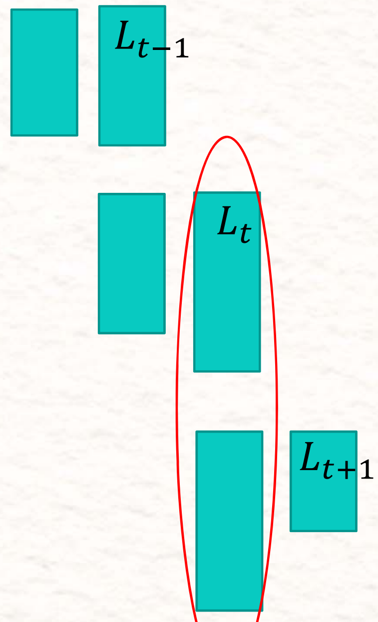
Diamond Model – 疊代模型

總體經濟理論(一)

假設

- Diamond模型與Ramsey模型的主要差異是：
  - 人口的更替：新的個人不斷地出生，老的個人不斷地死亡。
  - 人口並不是數目固定的永續家庭。
- 簡化假設：
  - 時間是間斷的，$t = 0, 1, 2, \ldots$
  - 每個人只活兩期。
    - 這是人口更替的一般性假設，而非特殊假設。
  - n：人口增長率。
  - L_t：出生於t時期的個人。
    - 因此，$L_t = (1+n)L_{t-1}$。換言之，t時期，L_t的人是年輕的，$\frac{L_t}{1+n}$的人是年老的。



假設

- 簡化假設：(續)
  - 年輕期：個人在年輕期都供給一單位勞動，並將勞動所得分配於消費、儲蓄上。
    - C_{1t}：年輕期消費（1代表年輕期）
  - 年老期：個人年老時，只消費其儲蓄與利息收入 (剩餘財富)
    - C_{2t}：年老期消費（2代表年老期）
  - 常數相對風險趨避(CAAR)的效用函數
    - t時期出生的個人，其效用取決於他個人的終身效用。

$$U_t = U(C_{1t}, C_{2t+1}) = \frac{C_{1t}^{1-\theta}}{1-\theta} + \frac{1}{1+\rho}\frac{C_{2t+1}^{1-\theta}}{1-\theta}, \qquad \theta > 0, \rho > -1$$

- 因生命有限，**只需$\rho > -1$就可確保年老期的消費權重為正值**。不需假設$\rho > n + (1-\theta)g$來確保平衡成長的存在。$\rho > 0$：個人偏好年輕期消費。$\rho < 0$：個人偏好年老期消費。

假設

- 簡化假設：(續)
  - 許多的廠商，每一廠商的生產函數$F(\cdot)$都是具固定規模報酬的：

$$Y_t = F(K_t, A_t L_t)$$

    - 生產效率A_t以g的速率增長。

$$A_t = (1+g)A_{t-1}$$

  - 競爭性市場
    - 資本、勞動可以獲得各自的邊際產出 (假設資本無折舊)

$$r_t = \frac{dY_t}{dK_t} = f'(k_t)$$

$$W_t = \frac{dY_t}{dL_t} \rightarrow \frac{W_t}{A_t} \equiv w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t)$$

w_t：有效的實質工資

假設

- 簡化假設：(續)
  - 第0期：
    - 期初資本存量K_0：由所有的老年人均等持有
      - 老年人消費其資本收入與現在財富，然後於下期消失
  - 資本與年輕人的勞動供給結合，生產產出。
    - 年輕人將其勞動收入$W_t(\equiv w_t A_t)$**分配在消費和儲蓄上**，並**將儲蓄帶到下一期**。
    - 個人儲蓄：$w_t A_t - C_{1t}$
  - 資本市場：
    - **第$t+1$期的資本存量K_{t+1}等於總儲蓄**

$$K_{t+1} = \underbrace{(w_t A_t - C_{1t})}_{\text{個人儲蓄}} \cdot \underbrace{L_t}_{\text{年輕人數}}$$

家計

- t期出生之個人的預算限制式：

$$C_{1t}+\frac{1}{1+r_{t+1}}C_{2t+1}=A_t w_t \quad \left(\Leftarrow C_{2t+1}=(1+r_{t+1})\underbrace{(A_t w_t-C_{1t})}_{\text{第一期儲蓄}}\right)$$

  - 意義：終生消費的現值=期初財富(=0) + 終生勞動收入的現值(=$A_t w_t$)

- 最適化問題：

$$\max_{C_{1t},C_{2t+1}} \frac{C_{1t}^{1-\theta}}{1-\theta}+\frac{1}{1+\rho}\frac{C_{2t+1}^{1-\theta}}{1-\theta}$$

$$\text{s.t.}\quad C_{1t}+\frac{1}{1+r_{t+1}}C_{2t+1}=A_t w_t$$

家計

- 求解法：Lagrangian函數求解
  - Lagrangian函數：

$$\mathcal{L} = \frac{C_{1t}^{1-\theta}}{1-\theta} + \frac{1}{1+\rho}\frac{C_{2t+1}^{1-\theta}}{1-\theta} + \lambda\left[A_t w_t - \left(C_{1t} + \frac{1}{1+r_{t+1}}C_{2t+1}\right)\right]$$

  - FOC.

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial C_{1t}} = 0 \quad &\Rightarrow \quad C_{1t}^{-\theta} = \lambda \\ \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial C_{2t+1}} = 0 \quad &\Rightarrow \quad \frac{C_{2t+1}^{-\theta}}{1+\rho} = \frac{\lambda}{1+r_{t+1}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{C_{2t+1}^{-\theta}}{1+\rho} = \frac{C_{1t}^{-\theta}}{1+r_{t+1}} \quad \Rightarrow \quad \frac{C_{2t+1}}{C_{1t}} = \left(\frac{1+r_{t+1}}{1+\rho}\right)^{1/\theta} \quad - \mathit{Euler\ Eq.}$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\lambda} = 0 \quad \Rightarrow \quad C_{1t} + \frac{1}{1+r_{t+1}}C_{2t+1} = A_t w_t$$

