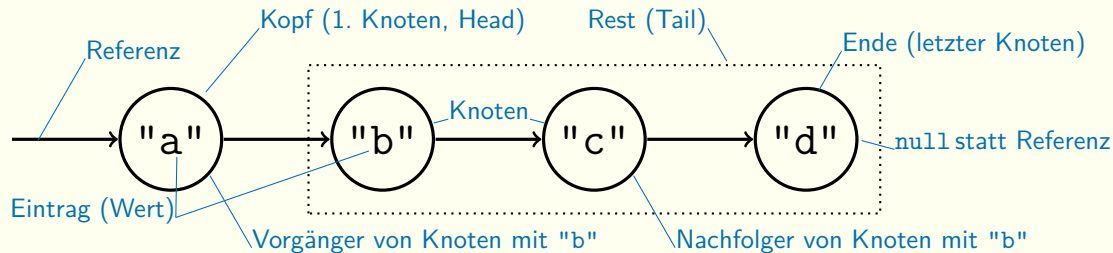


# Lineare Liste Binärer Baum





# Lineare Liste



```
public class ListNode {  
    private String value; Eintrag  
    private ListNode next; Referenz auf Nachfolger  
    ...  
}
```

**rekursive Datenstruktur** points to the `next` field.

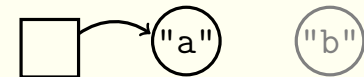


# Lineare Liste als Stack

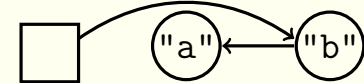


s ist Stack (abstrakter Datentyp), anfangs leer

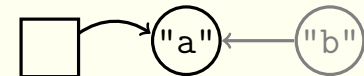
$s.push(a) \approx \{a.next = s.head; s.head = a;\}$



$s.push(b) \approx \{b.next = s.head; s.head = b;\}$



$s.pop() \approx \{s.head = s.head.next;\}$



b.next == a, aber b über s nicht auffindbar

$s.pop() \approx \{s.head = s.head.next;\}$



## Aufgabe: Eintrag in mehreren Listen

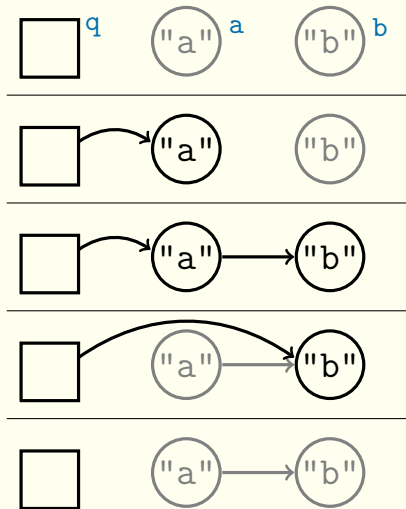
In Gruppen zu 2 bis 3 Personen:

Kann ein Eintrag gleichzeitig in mehreren unterschiedlichen Listen enthalten sein?  
Wie bzw. warum ist das (nicht) möglich?

Zeit: 2 Minuten



## Lineare Liste als Queue (mit linearer Suche)



$q$  ist Queue (abstrakter Datentyp), anfangs leer

$q.add(a) \approx \{q.head = a;\}$

eigener Zweig für Einfügen in leere Queue

$q.add(b) \approx \{a.next = b;\}$

Suche nach letztem Eintrag  $a$  (Dereferenzierungen)

$q.poll() \approx \{q.head = q.head.next;\}$

$a.next == b$ , aber  $a$  über  $q$  nicht auffindbar

$q.poll() \approx \{q.head = q.head.next;\}$



## Lineare Liste als Queue (mit last)



$q$  ist Queue (abstrakter Datentyp), anfangs leer



$q.add(a) \approx \{q.head = a; q.last = a;\}$

eigener Zweig für Einfügen in leere Queue



$q.add(b) \approx \{q.last = q.last.next = b;\}$

keine Suche nach letztem Eintrag



$q.poll() \approx \{q.head = q.head.next;\}$

$a.next == b$ , aber  $a$  über  $q$  nicht auffindbar

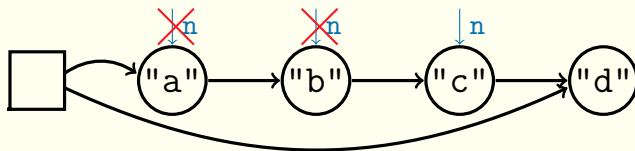


$q.poll() \approx \{q.head = q.last = null;\}$

eigener Zweig für Entfernen des letzten Knotens



## Traversieren einer Liste (Suche)



```
ListNode n = head;  
while (n != null && ...) {  
    ...  
    n = n.next();  
}
```

*n* könnte bereits zu Beginn gleich null sein

Suchbedingung

was für jeden besuchten Knoten gemacht werden soll

dereferenzieren (weitschalten)

# Aufgabe: null-Abfragen in rekursiven Datenstrukturen

In Gruppen zu 2 bis 3 Personen:

Beim Traversieren von Listen (und anderen rekursiven Datenstrukturen) sind häufig `null`-Abfragen nötig? Warum ist das so, und wo kann `null` vorkommen?

