Комбинаторная оптимизация Задача о рюкзаке

2 марта 2025 г.

1 Формулировка

Дано N предметов и рюкзак вместимости W. Каждый предмет описывается парой (c_i, w_i) — стоимостью и весом.

Набор $I \subseteq \{1, ..., N\}$ предметов называется допустимым, если выполнено условие

$$\sum_{i \in I} w_i \leqslant W$$

Стоимостью набора называется величина

$$C(I) = \sum_{i \in I} c_i$$

Допустимый набор называется *оптимальным*, если не существует допустимого набора с большей стоимостью.

Ваша задача заключается в поиске допустимого решения, максимального близкого по стоимости к оптимальному.

2 Входные данные

Первая строка входных данных содержит два целых числа N и W — количество предметов и максимальный вес рюкзака. В следующих N строках содержатся пары целых чисел (c_i, w_i) , описывающие предметы. Для всех тестов верно, что $N \leq 200\,000$ и $W \leq 2\,500\,000$. Гарантируется, что стоимость любого допустимого решения помещается в стандартный тип int.

3 Формат вывода

Первая строка выходных данных должна содержать число C — стоимость вашего допустимого набора. Во второй строке должны быть перечислены номера предметов составляющих ваш набор, то есть набор различных чисел из диапазона $[1,2,\ldots,n]$.

4 Ограничения

• Ограничение по времени: 10с

• Ограничение по памяти: 512МВ

В качестве языка программирования разрешается использовать только C++ с версиями компияторов из Яндекс Контеста. Использование сторонних библиотек для оптимизации запрещено — код оптимизационного движка должен быть написан вами.

5 Оценивание

Оценка за задачу состоит из оценки за качество вашего решения (не более 5 баллов) и оценки за отчет (не более 1 балла). При этом в случае, если стоимость вашего решения не превосходит стоимости жадного решения, получить больше 1 балла за задачу нельзя.

Оценивание качества вашего решения будет производится на основе разности ответов вашего решения и оптимального решения. Суммарный балл будет получаться как сумма баллов по каждому из тестов. На заданном тесте оптимальное решение будет оцениваться в 0.5 балла, а жадное решение в 0.05 балла.

6 Полезные советы

- Для поиска оптимума на открытых тестах вы можете применить динамическое программирование (например, динамику по весу), оно будет долго работать, но вы узнаете оптимальное решение и будете понимать к чему надо стремиться.
- Начните с простого решения и старайтесь постепенно его усложнять. Попробуйте разные подходы, рассказанные на семинаре.
- В Яндекс Контесте баллы отожражаются как дробь $\frac{your_score}{greedy\ score}$.

7 Технические подробности

В архиве предоставлен публичный набор тестов, на котором можно отлаживать свою программу и сравнивать свои результаты с другими участниками. Решение будет оцениваться на приватном наборе тестов, который по структуре похож на публичный. Тесты с 1 по 10 в последеней задаче контеста соответствуют публичным тестам, с 11 по 20 — приватным тестам. Мы отображаем время работы, чтобы вы понимали, на каждой из посылок в этой задаче, успело ли отработать решение.

В качестве решения вы должны прислать ссылку на вашу посылку в Яндекс Контесте и отчет с описанием решения. Описание идей и экспериментов (даже неудачных) поощряются.

Содержимое архива

- data/* набор публичных тестов
- ullet example.py пример решения, демонстрирующий формат ввода/вывода