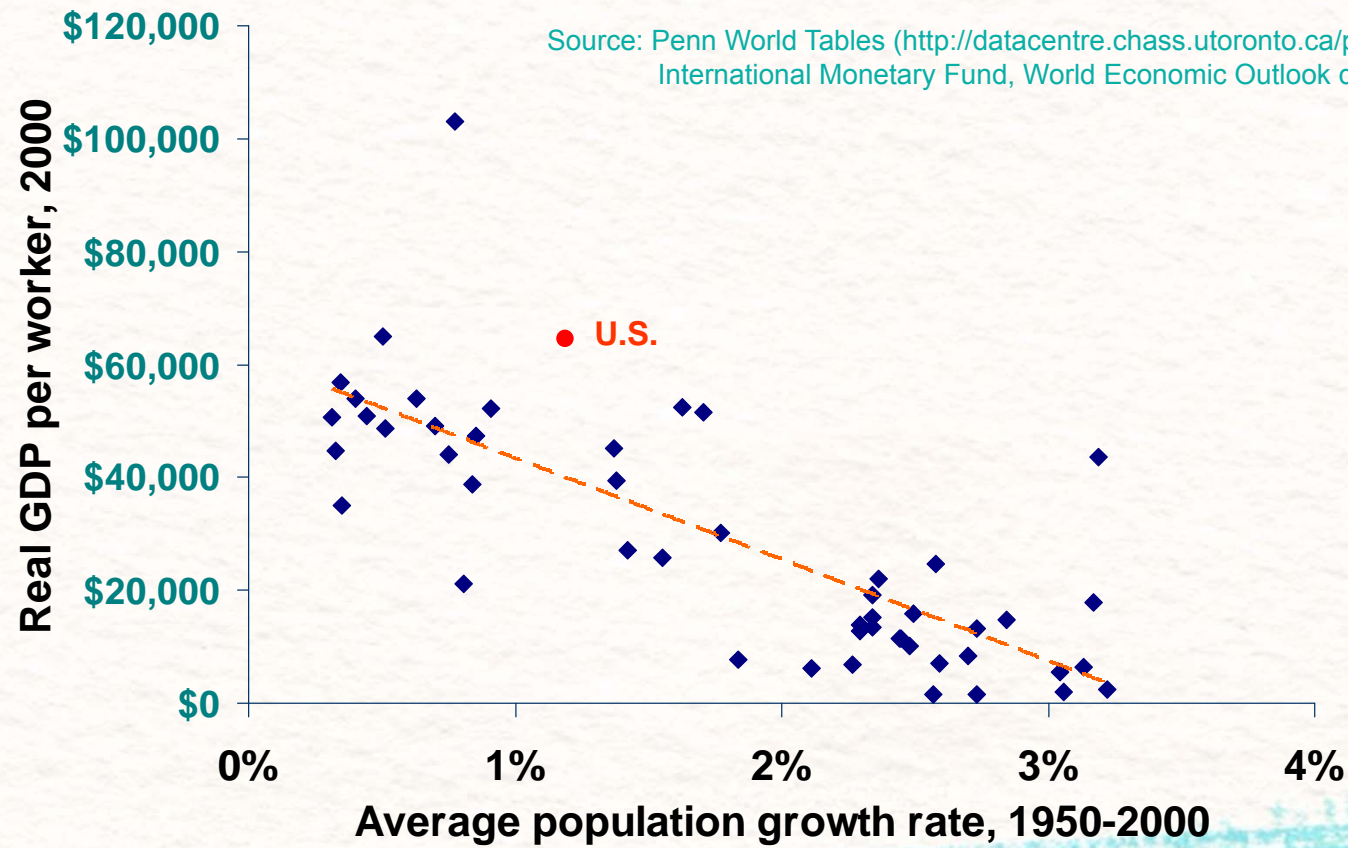
### 1. Change in $n$



$$sf(k^*) = (n + \delta)k^* \quad (\text{total differential}) \quad fds + sf'dk^* = (n + \delta)dk^* + k^*(dn + d\delta)$$



## 人口成長與每人所得：國際證據



# Solow (1956)模型

## ●比較動態分析

### 2. 儲蓄率變動(由 $s_1$ 上升 $\rightarrow s_2$ )：對資本存量水準、資本成長率的影響

● $s_1$ 上升 $\rightarrow s_2$ ：因為 $k > 0 \Rightarrow k_1^*$  逐漸增加到  $k_2^*$

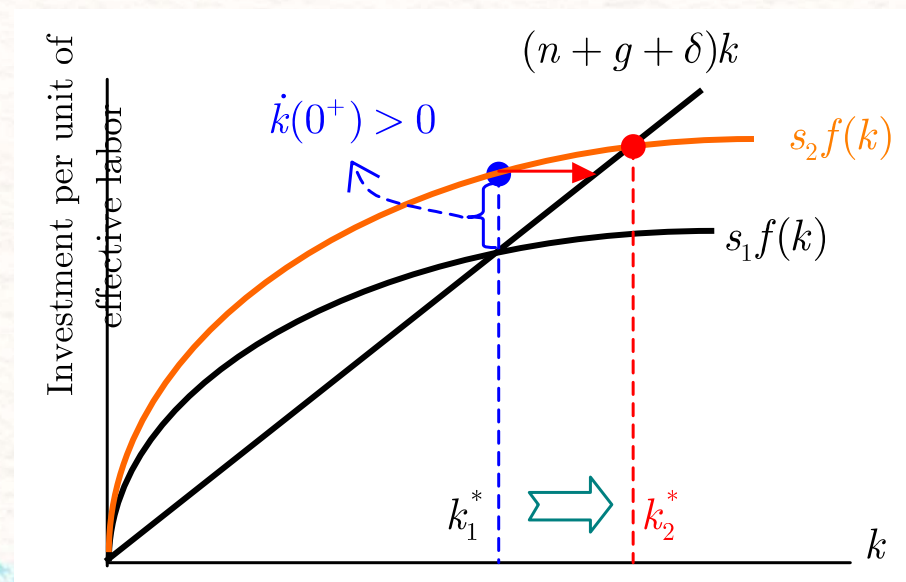
●對應的資本成長率瞬間增加：

$$\gamma_k(0^+) = \frac{s_2 f(k_1^*)}{k_1^*} - (n + g + \delta) > 0$$

●藍點

●之後： $\gamma_k$  逐漸減少終至0

$$\therefore \dot{\gamma}_k = \frac{s}{k} \left[ f'(k) - \frac{f(k)}{k} \right] \dot{k}$$

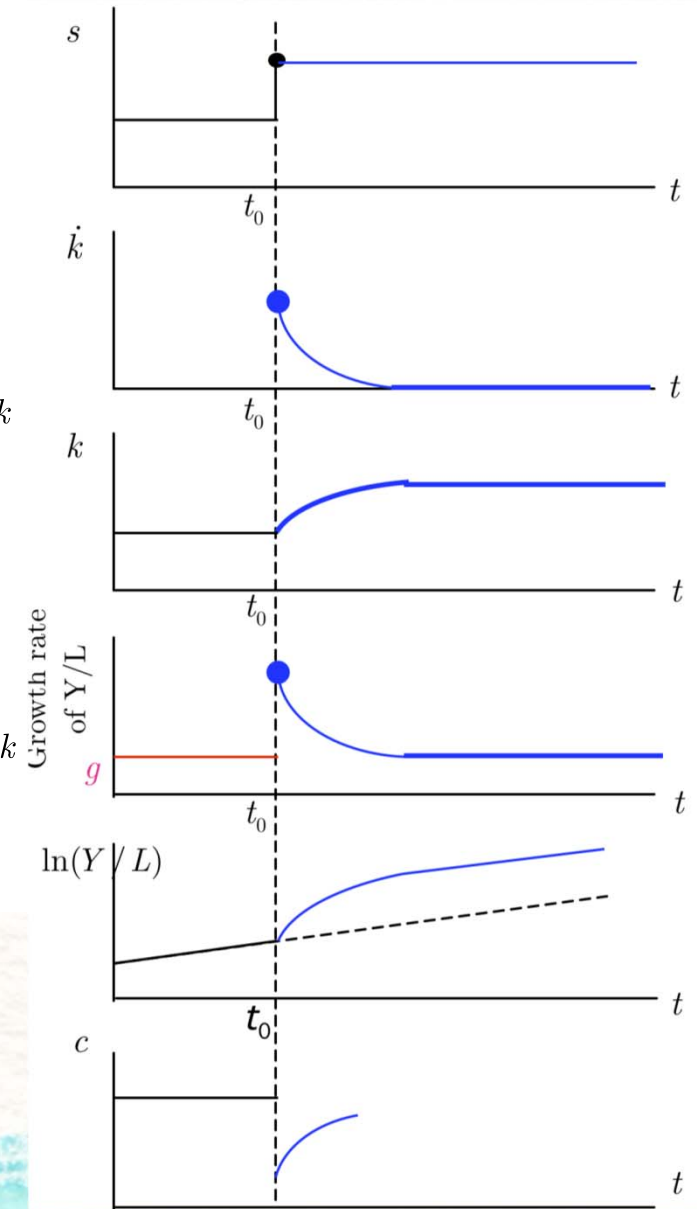
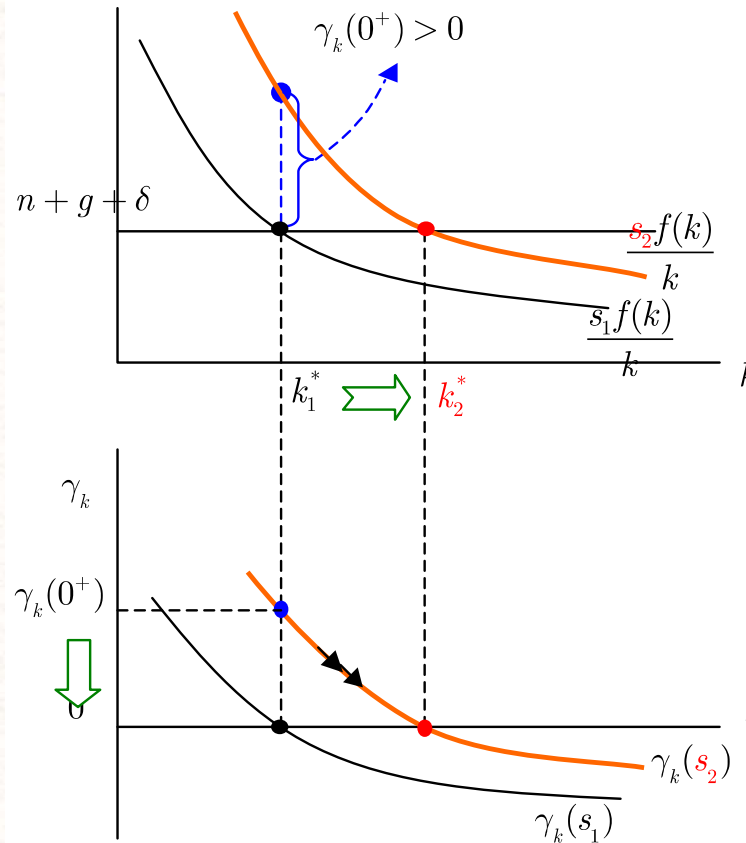