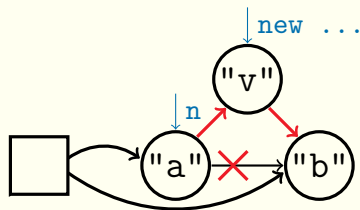
Zeit: 2 Minuten





## Einfügen in eine Liste

```
if (... /* insert at begin */) {  
    head = new ListNode(v, head);  
    if (last == null) {  
        last = head;  
    }  
} else { /* not at begin */  
    ListNode n = ...; /* insert after n */  
    n.setNext(new ListNode(v, n.next()));  
    if (last == n) {  
        last = n.next();  
    }  
}
```



Sonderbehandlung für ersten Eintrag

Referenz auf Vorgänger

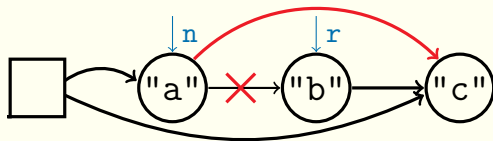
Zusatzaufwand für last



## Entfernen aus einer Liste

nur wenn zu entfernender Knoten existiert

```
if (... /* remove first node */) {  
    head = head.next();  
    if (head == null) {  
        last = null;  
    }  
} else {  
    ListNode n = ...; /* predecessor of r */  
    ListNode r = n.next(); /* to be removed */  
    n.setNext(r.next());  
    if (last == r) {  
        last = n;  
    }  
}
```



Sonderbehandlung für ersten Eintrag

Referenz auf Vorgänger

Zusatzaufwand für last

## Aufgabe: Lineare Liste versus Array

In Gruppen zu 2 bis 3 Personen:

Stellen Sie sich vor, Sie hätten kein Array zur Verfügung.

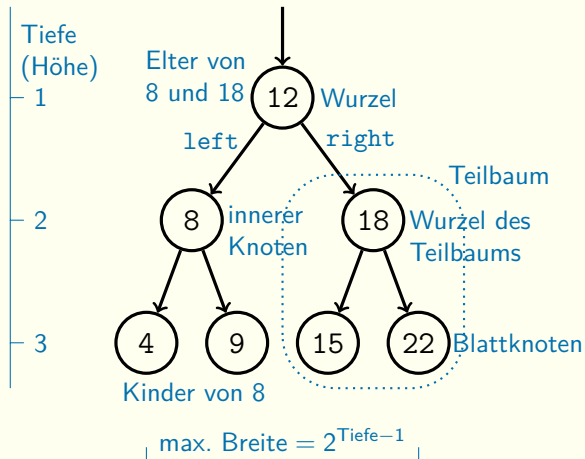
Könnte man die Funktionalität eines Arrays über lineare Listen simulieren?

Zeit: 2 Minuten

# Binärer Baum

jeder Knoten hat bis zu 2 Kinder

```
public class TreeNode {  
    private int value;  
    private TreeNode left;  
    private TreeNode right;  
    ...  
}
```





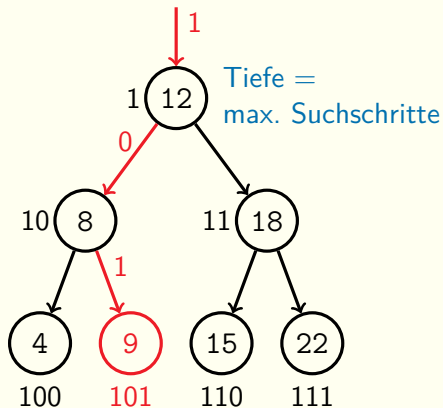
# Binärer Suchbaum

Binärer Baum, Einträge sortiert  
(z.B. links kleiner, rechts größer/gleich)

Analogie zu Binärzahlen – effiziente Suche

```
public class TreeNode {  
    private int value;  
    private TreeNode left, right;  
    ...  
    public boolean contains(int v) {  
        return v == value ||  
            (v < value ? left != null && left.contains(v)  
                : right != null && right.contains(v));  
    }  
}
```

jeweils nur ein Zweig betrachtet





# Einfügen in binären Suchbaum

```
public class TreeNode {  
    private int value;  
    private TreeNode left, right;  
    ...  
    public void add(int v) {  
        if (v < value) {  
            if (left != null) { left.add(v); }  
            else { left = new TreeNode(v); }  
        } else if (v > value) {  
            if (right != null) { right.add(v); }  
            else { right = new TreeNode(v); }  
        }  
    }  
}
```

links oder rechts?

wenn Teilbaum existiert, rekursiver Aufruf

sonst Platz zum Einfügen gefunden

nicht einfügen wenn schon vorhanden,  
Bedingung weglassen für mehrfache Vorkommen

## Aufgabe: Wie viel effizienter ist Suche im Baum?

In Gruppen zu 2 bis 3 Personen:

Bei der Suche im (und beim Einfügen in den) binären Suchbaum wird jeweils nur einer der beiden Kinder besucht.