  - Euler方程與預算限制式共同描述了個人的最適化行為

家計

- <u>Euler方程與預算限制式共同描述了個人的最適化行為</u>
  - 合併上兩式，得到

$$C_{1t}=\frac{1}{1+\frac{1}{1+r_{t+1}}\left(\frac{1+r_{t+1}}{1+\rho}\right)^{1/\theta}}A_t w_t=[1-s(r_{t+1})]\cdot A_t w_t$$

  - 其中，$s(r_{t+1})=\frac{(1+r_{t+1})^{\frac{1-\theta}{\theta}}}{(1+\rho)^{\frac{1}{\theta}}+(1+r_{t+1})^{\frac{1-\theta}{\theta}}}$，所得的儲蓄比例
    - 若且唯若$\theta<1$，則儲蓄比例s是r的增函數；因此，年輕個人的<u>儲蓄隨利率而增加</u>
    - 若且唯若$\theta>1$，則儲蓄比例s是r的減函數；因此，年輕個人的<u>儲蓄隨利率而減少</u>
  - 該式呈現：**利率決定了<u>所得的多少比例</u>用於第一期的消費**
    - 直覺上，利率r的上升會產生替代效果和所得效果。
    - 當個人**非常願意在兩期替代消費**，以利用報酬率誘因 (也就是，θ是低的)，那麼，**替代效果具主導性**。
    - 當個人有**強烈喜好兩期間有相似水準的消費** (也就是，θ是高的) ，那麼，**所得效果具主導地位**。
    - 當$\theta=1$ (對數效用)，兩效果一樣大，年輕個人的儲蓄率獨立於r。

經濟的動態

- k的運動方程式
  - $t+1$期的總資本存量等於t期年輕人的總儲蓄量，因此：

$$\boldsymbol{K_{t+1} = s(r_{t+1})A_t w_t \cdot L_t}$$

個人儲蓄：

$$A_t w_t - C_{1t}$$
$$= A_t w_t - [1 - s(r_{t+1})] \cdot A_t w_t$$
$$= s(r_{t+1}) \cdot A_t w_t$$

  - t期的儲蓄取決於該期的勞動收入和儲蓄者預期的下一期資本報酬

Per effective labor:

$$\Rightarrow \frac{K_{t+1}}{A_{t+1}L_{t+1}} = \frac{s(r_{t+1})A_t w_t \cdot L_t}{A_{t+1}L_{t+1}} = \frac{A_t \cdot L_t}{A_{t+1}L_{t+1}} s(r_{t+1})w_t \quad \Rightarrow \quad k_{t+1} = \frac{s(r_{t+1})w_t}{(1+n)(1+g)}$$

  - $L_{t+1} = (1+n)L_t$、$A_{t+1} = (1+g)A_t$、$k_{t+1} \equiv \frac{K_{t+1}}{A_{t+1}L_{t+1}}$ (capital per unit of effective labor)

$$\Rightarrow k_{t+1} = \frac{s(r_{t+1})w_t}{(1+n)(1+g)}$$

  - 其中，$r_t = f'(k_t)$、$w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t)$

$$\Rightarrow \boldsymbol{k_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g)} s\big(f'(k_{t+1})\big) \cdot [f(k_t) - k_t f'(k_t)]}$$ …k的差分方程式

經濟的動態

- k的演化方程式

$$k_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g)} s\big(f'(k_{t+1})\big) \cdot [f(k_t) - k_t f'(k_t)]$$

  - 上式為非線性差分方程式。它隱含地定義出k_{t+1}是k_t的函數。
  - **當一個k值使得$k_{t+1} = k_t$滿足上式，則這個k值是一個k的平衡成長路徑值(balanced-growth-path value)。**
  - Q：如果k一開始不在均衡點，是否k_t會有一個(或多個)平衡成長路徑值，且收斂到如此的k值呢？
    - 為了回答這個問題，我們必須描述：k_{t+1}是如何地依賴於k_t。
    - 不幸地，對於一般情形，我們能回答的相對較少。
      1) 因此，我們先考慮特殊情形：*對數效用*和*Cobb-Douglas生產函數*。有了這些假設，k_t的動態差分方程式變成了一個特別簡單的形態。
      2) 然後，我們簡要地討論當這些假設放寬時，會產生什麼狀況。

經濟的動態

- k的演化：*對數效用且C-D生產函數*
  - $\theta = 1$、$f(k) = k^{\alpha}$
    - $s(r_{t+1}) = \dfrac{(1+r_{t+1})^{\frac{1-\theta}{\theta}}}{(1+\rho)^{\frac{1}{\theta}}+(1+r_{t+1})^{\frac{1-\theta}{\theta}}} = \dfrac{1}{2+\rho}$

$$\boldsymbol{k_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g)}\frac{1}{2+\rho}\cdot(1-\alpha)k_t^{\alpha}}$$

  - 除了$k=0$之外，**有一個唯一的k的平衡成長路徑值**，定義成k^*
  - k^*是全域的安定(globally stable)
    - 無論k從何開始 (排除0，因期初k是嚴格為正數)，它都將收斂到k^*