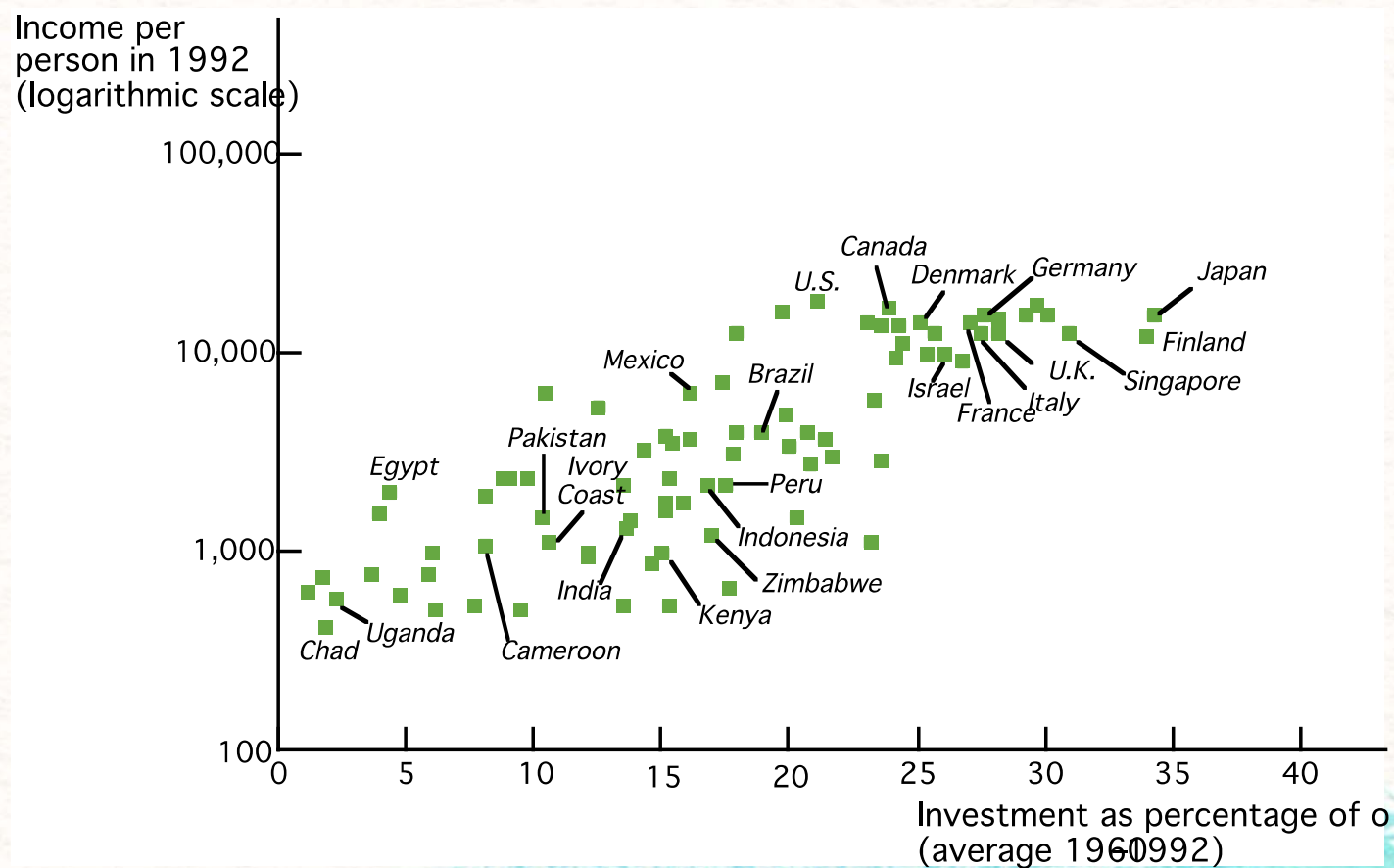
# Solow (1956)

## ● 政策含意：

1. 政策只造就短期每人產出成長率的上揚，靜止均衡之每人產出成長率仍舊為 $g$ ；
2. 較高的儲蓄率享有較高的靜止均衡有效單位資本存量 (和有效單位所得)。



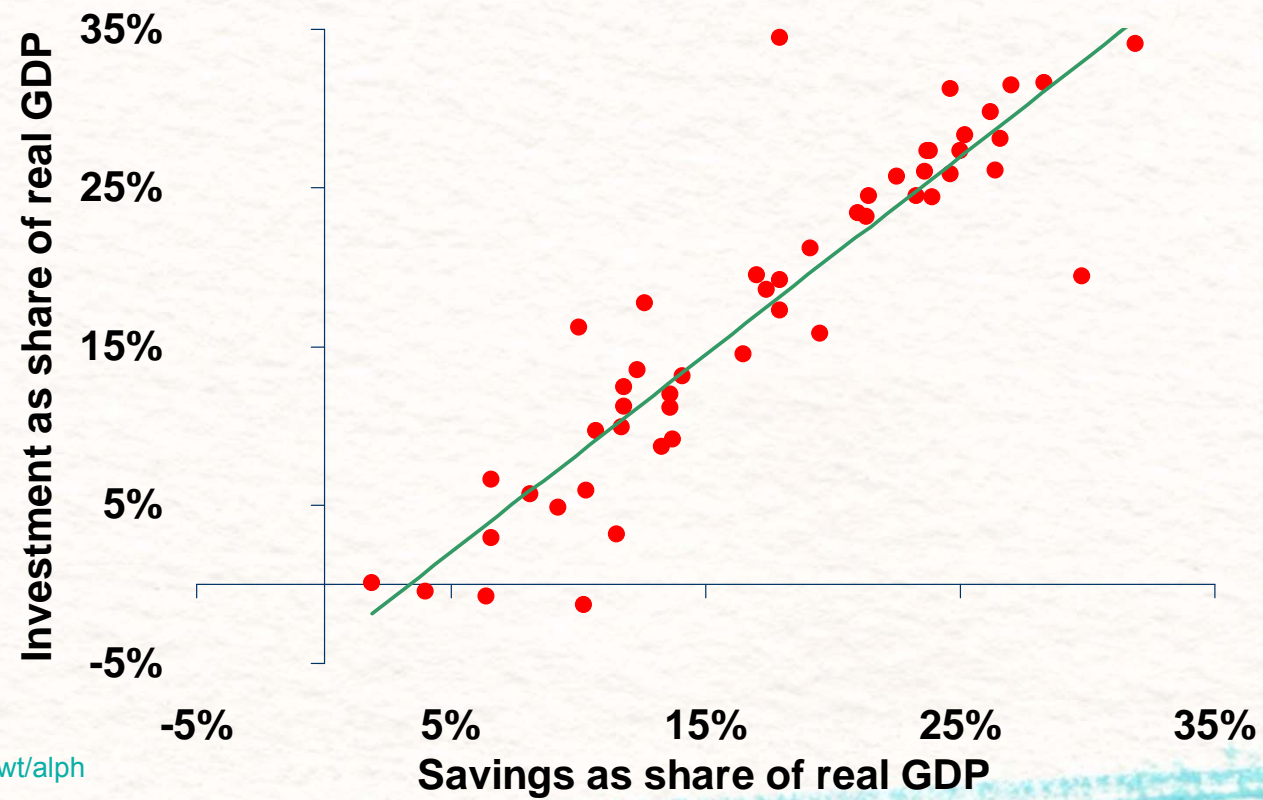
## 投資率( $I/GDP$ )與每人所得：國際證據





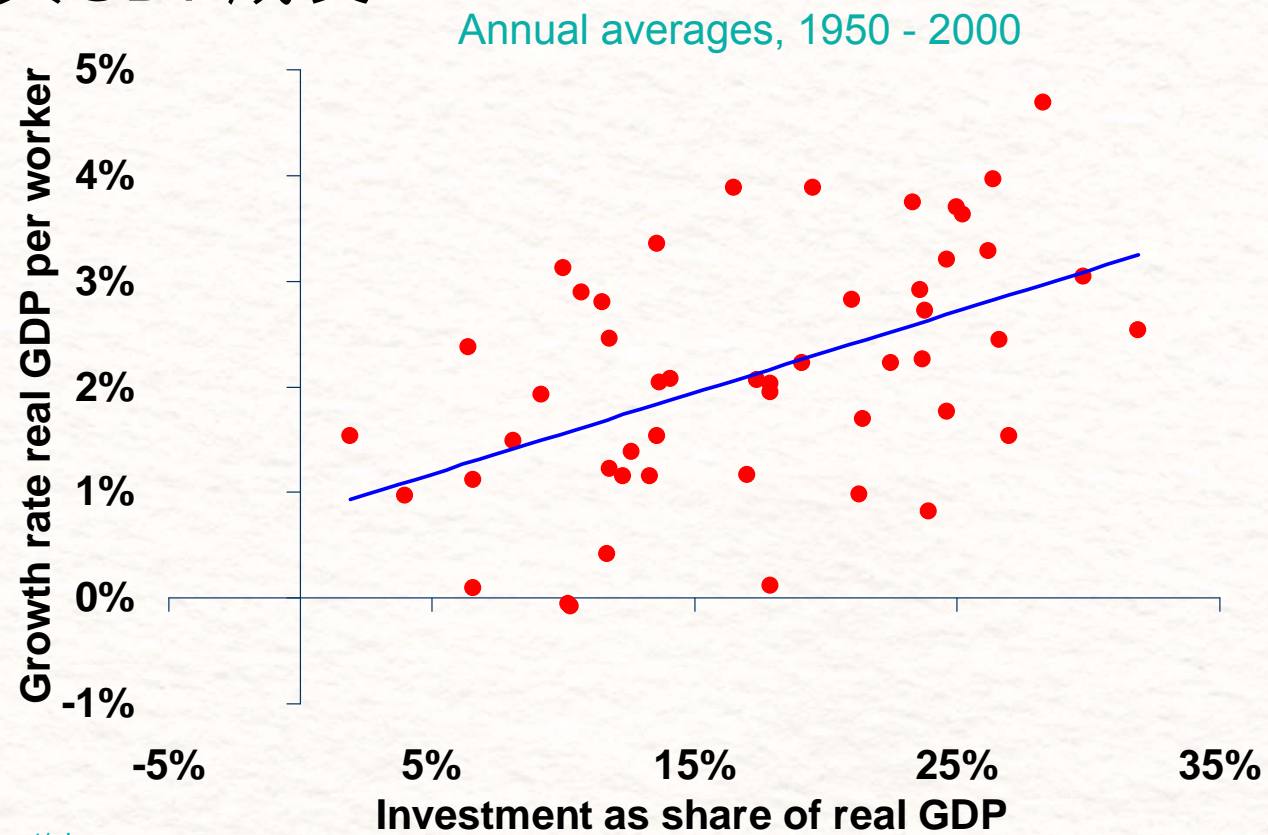
# 儲蓄與投資

Annual averages, 1950 - 2000



Source: Penn World Tables  
(<http://datacentre.chass.utoronto.ca/pwt/alphacountries.html>).