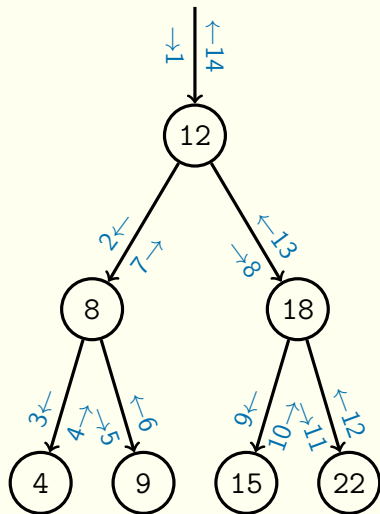
Bedeutet das, dass nur ca. 50% der Knoten im Baum besucht werden, oder sind es mehr bzw. weniger?

Zeit: 2 Minuten



# Traversieren des gesamten Baums

```
public class TreeNode {  
    private int value;  
    private TreeNode left, right;  
    ...  
    public void visit() {  
        ... in Reihenfolge ↓ (12,8,4,9,18,15,22)  
        if (left != null) { left.visit();}  
        ... in sortierter Reihenfolge (4,8,9,12,15,18,22)  
        ... Vertauschen kehrt Sortierreihenfolge um  
        if (right != null) { right.visit(); }  
        ... in Reihenfolge ↑ (4,9,8,15,22,18,12)  
    }  
}
```





# Rekursion

nur sinnvoll mit **Fundierung** und **Fortschritt**

rekursive **Methoden**: Fundierung durch **Abbruchbedingung**  
Fortschritt durch **andere Parameterwerte** in jedem Aufruf

rekursive **Datenstrukturen**: Fundierung durch **null** oder **spezielle Knoten**  
Fortschritt durch **induktiven Aufbau**  
(schrittweises Hinzufügen von Knoten und Referenzen)

rekursive Methoden oft mit rekursiven Datenstrukturen gekoppelt:  
Abbruchbedingung ist **Erreichen von null oder speziellem Knoten**  
Fortschritt durch **Dereferenzieren** bei rekursiven Aufrufen

# Aufgabe: Dereferenzierung bei rekursiven Aufrufen

In Gruppen zu 2 bis 3 Personen:

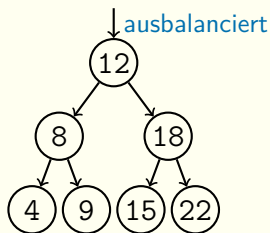
Wo wird in rekursiven Aufrufen von `add` bzw. `contains` im Baum dereferenziert?

Zeit: 2 Minuten

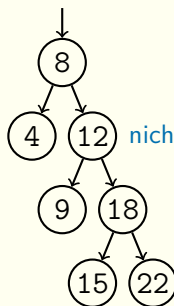


## Baumstruktur von Reihenfolge des Einfügens abhängig

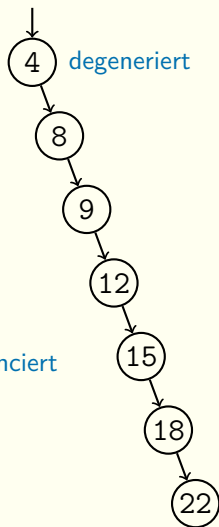
```
t.add(12);  
t.add(8);  
t.add(18);  
t.add(4);  
t.add(9);  
t.add(15);  
t.add(22);
```



```
t.add(8);  
t.add(12);  
t.add(18);  
t.add(4);  
t.add(9);  
t.add(15);  
t.add(22);
```



```
t.add(4);  
t.add(8);  
t.add(9);  
t.add(12);  
t.add(15);  
t.add(18);  
t.add(22);
```





## Binärer Suchbaum benötigt Sortierbarkeit

```
public class TNode {  
    private String key, value;  
    private TNode left, right;  
    ...  
    private int compare(String k) {  
        if (k == null) {  
            return key == null ? 0 : -1;  
        }  
        if (key == null) {  
            return 1;  
        }  
        return k.compareTo(key);  
    }  
}
```

Vergleich nur mit key, nicht mit value

$x.compareTo(y) \rightarrow$  -1 wenn x kleiner y  
0 wenn x gleich y  
1 wenn x größer y