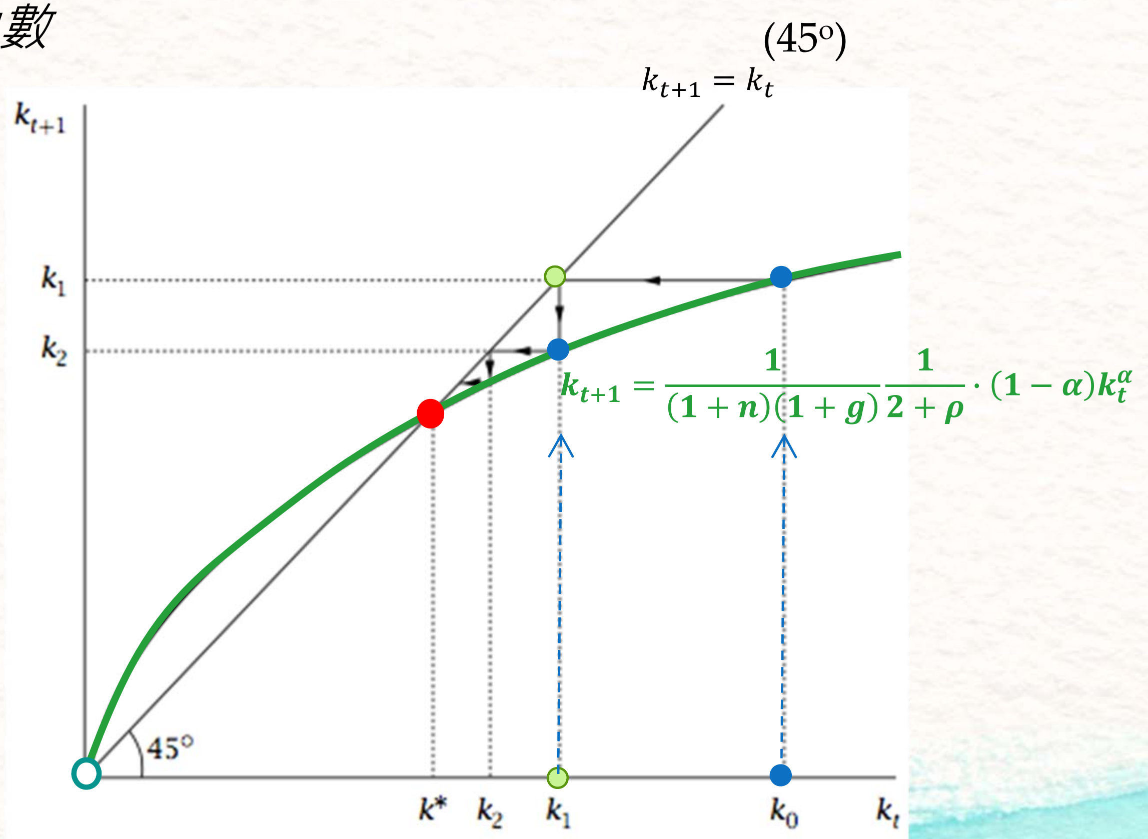


FIGURE 2.11 The dynamics of k

經濟的動態

- k的演化：*對數效用且C-D生產函數*
  - 達平衡成長時，$k^* = \left[\frac{1}{(1+n)(1+g)}\frac{1-\alpha}{2+\rho}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$
    - $s = \frac{1}{2+\rho}$
    - $y^* = (k^*)^\alpha \;\; \rightarrow \;\; \left(\frac{Y}{L}\right)^* = Ay^* = A(k^*)^\alpha$
  - 含義：
    - **一旦經濟收斂到平衡成長路徑，這個經濟體的性質與Solow和Ramsey經濟體在其均衡成長路徑上，會有相同特性：儲蓄率是常數、每人產出以g速度增長、資本-產出比率是常數等。**

經濟的動態

- k的演化：*對數效用且C-D生產函數*
  - **經濟如何反應衝擊：**
    - 衝擊來源：**假設折現率ρ下降**
      - 貼現率的下降使年輕人節省了更多比例的勞動所得，造成k_{t+1}函數上移。因此，提高了平衡成長路徑值k^*（k單調地從k^*_{OLD}上升到k^*_{NEW}）
      - 因此，在我們所考慮的情況下，Diamond模型中貼現率下降的影響與Ramsey-Cass-Koopmans模型中的影響，以及與Solow模型中儲蓄率上升的影響，都是相似的。
      - **結論：這個變動使得每人產出和每人資本的時間路徑永久性上升，但在這些變數的成長率上，衝擊只導致這些變數增長率的暫時上升。**

$$k_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g)}\frac{1}{2+\rho_L}\cdot(1-\alpha)k_t^{\alpha}$$

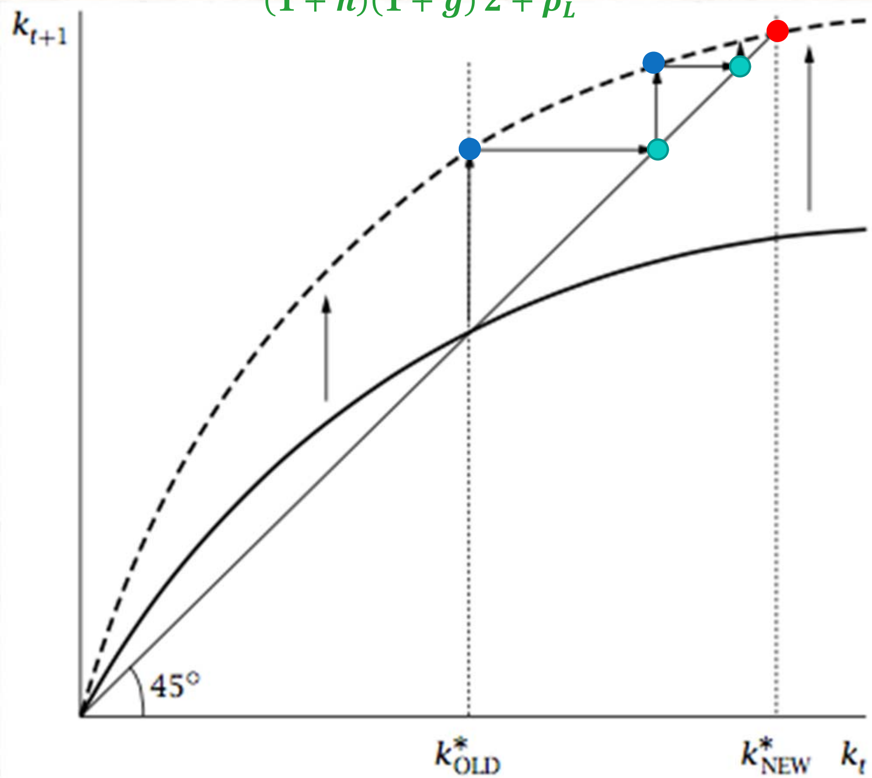


FIGURE 2.12 The effects of a fall in the discount rate

經濟的動態

- 收斂速度
  - 我們可能對模型的定量和定性影響感到興趣。
  - 在上述考慮的特定情況下，我們可以求解出k和y的平衡成長路徑值：

$$k^* = \left[\frac{1}{(1+n)(1+g)}\frac{1-\alpha}{2+\rho}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$y^* = (k^*)^\alpha = \left[\frac{1}{(1+n)(1+g)}\frac{1-\alpha}{2+\rho}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