## 投資率與GDP成長



Source: Penn World Tables  
(<http://datacentre.chass.utoronto.ca/pwt/alp/hacountries.html>).



## Solow (1956)模型

- 黃金律法則 (the golden rule of capital accumulation)

- 靜止均衡的資本存量 $\tilde{k}$  是否已經讓社會福利達到最大了？

$$\begin{cases} \max_{k^*} c^* = (1-s)f(k^*) \\ \text{s.t. } sf(k^*) = (n+g+\delta)k^* \end{cases}$$

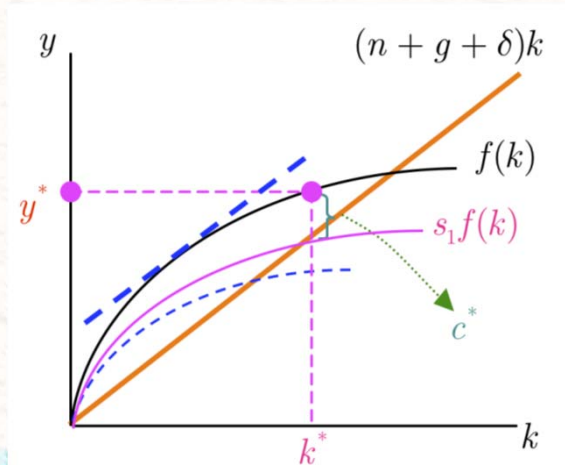
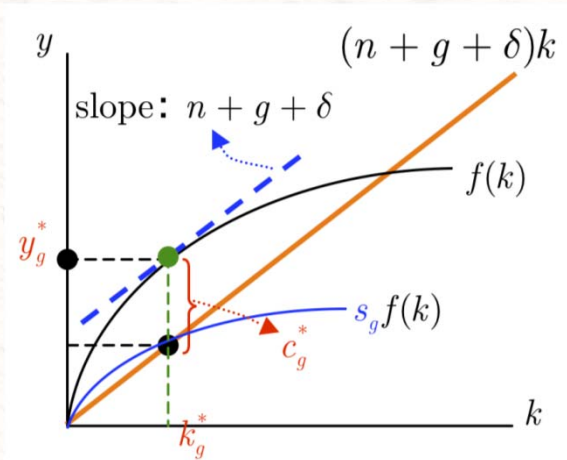
- Note:  $sf(k^*) = (n+g+\delta)k^*$  限制了經濟體是在靜止均衡狀態，來追求 $c$ 的極大
- 因為 $n$ 、 $g$ 、為固定數，所以， $sf(k^*) = (n+g+\delta)k^*$ 關係式隱含了 $s$ 與 $k^*$ 有1對1的關係( $k^* = k^*(s, n, \delta)$ )。因此，政府選擇 $s$ 就相當於選擇 $k^*$ 。

# Solow (1956)模型

● 問題： $\max_s c^* = f(k^*(s, n, \delta)) - (n + g + \delta)f(k^*(s, n, \delta))$

● FOC：
$$\frac{\partial c^*}{\partial s} = \underbrace{\left[ f'(k^*(s, n, \delta)) - (n + g + \delta) \right]}_{+} \underbrace{\frac{\partial k^*(s, n, \delta)}{\partial s}}_{+} = 0$$

● 個人消費極大化的條件為：選擇一個 $s$  (相當於選擇 $k^*$ )，使得資本邊際生產力等於勞動成長率、技術變動率與資本折舊率之和。



● 太高的 $s$ 所以有太高的 $k^*$ ；因此，若提升 $s$ ，消費會降低。

(dynamic inefficiency)



## Solow (1956)模型

- Phelps稱滿足關係式  $f(k^*) = n + g + \delta$  的  $k^*$  值為黃金律的資本水準，記作符號  $k_g^*$ 。此時，所對應儲蓄率為黃金儲蓄率 (記作  $s_g$ )，它會滿足  $k = 0$  式子，亦即由關係式  $sf(k^*) - (n + g + \delta)k_g^* = 0$  所對應的儲蓄率即是

$$s_g = \frac{(n + g + \delta)k_g^*}{f(k_g^*)}$$

# Solow (1956)模型

- Convergence

- 每人實質所得較低的國家是否能趕上(catch up)每人實質所得較高的國家？

- 這是令人關注的問題。

- 每人實質所得較低的國家趕上每人實質所得較高之國家的現象，稱之為收斂(convergence)。



# Solow (1956)模型

- 人們可能有這種收斂性的預期，主要理由有3個：
  1. Solow模型預料(predict)一國會收斂到平衡成長路徑。所以，從勞工平均產出( $Y/L$ )的差異度是來自於國家間所處之不同位置(相對於其平衡成長路徑)的層面來說，我們會預期貧窮國家會趕上富有國家。
  2. Solow模型隱含了，勞工平均資本( $K/L$ )較高的國家，其資本報酬率是較低的。因此，對資本有了一個誘因是，資本從富有國家流向貧窮國家。
  3. 如果知識的擴散有遞延，那麼，由於某些國家還沒有使用最好的可用技術，所得差異將會出現。這些差異將會隨著窮國獲得接近最先進的技術而趨於縮小。

# Solow (1956)模型

- Baumol(1986)使用Maddison(1982)的資料，檢驗了16個工業國家在1870年到1979年之間的收斂性。

$$\ln \left[ \left( \frac{Y}{N} \right)_{i,1979} \right] - \ln \left[ \left( \frac{Y}{N} \right)_{i,1870} \right] = a + b \ln \left[ \left( \frac{Y}{N} \right)_{i,1870} \right] + \varepsilon_i$$

- $\ln \left[ \left( \frac{Y}{N} \right)_i \right]$ ：國家的對數人均所得

- $-1 < b < 0$ ：具收斂性 (較高初始所得的國家，存在較低的成長率)

- $b = -1$ ：完全的收斂性

- $b = 0$ ：不存在收斂性

$$\ln \left[ \left( \frac{Y}{N} \right)_{i,1979} \right] - \ln \left[ \left( \frac{Y}{N} \right)_{i,1870} \right] = 8.457 - 0.995 \cdot \ln \left[ \left( \frac{Y}{N} \right)_{i,1870} \right] + \varepsilon_i$$

(0.094)

$$R^2 = 0.87, \text{ s.e.e.} = 0.15$$



FIGURE 1.7 Initial income and subsequent growth in Baumol's sample (from DeLong, 1988; used with permission)



# Solow (1956)模型

- 不過，De Long(1988)證明Baumo的發現有很大的虛假性。這主要有兩個問題：

1. 樣本選擇(sample selection)：因歷史數據是依回憶建立的，擁有漫長歷史數據的國家通常是今日的先進工業國家。因此，100年前不富有但在之後100年內快速成長的國家，才會典型地納入樣本中。相反地，在100年前就富有的國家，即使其隨後的成長只是溫和成長，她們仍會被包括進來。正因如此，自然看到這樣的樣本國家，窮國比富國成長的更快。

- 解決方案是：選擇樣本時，不再依解釋變數——1870-1979年間的成長率——來篩選。具體做法是，增加樣本數七個國家(阿根廷、智利、東德、愛爾蘭、紐西蘭、葡萄牙、西班牙)，去掉日本一個國家。

- 樣本增加削弱了收斂性。在此 $b = -0.566$ ，標準差 $=0.144$ 。

⇒ 降低樣本選擇偏誤，卻削弱大半的收斂性。

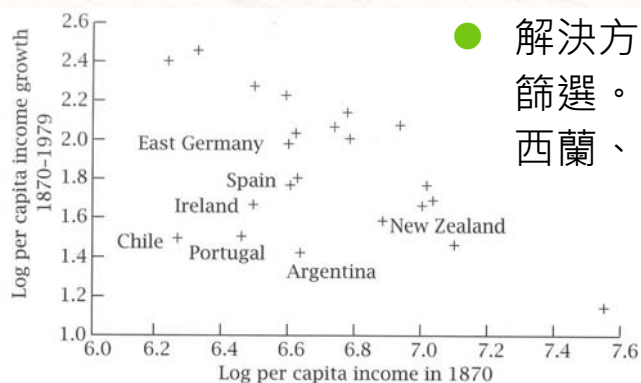


FIGURE 1.8 Initial income and subsequent growth in the expanded sample (from DeLong, 1988; used with permission)

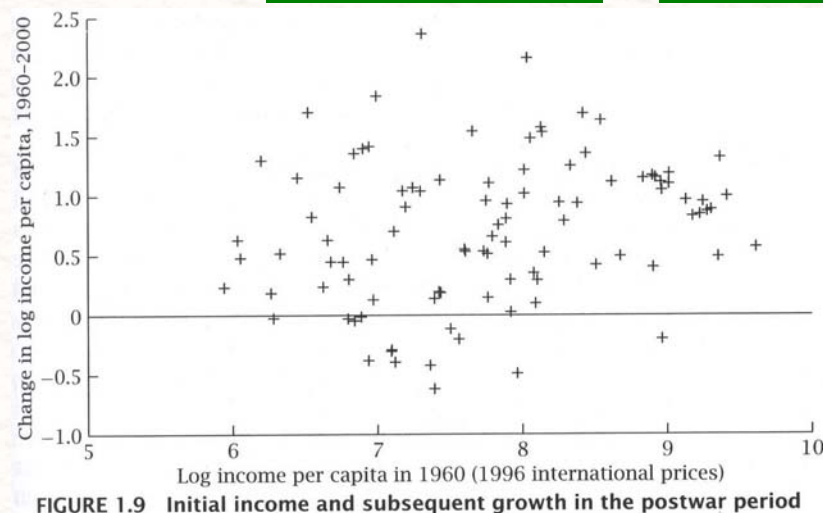
## Solow (1956)模型

2. 測量誤差(measurement error)：1870年的每人實質所得估計值是不精確的。衡量誤差再度造成發掘收斂性的偏誤。因為，若高(低)估1870年所得，則1870-1979年間的成長將對應一個數量的低(高)估。所以，樣本中若包括了初始所得高估的國家，即使其實際成長與實際所得沒有關聯，所衡量的成長傾向於較低。
  - $\Rightarrow$  雖然De Long提供了一個模型：方程式(1.38)和(1.39)(Romer, 2006, p.34)。以試圖解決。不過，這模型卻無法對數據作出確認的預期(prediction)，亦即模型不被認定(identified)。
  - $\Rightarrow$  然而，De Long認為，我們至少對1870年的數據要有多好，有了一個初步想法；並且對於測量誤差的標準誤的合理值有了一個良好的見解。
    - 即使是溫和的測量誤差也會對結果有重要的影響。對不偏的樣本，若  $\sigma_u \cong 0.15$ ，則沒有趨於收斂性( $b$ 的估計值趨近0)；若  $\sigma_u \cong 0.20$ ，則有顯著發散性( $b$ 的估計值趨近1)。因此，合理數值的測量誤差消除了Baumol收斂性估計的剩餘的大部分或全部。



