

Задание:

Используя метод интегрирования Верле, либо другой метод, разработать математическую модель ткани.

Вершины ткани должны иметь возможность перемещаться лишь в плоскости XOY. Любую из вершин ткани должно быть можно зафиксировать в пространстве и перемещать при помощи курсора мыши.

Ребра, соединяющие вершины, должны быть окрашены в красный цвет так, что яркость этого цвета должна быть пропорциональна деформации этой связи.

Приложение должно быть написано на javascript и чистом webgl без библиотек.

Основные принципы работы программы:

Для моделирования ткани применялся метод интегрирования Верле, описанный в статье Advanced character physics, которая приложена к архиву. Главной особенностью этого метода является отсутствие вектора скорости при расчете движения частицы. Этот вектор мы заменяем разностью между координатами нашей частицы в данный момент времени и ранее. Таким образом, положение частицы можно найти по формуле

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} + (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) + a * \Delta t^2,$$

где \mathbf{x}' - координаты частицы в момент времени t ,

\mathbf{x} - координаты частицы в момент времени $t - 1$,

\mathbf{x}^* - координаты частицы в момент времени $t - 2$.

Очевидно, что после того, как вычислено новое положение частицы, необходимо увеличить значение t на единицу и заменить значения в переменных \mathbf{x} и \mathbf{x}^* .

Ткань представляет собой сетку из узлов, соединенных жесткими ребрами. На каждый из узлов действует сила тяжести, но его движение ограничено окружающими ребрами. То есть для моделирования ткани необходимо следить, чтобы расстояние между соседними узлами сетки всегда было равно шагу сетки. Это условие можно записать следующим образом

$$|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2| = d,$$

где d – шаг сетки.

Чтобы расстояние между соседними узлами было равно шагу сетки, мы обходим массив узлов и вычисляем длины всех ребер. Если длина какого-то из ребер не равна d , мы смещаем узлы, стоящие на концах этого ребра друг к другу или друг от друга, чтобы

дистанция между ними равнялась d . На языке математики наш принцип можно записать так

$$\begin{aligned}\Delta &= |x_2 - x_1|, \\ diff &= \frac{\Delta - d}{\Delta}, \\ x_1 &= x_1 - \frac{\Delta diff}{2}, \\ x_2 &= x_2 + \frac{\Delta diff}{2},\end{aligned}$$

где $diff$ — коэффициент деформации ребра между узлами x_2 и x_1 .

Но если мы восстановим корректную длину одного ребра, мы можем нарушить длины нескольких других ребер. Эта проблема решается тем, что мы обходим массив узлов сетки и сдвигаем узлы не один раз, а несколько. Практика показывает, что с каждой итерацией перемещение узлов будет становиться меньше, и в пределе мы получим довольно реалистично выглядящую модель ткани. Практика также подсказывает, что в большинстве случаев для качественной визуализации достаточно двадцати итераций.

Таким образом, перед отрисовкой очередного кадра анимации необходимо вычислить новое положение каждого узла сетки, а затем скорректировать координаты узлов с учетом шага сетки, выполнив несколько проходов по массиву узлов.

Напряжение в узле $(i;j)$ сетки можно найти по формуле

$$Q_{i,j} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |diff_k|,$$

где n — количество ребер, смежных с этим узлом,

$|diff_k|$ — коэффициент деформации k -го смежного с этим узлом ребра.

Когда найдены напряжения во всех узлах сетки, мы находим наибольшее из них, и делим все напряжения на этот коэффициент. Теперь напряжения в узлах сетки нормированы, и на их основе можно выбрать цвет в пределах от синего до красного. Ребра раскрашиваются градиентом между цветами узлов, которые они соединяют.