    - 這式顯現出，模型的參數如何影響平衡成長路徑上的每單位有效勞動的產出y^* (output per unit of effective labor)。
      - 如果需要，我們可以選擇參數值，並得到有關各種衝擊的長期效果的定量預測。
      - 我們也能夠找出經濟體收斂到平衡成長路徑值的速度。

經濟的動態

- 收斂速度
  - 計算收斂速度：
    - 對一般式的動態差分方程式：$k_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g)} s\left(f'(k_{t+1})\right) \cdot [f(k_t) - k_t f'(k_t)]$，取平衡成長值($k = k^*$)附近的一階近似：

$$k_{t+1} - k^* \cong \left(\left. \frac{\partial k_{t+1}}{\partial k_t} \right|_{k_t = k^*} \right) \cdot (k_t - k^*)$$

$$\Rightarrow k_{t+1} \cong k^* + \boldsymbol{\lambda} \cdot (k_t - k^*),\ \text{其中，} \lambda \equiv \left. \frac{\partial k_{t+1}}{\partial k_t} \right|_{k_t = k^*}$$

$$\Rightarrow k_{t+1} - k^* \cong \boldsymbol{\lambda}^t \cdot (k_0 - k^*)$$

    - **收斂速度取決於$\boldsymbol{\lambda}$**

經濟的動態

- 收斂速度

$$k_{t+1} - k^* \cong \lambda^t \cdot (k_0 - k^*)$$

1) 若$0 < \lambda < 1$：體系平滑地收斂到k^*

2) 若$-1 < \lambda < 0$：體系將阻尼震盪(damped oscillation)收斂到k^*
   - k與k^*不同，k可以是大於或小於k^*

3) 若$\lambda > 1$：體系將發散爆炸

4) 若$\lambda < -1$：體系將震盪發散

經濟的動態

- 收斂速度
  - 計算收斂速度：$k_{t+1}=\frac{1}{(1+n)(1+g)}s\left(f'(k_{t+1})\right)\cdot[f(k_t)-k_tf'(k_t)]$
    - *對數效用*與*C-D生產函數*下的動態差分方程式：$k_{t+1}=\frac{1}{(1+n)(1+g)}\frac{1}{2+\rho}\cdot(1-\alpha)k_t^{\alpha}$。此時的一階近似：

$$k_{t+1}-k^*\cong\frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{n})(\mathbf{1}+\boldsymbol{g})}\frac{\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{1}-\boldsymbol{\alpha})}{\mathbf{2}+\boldsymbol{\rho}}(\boldsymbol{k}^*)^{\boldsymbol{\alpha}-\mathbf{1}}\cdot(k_t-k^*)=\boldsymbol{\alpha}\cdot(k_t-k^*)$$

$$\Rightarrow k_{t+1}-k^*\cong\boldsymbol{\alpha}^{t}\cdot(k_0-k^*)$$

- $\boldsymbol{\lambda=\alpha=capital\ share}$
- 若$\alpha=1/3$，則每一期k會移動2/3的路途走向k^*

經濟的動態

- 收斂速度
  - Diamond模型中的收斂速率與Solow模型（離散時間版）不同。
    - 理由是，雖然年輕人的儲蓄是他們收入的固定比例，並且他們收入是總收入的一個固定比例，**但老年人的負儲蓄(dissaving)並不是總收入的固定比例**。
      - 老年人負儲蓄佔產出之比例：

$$\because \frac{K_t}{F(K_t, A_t L_t)} = \frac{k_t}{f(k_t)} \quad \rightarrow \quad \therefore \frac{\partial\left(\frac{k_t}{f(k_t)}\right)}{\partial k_t} = \frac{k_t}{\left(f(k_t)\right)^2}\left[f(k_t)/k_t - f'(k_t)\right] > 0$$

      - 資本的報酬遞減隱含了老年人負儲蓄佔產出之比例隨著k_t而增加。
      - 因為這項是**負號地進入儲蓄**，使得總儲蓄佔產出的比例(意指儲蓄率)將是k的遞減函數。因此，當$k_t < k^*$時，總儲蓄佔產出的比例(意指儲蓄率)高於其平衡成長路徑值；當$k_t > k^*$時，總儲蓄佔產出的比例就低於其平衡成長路徑值。
      - 結果：Diamond模型的收斂速度快過Solow模型的收斂速度。

經濟的動態

- 一般情況：
  - 放寬對數效用和C-D生產函數的假設。儘管模型簡單，但經濟體的廣泛豐富的行為是可能存在的。
  - 底下只討論一些有趣情況，而非試圖做全面性分析。
  - 改寫資本的動態差分方程式，有助於直覺。

$$k_{t+1} = \underbrace{\frac{1}{(1+n)(1+g)}}_{\text{兩期}(t\text{對}t+1\text{期})\text{有效勞動比}} \cdot \underbrace{s\big(f'(k_{t+1})\big)}_{\text{勞動所得的儲蓄比例}} \cdot \underbrace{\frac{f(k_t) - k_t f'(k_t)}{f(k_t)}}_{\text{工資–產出比}} \cdot \underbrace{f(k_t)}_{\text{單位有效勞動之產量}}$$

經濟的動態

- 一般情況：
  - 圖2.13顯示一些不同於圖2.11這類well-behaved的圖形
  - 圖(a)：複均衡
    - 有多個 k^*；其中 k_1^* 和 k_3^* 是安定的，存在大跳躍。
  - 圖(b)：無意義的均衡
  - 圖(c)：複均衡
  - 圖(d)：複均衡
    - 自我實現的預言 (self-fulfilling prophecy)