## Solow (1956)模型

- 我們也可以研究不同國家樣本與不同時期的收斂性。

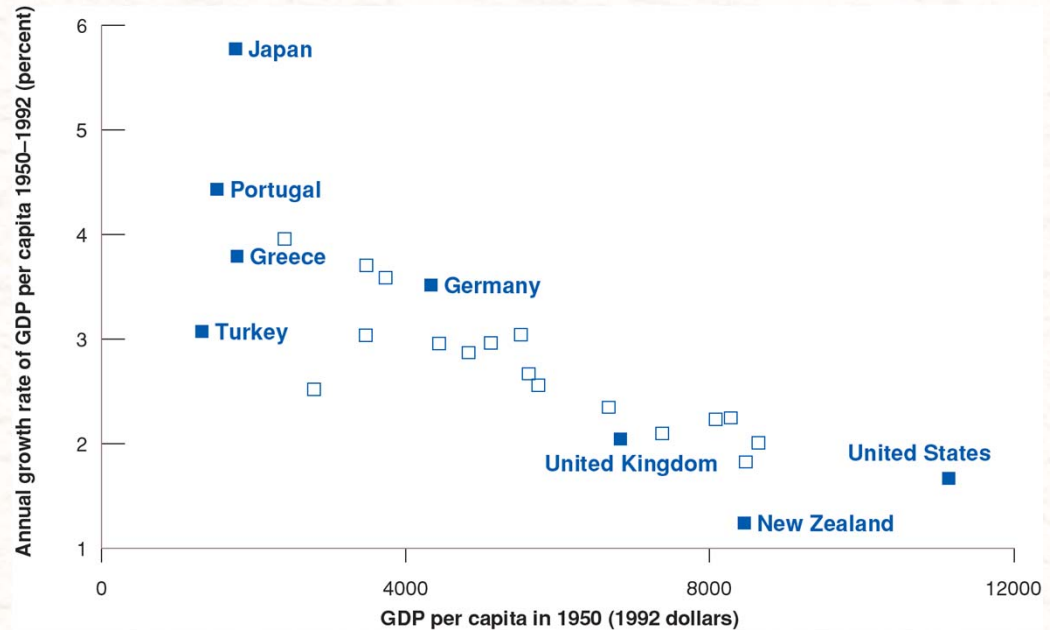
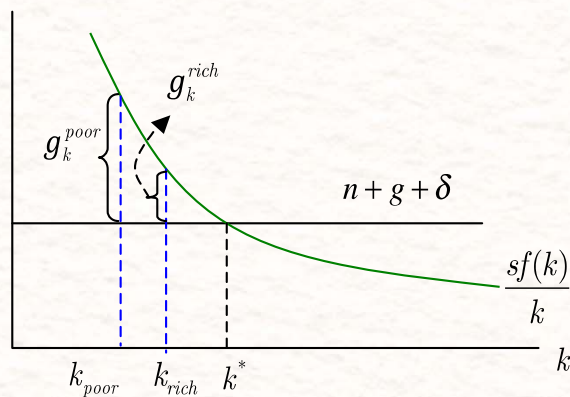


1960-1989年間，所有非社會主義國家的收斂性散佈點圖。

⇒ Fig. 9顯示，很少有收斂的跡象

- Jones (1998)整理1880~1994年英美日德等國家之每人實質GDP的資料，發現1880年較貧窮國家-日本-的成長速度較快，但較富有國家-英國-的成長速度較為緩慢。這些資料支持(絕對)收斂假說 ((absolute) convergence hypothesis)。

# Solow (1956)模型

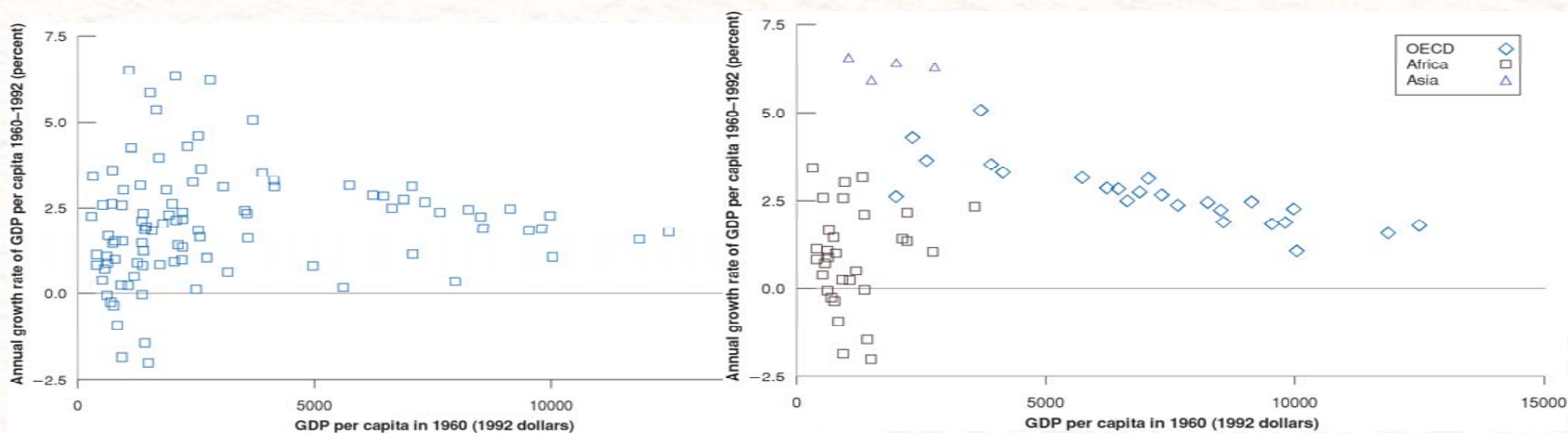


- **OECD國家1950-1992年**每人GDP平均成長率與1950年(期初)每人GDP的實際數據。兩者有明顯的反向關係，亦即符合絕對收斂假說。
- **說明**：期初每人實質GDP較低的國家會有較高的產出(資本)成長率；期初每人實質GDP較高的國家會有較低的產出(資本)成長率。每人實質所得的絕對數值與經濟成長率有反向關係，這稱之為絕對收斂假說。



# Solow (1956)模型

- 若兩國的經濟結構不同，絕對收斂假說還成立嗎？

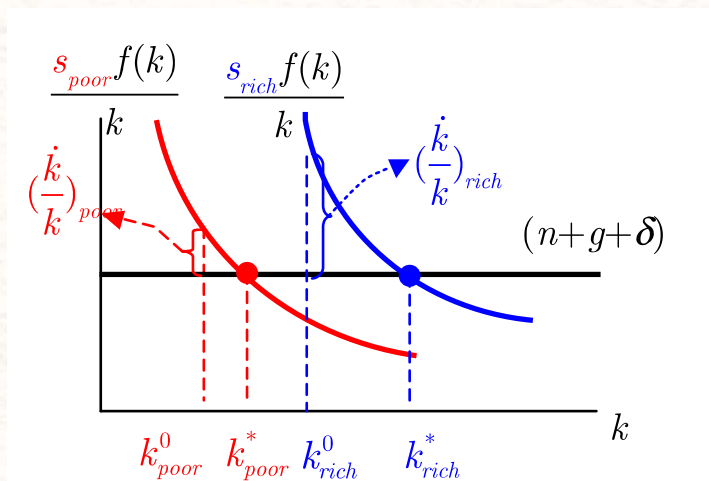


- 101個國家1960-1992年每人GDP平均成長率與1960年(期初)每人GDP的實際數據。
- 不支持絕對收斂假說

- Mankiw, Romer & Weil (1992)與Barro & Sala-i-Martin (1992)認為國家均為OECD先進國家，彼此間經濟結構類似，故資料會支持絕對收斂假說。
- 但左半圖涵蓋了已開發國家和落後國家等101個，故不支持絕對收斂假說。

# Solow (1956)模型

- 相對收斂假說 (relative convergence hypothesis)(又稱principle of transition dynamics)
  - 經濟結構不同的國家，每人實質產出成長率決定於該經濟體系目前(期初)每人資本(產出)與其靜止均衡的每人資本(產出)的相對差距。
  - 假設有兩個國家，其經濟結構為 $s_1 < s_2$ 、 $n_1 = n_2 = n$ 、 $\delta_1 = \delta_2 = \delta$ 。那麼他們的每人資本成長率圖形將如下：





# Solow (1956)模型

- 假設期初兩國資本分別為  $k_{poor}^0$ 、 $k_{rich}^0$  ( $> k_{poor}^0$ ) 且其對應的每人資本成長率分別為  $(\dot{k}/k)_{poor} < (\dot{k}/k)_{rich}$ ，則  $(\dot{y}/y)_{poor} < (\dot{y}/y)_{rich}$ 。此時，期初  $y_{poor}^0$  較小(對應較小的  $k_{poor}^0$ )，但其對應的每人資本成長率  $(\dot{k}/k)_{poor}$  卻較慢(因此  $(\dot{y}/y)_{poor}$  也較慢)。因此，該結果就不符合絕對收斂假說(期初  $k$  小，但  $\dot{y}/y$  成長快)。
- 相對收斂假說主張，期初  $k$  與  $k^*$  的相對差距愈大，則每人實質產出將具有較高的成長率。
- Note：是  $k_j^0$  相對於  $k_j^*$  的距離影響  $\dot{y}/y$ ，而非  $k_1^0$  與  $k_2^0$  的絕對位置高低影響  $\dot{y}/y$ 。若是經濟結構中的人口成長率  $n$  與折舊率  $\delta$  也不相同，則也將會影響到  $k_j^*$ ，所以自然也就影響到兩國每人產出成長率的大小。

# Solow (1956)模型

- 收斂速度：k走向k\*到底有多快呢？

$$\dot{k} = sf(k) - (g + n + \delta)k \xrightarrow[\text{Taylor's expansion}]{\text{first order}} \dot{k} \cong \left( \frac{\partial \dot{k}}{\partial k} \bigg|_{k=k^*} \right) (k - k^*) = -\lambda(k - k^*)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{if } k < k^* \Rightarrow \dot{k} > 0 \\ \text{if } k > k^* \Rightarrow \dot{k} < 0 \end{array} \right\} \rightarrow \lambda > 0$$

⇒ 在BGP附近，k以大概的比例(速度λ)走向k\*

- 亦即，k-k\*的成長率大概是等於-λ

$$\Rightarrow k(t) \cong k^* + e^{-\lambda t} [k(0) - k^*]$$

- 接著算出λ值：

$$\begin{aligned} \lambda &\equiv - \frac{\partial \dot{k}}{\partial k} \bigg|_{k=k^*} = - [sf'(k^*) - (g + n + \delta)] = (g + n + \delta) - \frac{(g + n + \delta)k^* f'(k^*)}{f(k^*)} \\ &= (g + n + \delta) \left[ 1 - \frac{k^* f'(k^*)}{f(k^*)} \right] \\ &= (g + n + \delta) [1 - \alpha_k(k^*)] \end{aligned}$$

- 所以，k以  $(g + n + \delta) [1 - \alpha_k(k^*)]$  速度收斂到k\*。y也以相同速度收斂到y\*。



# Solow (1956)模型

● 何謂β收斂？

● **例題：**生產函數為 $Y=K^\alpha(AL)^{1-\alpha}$ ， $y=k^\alpha$ 、

● 收斂速度：

$$\dot{k} = sk^\alpha - (n + g + \delta)k$$

$$\begin{aligned}\frac{d \log(k / k^*)}{dt} &= \frac{d \log k}{dt} = \frac{\dot{k}}{k} = sk^{\alpha-1} - (n + g + \delta) \\ \Rightarrow \frac{d \log(k / k^*)}{dt} &= (n + g + \delta) \left( \frac{sk^{\alpha-1}}{n + g + \delta} - 1 \right) \\ &= (n + g + \delta) \left[ \left( \frac{k}{k^*} \right)^{\alpha-1} - 1 \right], \because s(k^*)^{\alpha-1} = n + g + \delta \\ &= (n + g + \delta) \left( e^{-(1-\alpha) \log(\frac{k}{k^*})} - 1 \right) \\ \Rightarrow \frac{d \log(k / k^*)}{dt} &\cong (n + g + \delta) \left( 1 - (1 - \alpha) \log\left(\frac{k}{k^*}\right) - 1 \right) \\ &= -(n + g + \delta)(1 - \alpha) \log\left(\frac{k}{k^*}\right)\end{aligned}$$

● 所以， $-(n+g+\delta)(1-\alpha)$ 為收斂速度

# Solow (1956)模型

● 數值：  $n \in (1,2)$  ·  $g \in (1,2)$  ·  $\delta \in (3,4)$  · capital's share  $\alpha = 1/3$

→  $\lambda \approx 4\%$

- 所以，要花約17年可以完成一半的靜止均衡(到 $k^*$ )
- 因為，  $e^{-\lambda t} = 0.5 \rightarrow t = -\ln(0.5)/0.04 \approx 17.25$



# Solow (1956)模型

- 收斂性的檢討：
  - 在新古典模型中，收斂性來自於遞減的資本收益。
  - 每人資本較低 (相對於經濟體的長期每人資本位置而言) 的經濟體，資本收益率和經濟成長率也較高。
- 收斂性之所以具有條件性，是因為在新古典模型中，穩定狀態每人資本水準和穩定狀態每人產出水準取決於儲蓄傾向、人口成長率和生產函數位置等特徵。而這些特徵在不同經濟體之間會有所不同。
- 最近，研究擴展到考量跨國差異的其他來源，特別是消費支出水準、產權保護、國內外市場扭曲等方面的政府政策。

# Solow (1956)模型

- 新古典模型中資本的概念可以從物質資本擴展到教育、經驗和健康等形式的人力資本 (see Lucas, 1988; Rebelo, 1991; Caballe and Santos, 1993; Mulligan and Sala-i-Martin, 1993; Barro and Sala-i-Martin, 1995, Ch. 5)。
- 經濟體系會趨近於人力資本對物質資本的穩定狀態比例。但在初始狀態下，人力資本對物質資本的比例可能偏離其長期值。
  - 通常，該偏離程度影響每人產出趨向其穩定值的速度。
  - 例如，初始狀態具有較高人力資本對物質資本比例的國家 (或許是因為戰爭摧毀的主要是物質資本) 傾向於高速成長，這是因為物質資本比人力資本更容易快速擴充。
    - 一種支持該論點的理由是，豐富的人力資本稟賦使得一國容易適應外國技術 (see Nelson and Phelps, 1996; Benhabib and Spiegel, 1994)。



# Solow (1956)模型

- 然而，即使擴展新古典模型以便包含人力資本因素，這個模型的另一預言也仍然是：一旦技術進步不能持續，每人產出成長率最終必然停止。
  - 這個類似於Malthus (1798) 和Ricardo (1817) 的預言，源自於廣義概念的資本收益遞減的假設。
  - 不過，許多國家的長期數據卻表明，正的每人產出成長率可以保持一個世紀以上，而且成長率並沒有明顯的下降趨勢。

# Solow (1956)模型

- 20世紀50年代和60年代的成長理論學家們體認到此模型的缺陷，他們通常的修補之道是，假設技術進步以一種不可解釋的方式 (外生方式) 出現。
- 這種方法能夠使理論符合每人產出成長率長期為正且可能不變的事實，並且保留了模型對條件收斂的預言。
- 然而，這種方法的缺點是：長期每人產出成長率完全由模型外的因素——技術進步率——所決定 (當然，產出水準的長期成長率還取決於人口成長率)。
- 這樣的成長模型，可以解釋收斂性但卻不能解釋長期的成長為何出現或得以維持。

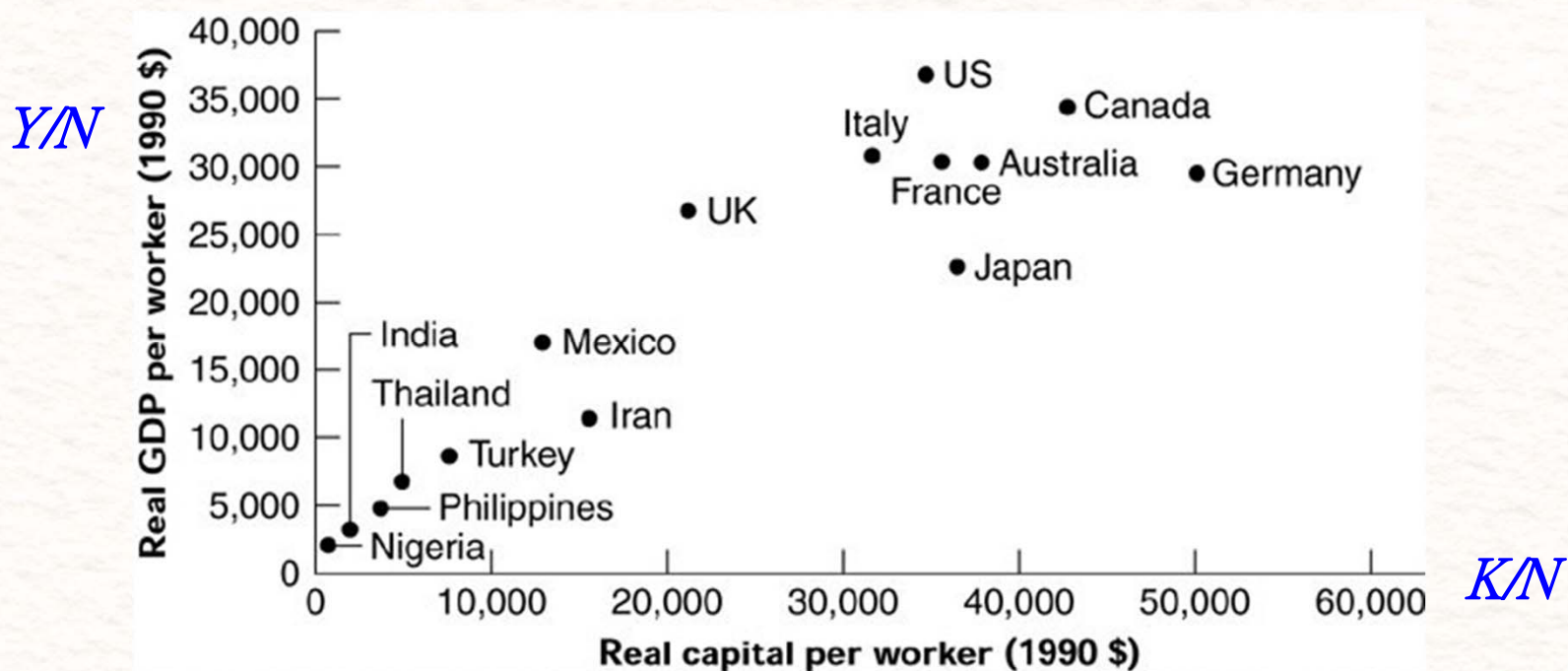


## Solow模型與成長理論的核心問題

- Solow模型確認了每位勞工平均產出( $Y/L$ )之變化(跨時間或跨地域)的兩種來源：**(1)每位勞工平均資本( $K/L$ )的差異**，和**(2)勞動有效性( $A$ )的差異**。
- 不過，我們已看到，只有 $A$ 的成長才能導致 $Y/L$ 的永久成長；並且對於合理的情形， $K/L$ 對 $Y/L$ 的衝擊是不太大的(圖)。因此，**只有 $A$ 的差異才有希望合理地解釋，不同時間或不同地域之間的財富的巨大落差**。
- 具體地說，Solow模型的核心結論是，如果市場中資本所要求的報酬大略地指導著它對產出的貢獻時，那麼，**實物資本累積的變化並不能解釋全世界經濟成長的顯著部份，或是跨國之間所得的差距**。

# Solow模型與成長理論的核心問題

- 平均勞動生產力與每人資本



- $K/N$ 愈高，則 $Y/N$ 愈高；但兩者似乎有穩定關係。



# Solow模型與成長理論的核心問題

- 理解這個結論(資本累積的差異無法解釋所得的大幅差異)的兩個方式：

1. 直接方式：假設以 $K/L$ 的差異來解釋兩經濟體 $Y/L$ 的( $X$ 倍)差異

- 令  $(Y/L)_1 = X(Y/L)_2$ ，那麼， $\ln(Y/L)_1 - \ln(Y/L)_2 = \ln X$

- 因為每位勞工平均產出( $Y/L$ )對每位勞工平均資本( $K/L$ )的彈性是 $\alpha_K$ ，亦即  $\Delta \ln(Y/L) / \Delta \ln(K/L) = \alpha_K$ 。那麼，每位勞工平均資本( $K/L$ )之對數的差距是；也就是說，每位勞工平均資本( $K/L$ )的差距是  $\exp(\ln X / \alpha_K)$  or  $X^{1/\alpha_K}$ 。

- 實際數據： $(Y/L)_{\text{今日工業國家}} \approx 10(Y/L)_{\text{100年前工業國家}}$ 、 $(Y/L)_{\text{今日工業國家}} \approx 10(Y/L)_{\text{今日貧窮國家}}$