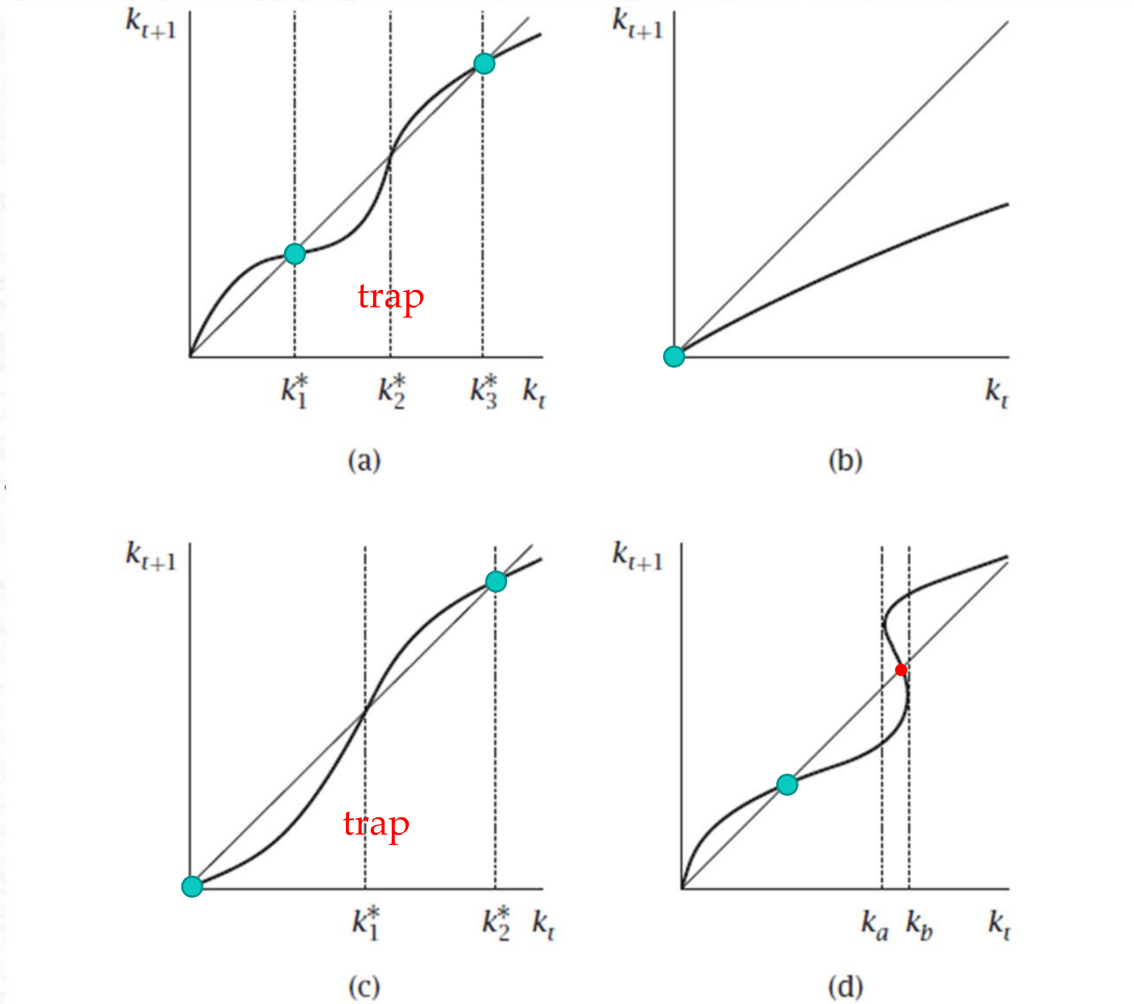
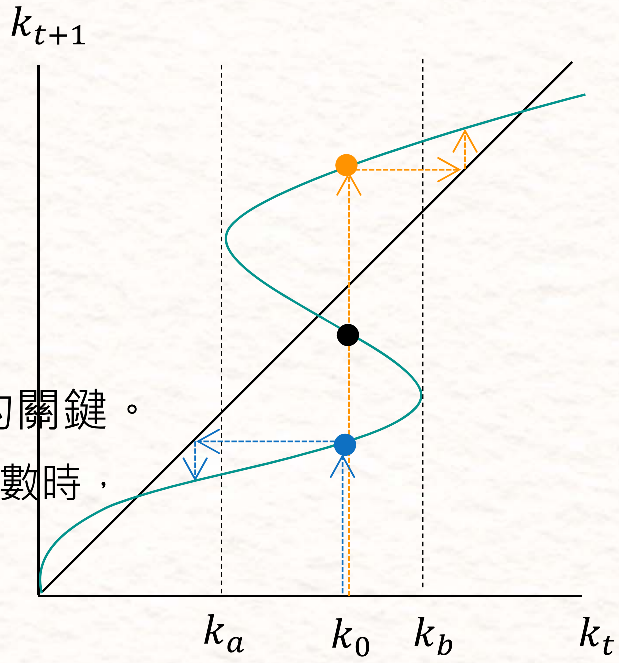


FIGURE 2.13 Various possibilities for the relationship between k_t and k_{t+1}

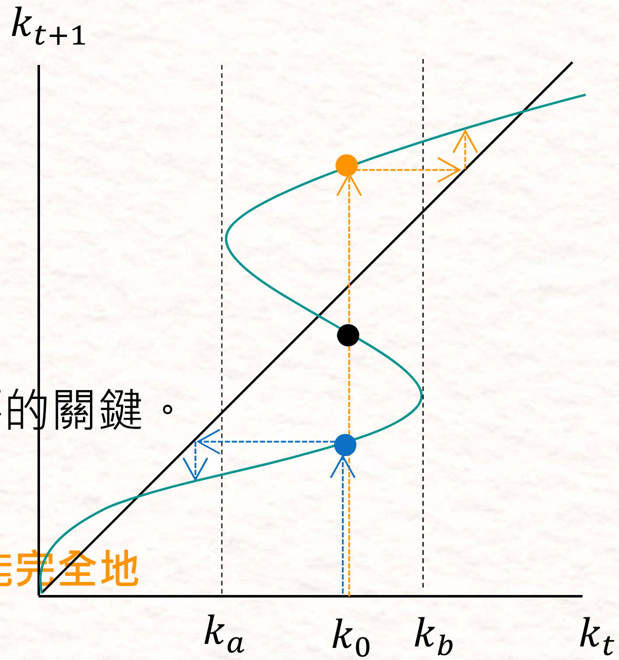
經濟的動態

- 一般情況：(續)
  - 圖(d)：k_{t+1}不是唯一由k_t所決定，民眾預期亦扮演著重要的關鍵。
    - 當$k_a < k_t < k_b$，則k_{t+1}有三個可能值。如果儲蓄是利率的減函數時，這就可能會發生。
    - 在$\frac{\partial s}{\partial r} < 0$情形下
      - 若民眾預期高的k_{t+1}，並因此預期r會是低的，那麼民眾將多儲蓄 (儲蓄高)。
      - 當民眾預期低的k_{t+1}，且因此預期利率r是高的，則民眾將少儲蓄。
    - **如果儲蓄(s)充分反映利率(r)，並且如果利率(r)也充分反映資本存量(k)，那麼，就一定會存在數個(一個以上)與給定k_t相一致的k_{t+1}值。所以，經濟體的路徑是不確定的(indeterminate)。**