- 以 $X \approx 10$ 、 $\alpha_K = 1/3$ 來推算，每位勞工平均資本( $K/L$ )的差距是1000倍；
- 以 $X \approx 10$ 、 $\alpha_K = 1/2$ (高估值)，每位勞工平均資本( $K/L$ )的差距是100倍；
- 但是，資料上並沒有明顯證據支持 $K/L$ 有這樣幅度的差異。

# Solow模型與成長理論的核心問題

a) 資本-勞動比( $K/L$ )大致上不隨時間變化。

$(K/L)_{\text{今日工業國家}} \approx 10 (K/L)_{\text{100年前工業國家}}$ ，而非是100倍或1000倍。

b) 儘管資本-勞動比( $K/L$ )在各國間是有些變化，但變化並不大。

$(K/L)_{\text{今日工業國家}} \approx 2 (K/L)_{\text{今日貧窮國家}} \sim 3 (K/L)_{\text{今日貧窮國家}}$ ，比我們要解釋的  $Y/L$  差距還小。

## 2. 間接方式：注意資本所需要的差額，隱含著資本報酬的巨大差額 (Lucas, 1990)

● 假設生產函數是Cobb-Douglas型式，則

資本對產出的彈性= $\alpha$

●  $f(k)=k^\alpha \rightarrow$  資本的邊際產量= $f'(k)=\alpha k^{\alpha-1}=\alpha y^{(\alpha-1)/\alpha}$

資本的邊際產量對產出的彈性= $(\alpha-1)/\alpha$

● 若 $\alpha_k=1/3$ ，則

$$\begin{aligned}\Delta \ln f'(k) / \Delta \ln y &= 1 - \alpha / \alpha = 1 \\ \Rightarrow \Delta \ln f'(k) &= 2 \left[ \ln(Y/L)_1 - \ln(Y/L)_2 \right] = 2 \ln X = 2 \ln 10 = \ln 100 \\ \Rightarrow f'(k)|_1 &= 100 \cdot f'(k)|_2\end{aligned}$$

... 亦即，兩經濟體的資本邊際產量有100差距。



# Solow模型與成長理論的核心問題

- 如果市場是競爭的，那麼資本報酬率=資本邊際產量 $-\delta$ 。所以，報酬的差距甚至要更大。
- 實際數據：並不存在這樣的報酬率差距的證據。(a) 例如，對金融資產報酬率的直接衡量，僅僅支持跨時間和跨國之間有溫和的差異而已。(b) 更明顯地，我們可以檢視資本擁有者想要去哪邊投資，從而了解更多國家之間的差異。如果貧窮國家有10倍或100倍(於富有國家)的報酬率，這將引起巨大的誘因，並且我們將會觀察到資本由富有國家巨幅地移動到貧窮國家。但我們並沒有看到這樣的現象。

## Solow模型與成長理論的核心問題

- 然而，Solow模型對於勞動有效性( $A$ )的處理並不完整。
  - 1) 最明顯的是，勞動有效性的增長是外生的：模型中，它將那些它所確認為成長動力的變數的行為，視之為給定的。
  - 2) 更基本的，模型並沒有確認「勞動的有效性(effectiveness of labor)」是什麼。它只是除了勞動與資本之外，能影響產出之其他因素的雜物袋。
- 為了推進分析，我們必須對勞動有效性( $A$ )的涵義是什麼、什麼因素導致勞動有效性變化等問題有一定的見解。



# Beyond Solow模型

## 1. 一個很自然的可能性是，**勞動有效性對應到抽象的知識**。

- (1) 為了了解全球的(跨時)增長，有必要去分析時間歷程中，知識存量的決定因素。
- (2) 為了了解跨國間的實質所得差異，有必要去解釋為何一些國家的廠商比另一些國家的廠商擁有更多的知識，以及為何這些較大的知識不能快速地移轉到貧窮國家。

## Beyond Solow模型

2. 對A的其他可能解釋是，**勞動力的教育與技能、財產權的效力、基礎建設質量、對企業家精神和工作的文化態度等。或者，A可能反應各種力量的組合。**
  - 對於各種動機所形成有關A的觀點，人們都必須強調說明，它是如何影響產出、它如何隨時間演化、以及在全球各地為何不同等問題。



## Beyond Solow模型

3. ⇒ 推進分析的另一種可行方式是，**考量(比Solow模型中所意指的)更多的資本作用**。
- 如果資本包含了比實物資本更多的東西(譬如指人力資本)，或是實物資本具有正的外部性，那麼實物資本的私人報酬就無法精確指引資本在生產過程中起重要的作用。
  - 此種情況下，「 $K/L$ 之差異是造成  $Y/L$ 之差異的核心因素」可能是一種正確說法。

# Beyond Solow模型

- 近期的內生成長理論致力於為長期成長提供一種曾被遺漏的解釋。其方法主要是提供了技術進步理論 (技術進步理論正是新古典模型忽略的關鍵因素之一)。
  - 技術進步包括新思想的產生，而新思想的產生在某種程度上是非競爭性的，因此新思想具有公共財的特性。
  - 在技術狀態給定的情況下 (即知識狀態給定)，我們可以合理地假設，在標準化的競爭性要素生產中——例如，勞動、廣義資本和土地——規模報酬不變。但是，當非競爭性的思想成為生產要素時，規模報酬就出現了遞增。這種遞增報酬和完全競爭是不相容的。
  - 此外，對具有邊際生產成本為零的非競爭性思想的報酬並不能給新思想賴以產生的研究活動提供適當的回報。
  - 所以，在新古典模型中納入技術進步理論是比較困難的，因為這會違背標準的競爭性假設。



## Beyond Solow模型

- Arrow (1962) 建構的模型中，“思想”是生產投資過程中無意產生的副產品，這種產生思想的過程被稱為邊做邊學 (learning by doing)。
  - 在這些模型中，每人的創新會迅速地外溢擴散到整體經濟體中。從技術上看，這種瞬時擴散過程是可能的，因為知識具有非競爭性。

## Beyond Solow模型

- Romer (1986) 後來證明了，可以保留競爭性架構以決定均衡的技術進步率，但是得到的成長率卻不是 Pareto Optimal。
- 更一般情況是，如果創新在一定程度上依賴於有目的的研究發展活動 (R&D)，而且個人的創新只是逐漸地向其他生產者擴散，那麼，競爭性架構將不再存在。這種情況下，分權化的技術進步理論要求對模型進行一些基本的修正以納入不完全競爭的因素。
- 然而，直到20世紀80年代後期，Romer (1987, 1990) 的研究成果出現，不完全競爭因素才被加入到理論中。



## Beyond Solow模型

- 第一批新成長理論—Romer (1986) , Lucas (1988) 和Rebelo (1991)—建立在Arrow (1962) , Uzawa (1965) 的研究上，但並沒有真正引進技術進步理論。
  - 在這些模型中，含人力資本的廣義資本財的投資收益，隨著經濟的發展並不一定遞減，因此，經濟可以無限增長 (這個想法可以追溯到Knight, 1944)。
  - 生產者之間的知識外溢和人力資本的外部收益都是該過程的一部份，但這僅僅是由於他們有助於避免資本收益的遞減趨勢。

## Beyond Solow模型

- 第二批新成長理論—Romer (1987, 1990) , Aghion and Howitt (1992) , Grossman and Helpman (1991, Ch. 3, 4)—在成長理論架構中融入R&D理論和不完全競爭因素。
  - Barro and Sala-i-Martin (1995, Ch. 6, 7) 對這些模型進行了描述並進行擴展。
  - 這些模型沿襲了Schumpeter (1943) 的思想，認為技術進步來自於有目的性的R&D活動，並透過某種形式的事後壟斷力獲得報酬。如果思想沒有出現耗盡趨勢，那麼在長期內，經濟就能保持正的成長率。



# Beyond Solow模型

- 然而，成長率和創新活動的數量並不是Pareto Optimal，因為存在新產品創新和生產方式等方面的扭曲。
- 在這個架構中，長期成長率依賴於政府行為，例如，稅收、法律和秩序的維護、基礎建設服務的提供、知識產權的保護、國際貿易、金融市場和其他方面的管制。因此，經由對政府行為的影響，長期成長率就可能變好或變壞。

# Beyond Solow模型

- 內生成長理論的早期缺點之一是，他們無法再預言條件收斂。
- 對於許多國家和地區的經驗數據而言，條件收斂是一條很強的經驗法則。因此，在擴展新成長理論的時候，保留條件收斂性質是非常重要的。
- 技術擴散理論就是這樣的一種擴展 (see Barro and Sala-i-Martin, 1997)。
- 創新的研究和領導者的技術進步率有關，但技術擴散的研究則關係到跟隨者的技術進步方式—跟隨者透過模倣來共享領導者的技術。而因為模倣要比創新更廉價，因此，技術擴散模型具有類似於新古典的條件收斂預測。



## Beyond Solow模型

- 技術擴散模型綜合了內生成長理論的長期成長特徵 (源自於領導者的思想創新) 和新古典成長模型的收斂特徵 (源自於跟隨者的逐步模仿)。
- 但，整個世界為何每人產出能無限成長？
  - 要了解這個問題，基礎技術進步理論看來很重要。但是這些理論跟跨國統計分析中的關鍵因素—跨國相對成長率的決定—卻沒有太多關聯。

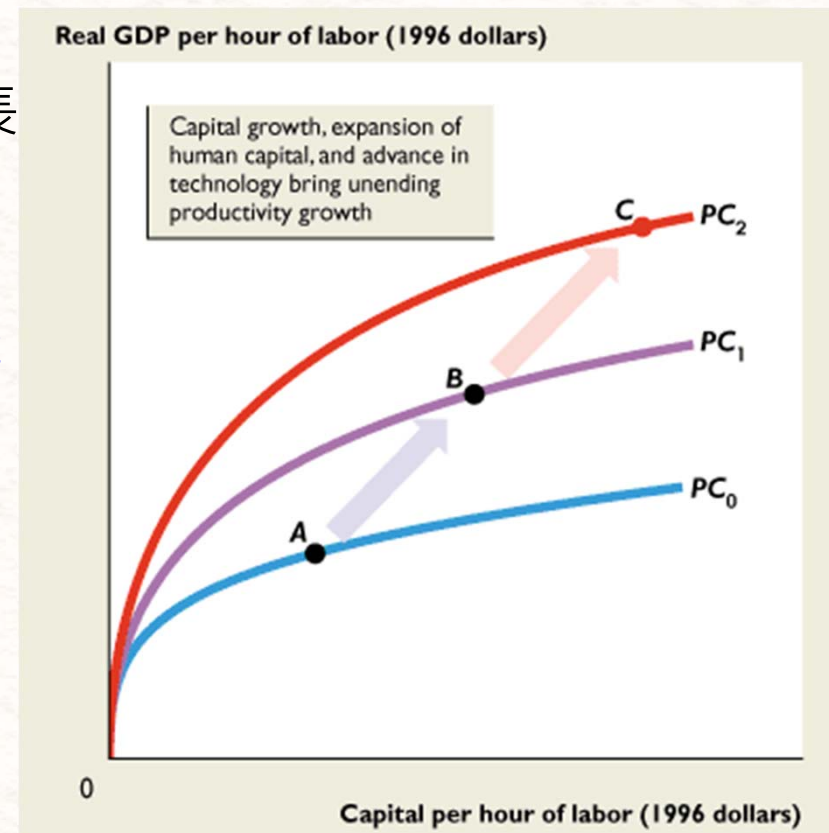
# 經濟增長理論與政策(衝擊)分析

- 經濟成長理論的進展
  - 新古典成長理論(Solow、Ramsey模型)
  - 內生成長理論
    - 第一代
    - 第二代
- 理論與政策(衝擊)分析
  - 後續再談



## 經濟成長的政策涵義

- 愈高的勞動生產力(A)、經濟成長以激勵之。
  - 增加人力資本存量
  - 增加實物資本(physical capital)存量
  - 鼓勵創新(innovation) & 新技術

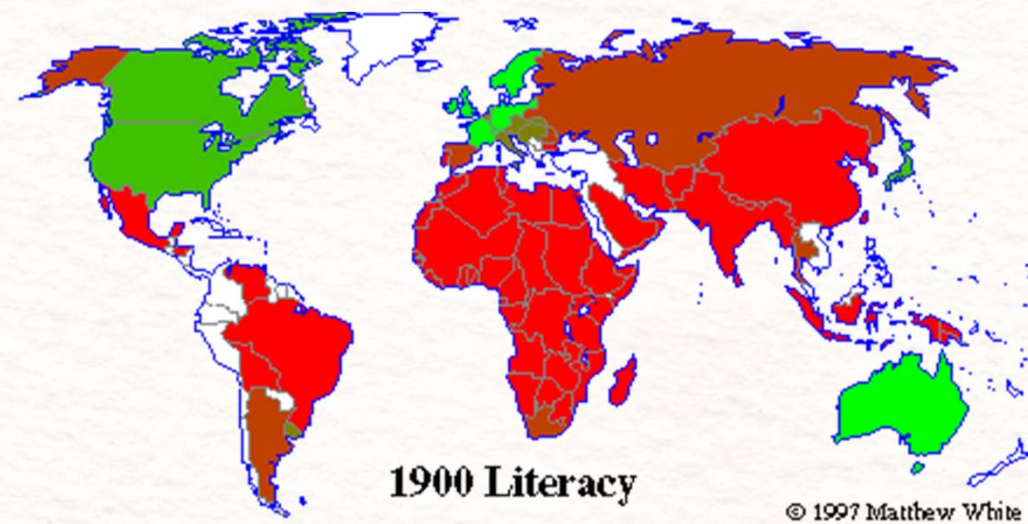


## 經濟成長的政策涵義

- 人力資本：教育、(專長)訓練等等
  - 我們應該提供 “免費的” 教育嗎？
  - 教育的**外部效果**使得政府有強烈誘因去干預(矯治)。
    - 但是社會的報酬可能高於個人報酬，私人市場將低度供應這樣的商品或勞物，因為私人的好處是低於社會的好處 – 市場失靈(market failure)。
  - 對此，政府如何做干預 (獎助學金、低學費、助學貸款等) 則是另一個問題。但不管如何，教育、訓練不是免費的



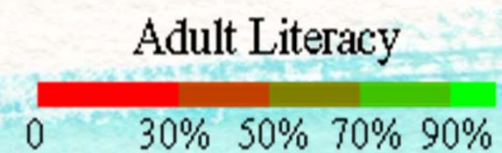
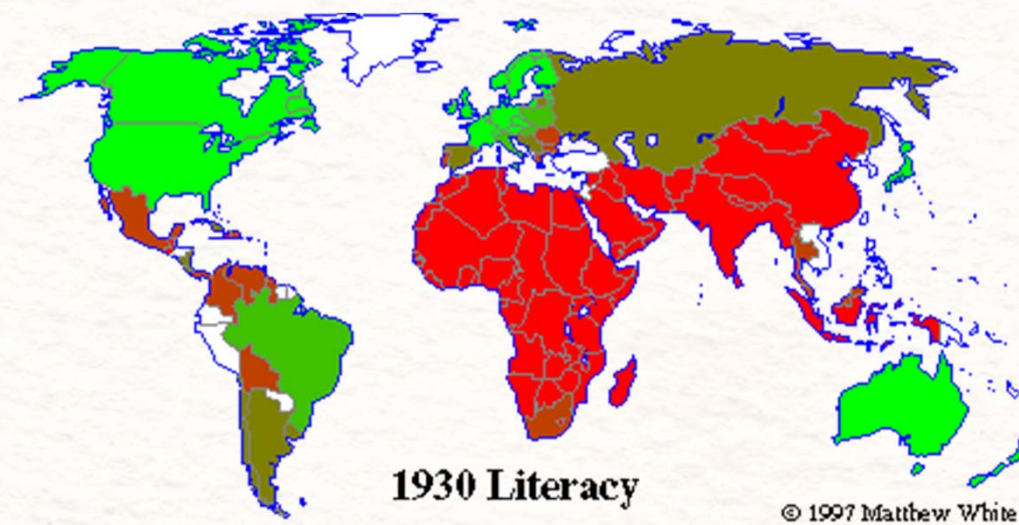
## TFP：人力資本



Adult Literacy

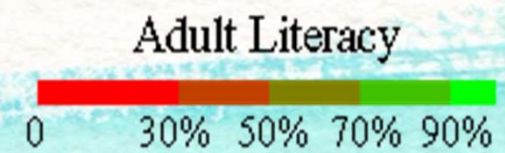
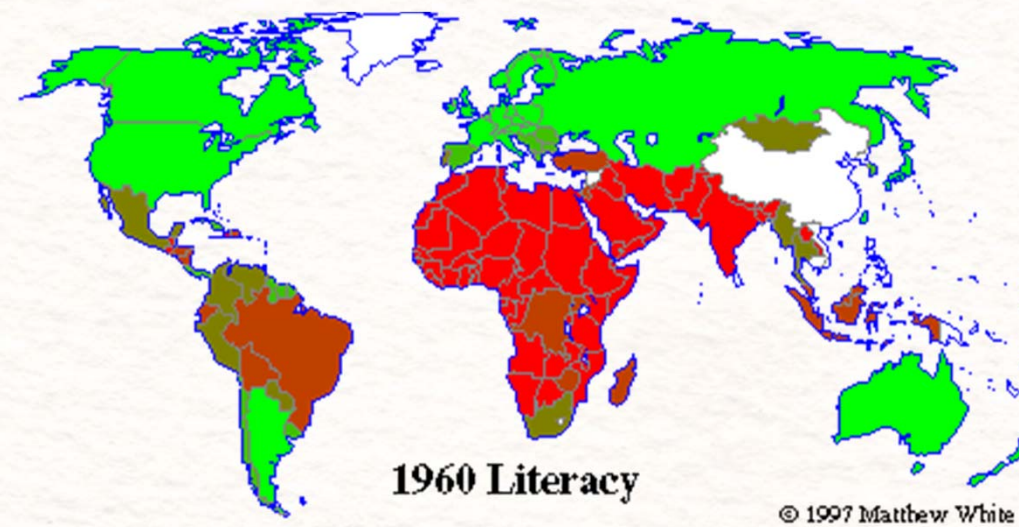


## TFP：人力資本

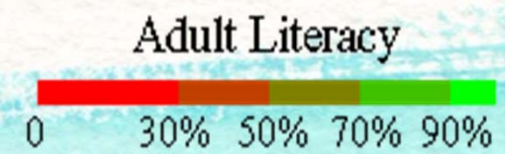
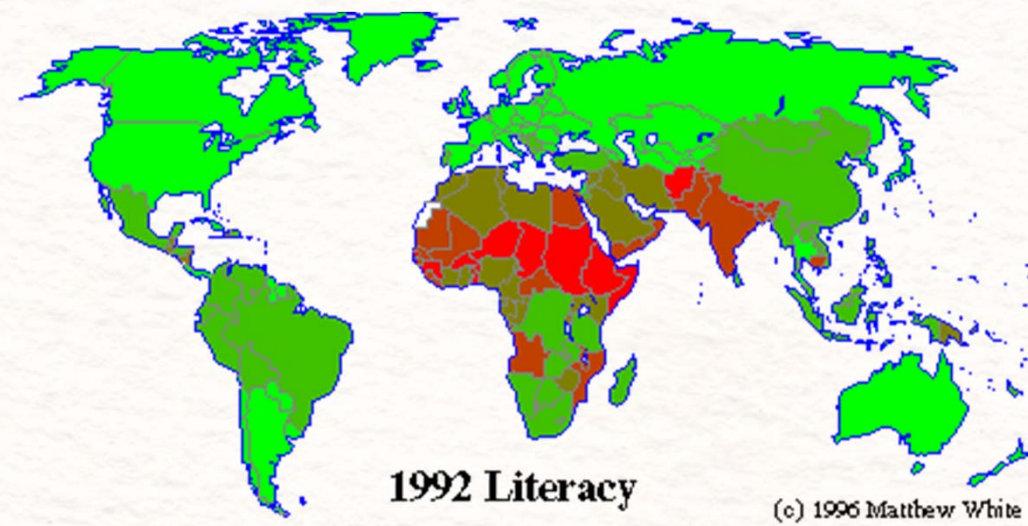




## TFP：人力資本



## TFP：人力資本





## 經濟成長的政策涵義

- 實物資本累積或投資也能夠提升勞動生產力 & 經濟成長。
  - 最終，投資必需由儲蓄來融通。而儲蓄有很多種形式：銀行存款、退休金、證券(股份)購買、債券等。而這些都是金融中介機構或市場。這些使得個人儲蓄能貸放給其他人－家計(住宅)、廠商(投資)、和政府。
  - 在許多經濟體系(尤其是，像Ireland的小國)裡，它是重要的事情——投資沒有被本國儲蓄所侷限住。
    - 對愛爾蘭廠商來說，它是可能藉由國外融資的管道來融通其投資的。(Foreign portfolio investment)
    - 而且，外國廠商可能直接投資在Ireland (即FDI)
    - 在愛爾蘭，租稅政策早已被用來激勵外國投資。低的利潤稅率對吸引FDI是很重要的。

## 經濟成長的政策涵義

- 政府也投資基礎建設 – 公路、機場、港口等。
  - 就像教育一樣，市場不可能供應足夠的這些商品數量，因而政府介入干預。
  - 很清楚地，勞動市場與資本市場的績效深刻地影響著經濟成長的表現。