經濟的動態

- 一般情況：(續)
  - 圖(d)：k_{t+1} 不是唯一由 k_t 所決定，民眾預期亦扮演著重要的關鍵。(續)
    - **方程式：$k_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g)} \cdot s\left(f'(k_{t+1})\right) \cdot \frac{f(k_t)-k_t f'(k_t)}{f(k_t)} \cdot f(k_t)$不能完全地決定：給定初始值之後的$k$如何地隨時間而演變。**
    - **這可能產生了：自我實現的預言(self-fulfilling prophecy)或太陽黑子(sunspots)能夠影響經濟行為；以及，即使沒有外生干擾，經濟體系仍展現出波動情形。**



- 究竟哪一種經濟動態路徑是可能的，取決於切確的假設是什麼。

經濟的動態

- 檢討：
  1) 因此，假設有重疊的世代而不是無限生命的家庭，對經濟動態有著潛在重要的影響：例如，持續成長可能是不可能的，或者它可能取決於初始條件。
  2) Diamond模型在回答我們關於增長的基本問題時，並沒有比Solow和Ramsey模型更好的。
     - 由於Inada條件，對充分足夠大的k_t，$k_{t+1} < k_t$
     - 具體來說，因為年輕人的儲蓄不能超過經濟的總產出，所以，$k_{t+1} \ngtr \frac{f(k_t)}{(1+n)(1+g)}$
     - 並且，因為隨著k變大，資本的邊際產量趨近於零，因此，這最終必須小於k_t。
     - k_{t+1}最終會小於k_t的事實，隱含了：k的無界限成長是不可能的。因此，**勞動效率的成長**是每人產出的長期成長的唯一潛在來源。

經濟的動態

- 檢討：
  2) Diamond模型在回答我們關於增長的基本問題時，並沒有比Solow和Ramsey模型更好的。（續）

    - 由於多個k^*的可能性，模型確實隱含了：其他情況都相同的經濟體，可以僅僅由於它們的初始條件的差異而收斂到不同的平衡增長路徑。
    - 但是，正如Solow和Ramsey模型那樣，只有透過假設每人資本和報酬率上的巨大差異，我們才能說明每人產出的大量的差異。

動態無效率的可能性

- Solow模型：當s(儲蓄率)>s_{Golden}時，**<u>降低</u>**儲蓄率能提升靜止均衡的消費水準，從而福利水準提高。因此，s(儲蓄率)>s_{Golden}的區域存在動態無效率(dynamic inefficiency)。
- 標準Ramsey模型：在無外部性、無市場不完美性，經濟達到平衡成長路徑時，資源配置將達Pareto-efficient，且福利將達到最大值。所以，其<u>具有動態效率性</u>。
- Diamond模型：
  - 與Ramsey模型之平衡成長路徑的一個主要差異：跟福利有關。
  - 在Diamond模型中，不同世代出生的個人獲得不同效用水準，因此，<u>並不清楚評估社會福利的適當方式</u>。簡當的方式是假設不同世代的福利有不同權重，但因這是任意賦予的權重，所以，沒有理由去期待Diamond模型的分權經濟的均衡能使福利達到最大。

動態無效率的可能性

- 評估效率的最低標準：均衡達到Pareto-efficient
  - 在這標準，Diamond模型的分權經濟的市場均衡不需要滿足。
  - 特別是，Diamond模型的平衡成長路徑上的資本存量，**可能超過**Golden-rule的水準，因此，可能存在著一些方法能讓消費永久增加並提高福利。
- 簡單說明Diamond模型的這個可能性：
  - 假設在對數效用、C-D生產函數的環境，並且令$g = 0$
  - 此時，平衡成長路徑的k值是：

$$k^* = \left(\frac{1}{1+n}\frac{1-\alpha}{2+\rho}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

  - 平衡成長路徑的資本邊際產量是：

$$f'(k^*) = \alpha(k^*)^{\alpha-1} = \frac{\alpha}{1-\alpha}(1+n)(2+\rho)$$

動態無效率的可能性

- k^*_{Golden}：Golden-rule下的有效每人資本存量
  - 讓經濟體系達到平衡成長路徑下之最大的有效每人消費，此時所對應的有效每人資本存量。
  - Solow模型下，它要滿足條件：$f'(k^*_{Golden}) = n + \delta + g$
    - 在這節的討論裡，我們假設$\delta = g = 0$，因此，上式退化成：

$$f'(k^*_{Golden}) = n$$

- 對比$\begin{cases} f'(k^*) = \frac{\alpha}{1-\alpha}(1+n)(2+\rho) \\ f'(k^*_{Golden}) = n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k^* = \left(\frac{1}{1+n}\frac{1-\alpha}{2+\rho}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \\ k^*_{Golden} = \left(\frac{\alpha}{n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \end{cases}$這兩式
  - 當α足夠小，Diamond模型的$f'(k^*)$會小於$f'(k^*_{Golden})$，也就是$k^* > k^*_{Golden}$ (Diamond模型之平衡成長路徑的有效每人資本相對較高)

動態無效率的可能性

- 然而， Diamond模型這樣$k^* > k^*_{Golden}$的均衡是動態無效率的。
  - $c^* = f(k^*) - nk^*$
  - 假設一個處於$k^* > k^*_{Golden}$的經濟環境。
  - ×：政府不做任何事
  - ⊙：政府於t_0透過政策讓民眾多消費、少點儲蓄(資源多配置一些在消費、少一些在儲蓄)，爾後維持住k^*_{Golden}