# 經濟成長的政策涵義

## ● 研究與發展 (R&D) (圖)

- 知識的創造是一種公共財(public good)：構思見解能夠被無償地分享，提升了許多生產力。
- 促進技術進步的政策：
  - 專利權 (patent laws)
  - 租稅誘因，或直接財務支援私人的R&D部門
  - 獎補助大學的基礎研究

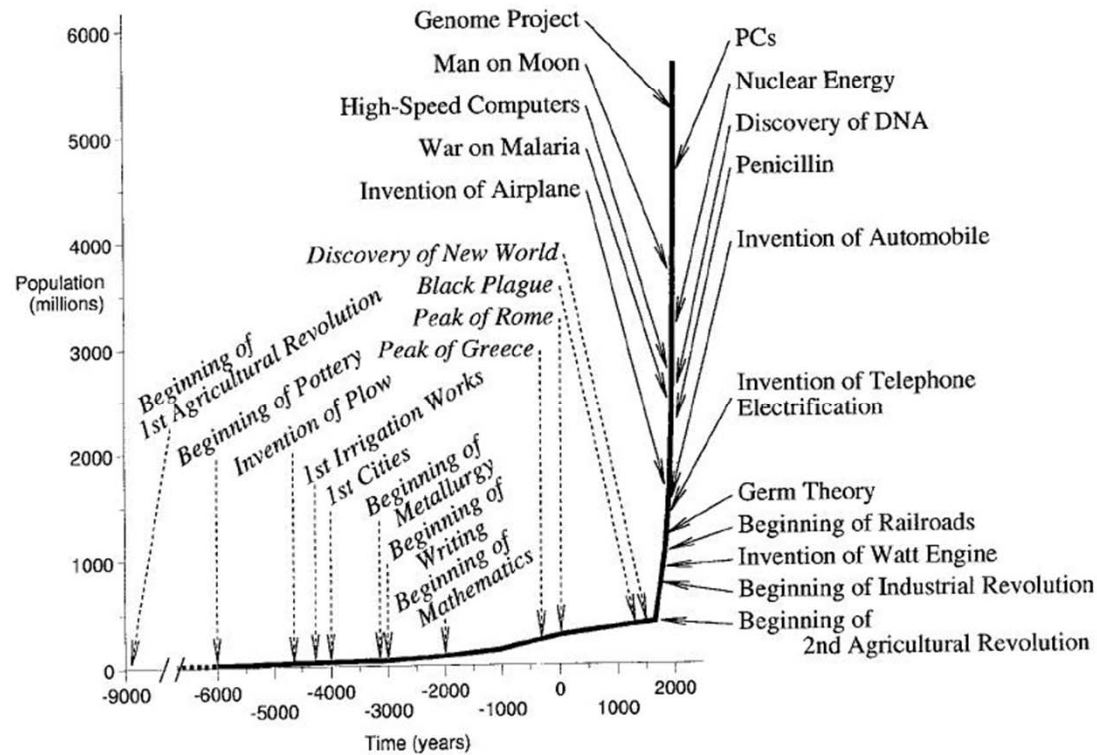


FIGURE 1. THE GROWTH OF THE WORLD POPULATION AND SOME MAJOR EVENTS IN THE HISTORY OF TECHNOLOGY

Notes: There is usually a lag between the invention of a process or a machine and its general application to production. "Beginning" means the earliest stage of this diffusion process.

Sources: Carl W. Bishop, 1936; T. K. Derry and T. I. William, 1960; Graham Clark, 1961; B. H. Slicher von Bath, 1963; Stuart Piggott, 1965; Glenn T. Trewartha, 1969; William McNeill, 1971; Jacob Bronowski, 1973; Carlo M. Cipolla, 1974; B. M. Fagan, 1977. See also E. A. Wrigley, 1987; Robert C. Allen, 1992, 1994.

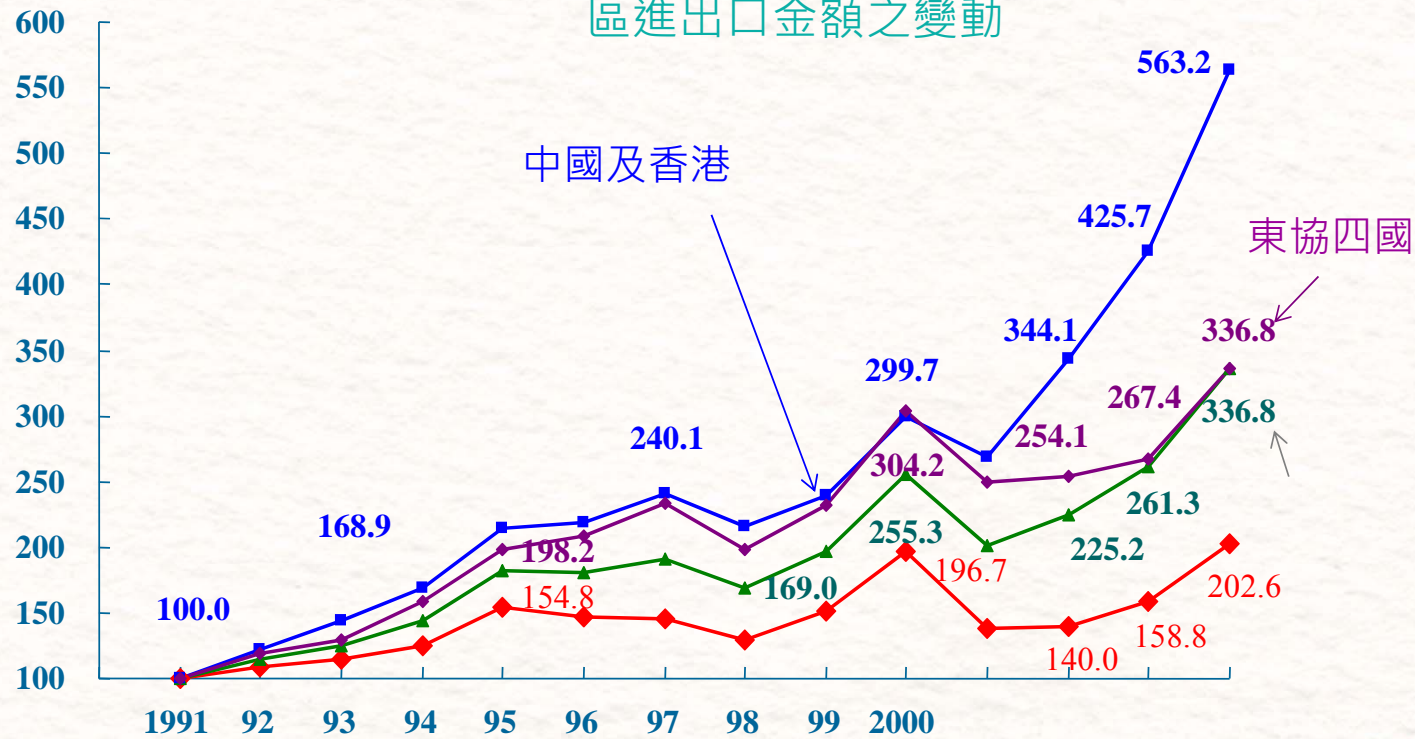


## 經濟成長的政策涵義

- 貿易有類似於發現新技術的效果 – 它改善了生產力
  - 採取對內導向政策的國家，在創造成長常遭遇失敗。
    - e.g., 20th 世紀的Argentina
  - 採取出口導向政策的國家，因經濟活動與世界經濟密切結合而經常是成功的。
    - e.g., 1960年之後的South Korea, Singapore, Taiwan

# 經濟成長的政策涵義

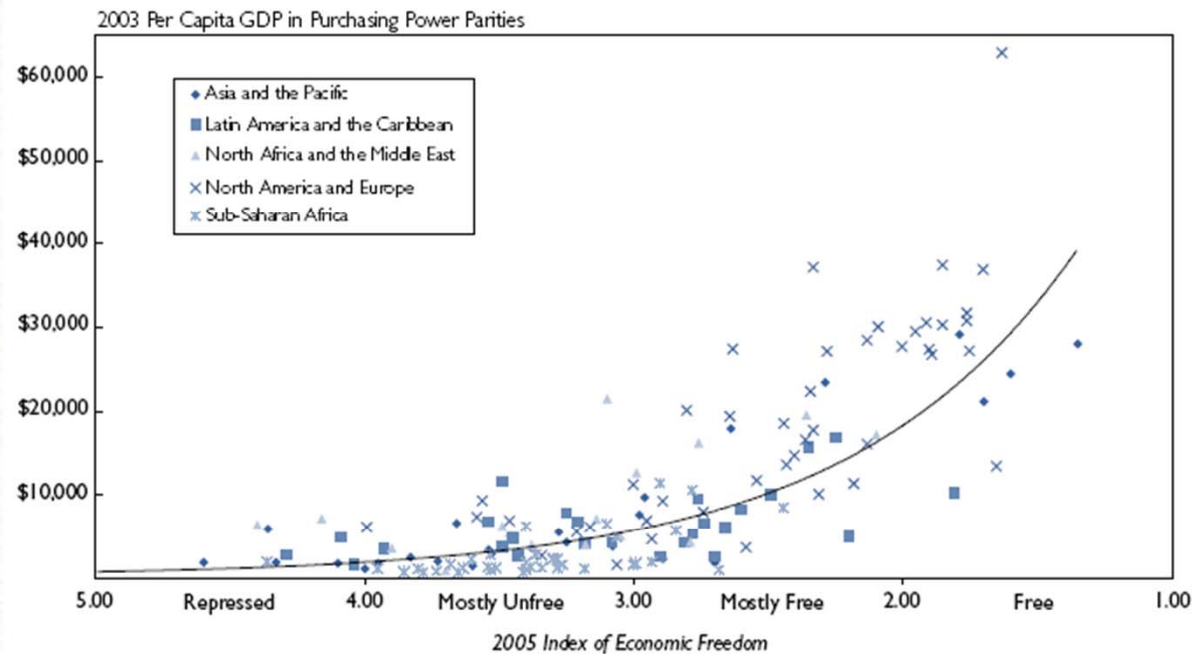
區域內貿易整合指數：以1991年為基期的台灣對東亞國家或地區進出口金額之變動





# TFP : Economic Organization

## Economic Freedom and Per Capita Income



Source: World Bank, *World Development Indicators Online*, available by subscription at [www.worldbank.org/data](http://www.worldbank.org/data); Central Intelligence Agency, *The World Factbook 2004*, available at <http://www.cia.gov/cia/publications/factbook/index.html>, for the following countries: Bahamas, Burma, Cuba, Cyprus, Equatorial Guinea, North Korea, Libya, Qatar, Suriname, Taiwan, Zimbabwe; Marc A. Miles, Edwin J. Feulner, and Mary Anastasia O'Grady, *2005 Index of Economic Freedom* (Washington, D.C.: The Heritage Foundation and Dow Jones & Company, Inc., 2005), at [www.heritage.org/index](http://www.heritage.org/index).

● The End