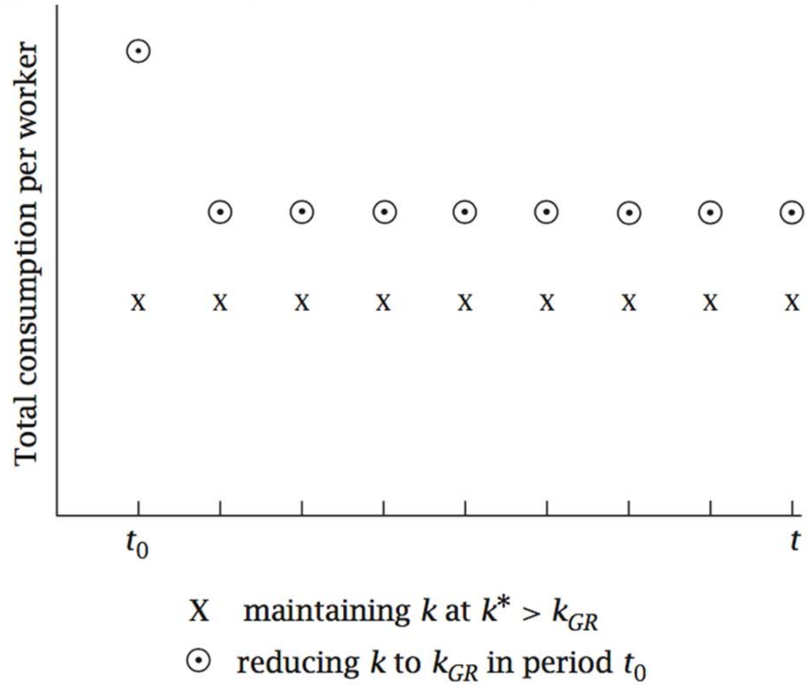


FIGURE 2.14 How reducing k to the golden-rule level affects the path of consumption per worker

動態無效率的可能性

- 經濟直覺：
  - 這看來像是個迷一樣。因為Diamond模型中，市場是競爭且無外部性，“均衡是Pareto-efficient”的標準結論怎會不成立呢？
  - 理由是：標準結論不僅假設了市場是競爭且無外部性，而且還假設了有限數量的個人。
  - 具體說，Diamond模型中，動態無效率的可能性是來自於：無窮的世代使得政府有一些方法提供給老年人消費，而這是市場做不到的。
  - 如果是在市場經濟中，個人想要在年老期消費，他們唯一的辦法是選擇持有資本，即使它的報酬率很低。然而，政府就不需要根據資本及其報酬率來決定老年人的消費。替代的是，政府可以用任何方式，區別出年輕人和老年人之間用於消費的資源。例如，政府可以從每個年輕人那裡獲得1個單位的勞動收入，並將之轉移給老年人。

動態無效率的可能性

- 經濟直覺：(續)
  - 由於每個老人有1+n個年輕人做對應，這使每個老人的消費增加1+n個單位。政府可以透過要求下一代年輕人在接下來的時期都做同樣的事情，然後在每個期間繼續這個過程，以便防止任何人變得更糟。
  - 因此，在Diamond模型下，如果資本的邊際產量小於n (即$f'(k^*) < n$) —也就是，資本存量超過黃金規則水準($k^* > k^*_{Golden}$) — 這種在年輕人和年老人之間轉移資源的方式比(市場經濟下個人決策)儲蓄更具效率，因此，政府可以改善分權經濟的資源配置。
  - 因為這類無效率不同於傳統的資源無效率，並且因為它源自於經濟的跨期結構，所以它被稱為**動態無效率**。

Diamond模型中的政府

- 將政府(支出並徵稅)引入模型，經濟動態會出現怎麼反應？
  - 只關注對數效用、C-D生產函數
  - G_t：t時期的政府每單位有效勞動的開支。
  - 政府開支的財源是完全透過對年輕人課徵定額稅
    - t期，勞工的稅後所得：$(1-\alpha)k_t^{\alpha}-G_t$，而不是$(1-\alpha)k_t^{\alpha}$

  - k的動態差分方程式變成了：

$$k_{t+1}=\frac{1}{(1+n)(1+g)}\frac{1}{2+\rho}\cdot[(1-\alpha)k_t^{\alpha}-G_t]$$

    - 愈高的G_t，在給定k_t值下，k_{t+1}就縮減了

Diamond模型中的政府

- 將政府(支出並徵稅)引入模型，經濟動態會出現怎麼反應？
  1) 假設期初經濟處於平衡成長路徑上，且G_t永久性上升
  - k_{t+1} 差分方程式下移，使得 k^* 減少實質利率($r_t = f'(k_t)$)則上升
    - 與無限期模型(像Ramsey)結果不同
      - G_t永久(暫時)性上升，k^*不變、r不變(暫時上升)
  - 直覺是：如下

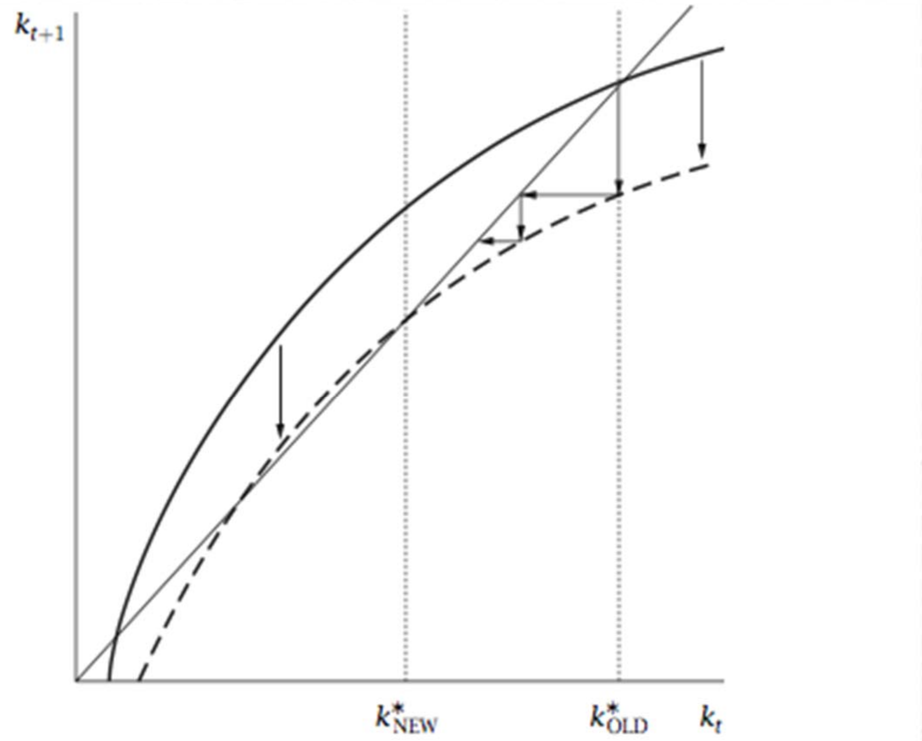


FIGURE 2.15 The effects of a permanent increase in government purchases

Diamond模型中的政府

- 將政府(支出並徵稅)引入模型，經濟動態會出現怎麼反應？
  - 直覺是：
    - G_t上升但只對年輕人課稅，而個人只活兩期，因此，他們將會使第一期消費減少，但消費減少數量會低於G_t的增量（仍有部分平滑消費作用）。
    - 這意指他們的儲蓄將降了。
    - 通常，經濟將從初始平衡成長路徑平滑地移向新的平衡成長路徑。

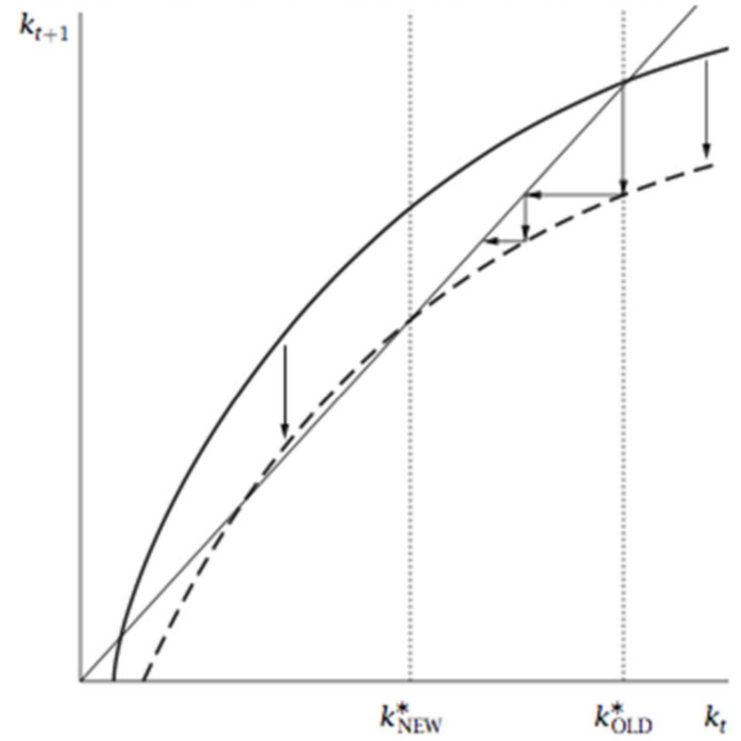


FIGURE 2.15 The effects of a permanent increase in government purchases

Diamond模型中的政府

- 將政府(支出並徵稅)引入模型，經濟動態會出現怎麼反應？
  2) 假設G_t暫時性上升（$G_L \rightarrow G_H$）
  - 個人知道政府支出會回落到G_L的事實並不會影響政府支出較高的這段時期的經濟行為
  - 年輕人的儲蓄—並因此下期資本存量—由稅後勞動所得決定
  - 而稅後勞動所得則是被當期資本存量與當期政府支出所決定
  - 因此，在政府支出較高的這段期間，k_t 逐漸滑落且 $r_t\left(= f'(k_t)\right)$ 逐漸上升
  - 一旦G_t回落到G_L，k_t逐漸回升到它的初值。

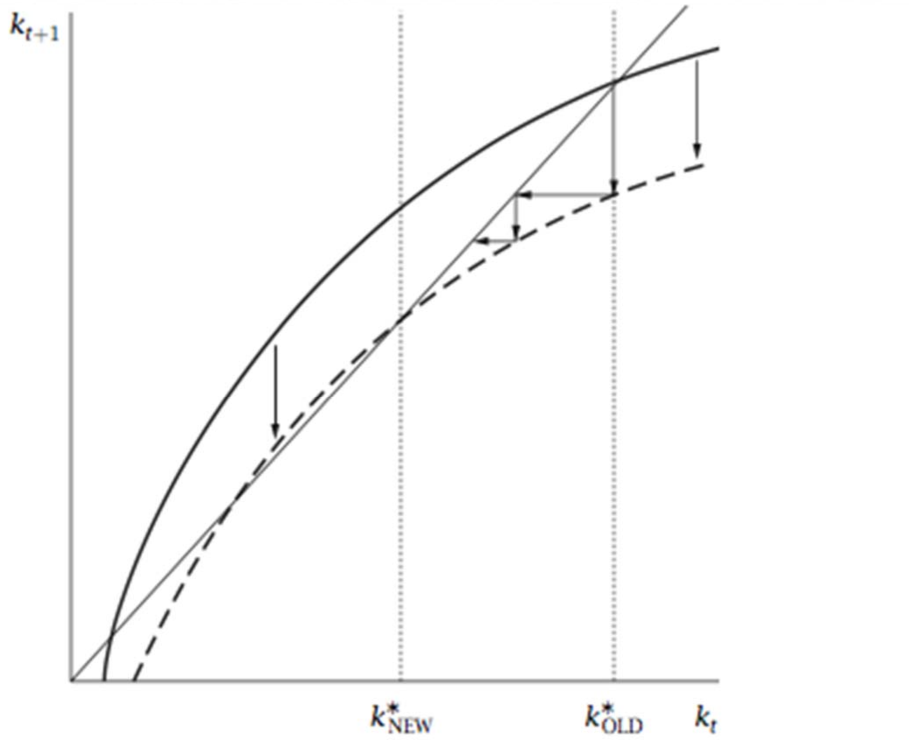


FIGURE 2.15 The effects of a permanent increase in government purchases

- The End