

# 1. Цель работы

Определение постоянной Ридберга для спектра излучения атомарного водорода.

## 1.1 Теоретическая часть

Исследования английского физика Э. Резерфорда (1911г.) установили так называемую планетарную модель строения атома. Согласно этой модели, весь положительный заряд и почти вся масса атома ( $> 99.94\%$ ) сосредоточены в атомном ядре, размер которого ничтожно мал ( $10^{-15}\text{м}$ ) по сравнению с размером атома ( $10^{-10}\text{м}$ ). Вокруг ядра по замкнутым круговым орбитам движутся электроны, образуя электронную оболочку атома.

Заряд ядра равен по абсолютному значению суммарному заряду электронов и может быть найден по следующей формуле:

$$q = Ze, \quad (1)$$

где,  $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$  Кл – элементарный заряд,  $Z$  – порядковый номер элемента в периодической системе Менделеева.

Однако эта модель не укладывалась в рамки закона классической физики, согласно которым, электрон, двигаясь равноускоренно, должен непрерывно излучать (терять) энергию и, в конце концов, упасть на ядро. Атом должен давать сплошной спектр излучения, так как частота вращения электрона по мере приближения к ядру непрерывно изменяется (соответственно, так же меняется и частота излучения).

В действительности атом весьма устойчив и излучает линейчатый спектр, что говорит о том, что частота вращения электрона может принимать лишь определенные значения.

В нашей работе мы будем рассматривать спектр излучения атома водорода, как самого простого вещества. Кроме того, только к атому водорода применима теория Резерфорда. Более сложные атомы описываются только

законами квантовой механики.

В нашей работе мы будем рассматривать спектр излучения атома водорода, как самого простого вещества. Кроме того, только к атому водорода применима теория Резерфорда. Более сложные атомы описываются только законами квантовой механики.

В видимой части этого спектра атома водорода обнаружены четыре линии со следующими длинами волн:

$\lambda_{\text{к}} = 0.656 \text{ мкм}$  — красная линия;

$\lambda_{\text{г}} = 0.486 \text{ мкм}$  — голубая линия;

$\lambda_{\text{с}} = 0.434 \text{ мкм}$  — синяя линия;

$\lambda_{\text{ф}} = 0.410 \text{ мкм}$  — фиолетовая линия.

Швейцарский физик И. Бальмер и шведский физик И. Ридберг установили эмпирическую формулу для определения длин волн этих линий (серия Бальмера):

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (2)$$

где  $n = 3, 4, 5, 6, \dots$ ,  $R = 1.0974 \times 10^7 \text{ м}^{-1}$  — постоянная Ридберга, вычисляемая теоретически по формуле:

$$R = \frac{me^4}{8h^2 \varepsilon_0^2}, \quad (3)$$

где  $m$ ,  $e$  — масса и заряд электрона,  $h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$  — постоянная Планка,  $\varepsilon_0$  — электрическая постоянная.

Существуют и другие серии излучений (Лаймана, Пашена и др.), которые к нашему опыту не имеют прямого отношения.

Датский физик Н. Бор (1913г.) усовершенствовал атомную модель Резерфорда и создал другую модель строения атома, в основу которой положил три постулата (постулаты Бора):

Электроны могут двигаться в атоме только по орбитам определенного радиуса, на которых момент импульса электрона кратен постоянной Планка  $\hbar = h/2\pi$ . Это условие квантования радиуса орбиты выражается формулой:

$$mvr = n\hbar, \quad (4)$$

где  $m$  — масса электрона,  $v$  — скорость электрона,  $r$  — радиус орбиты,  $n = 1, 2, 3, \dots$  — главное квантовое число.

Движение электрона по таким стационарным орбитам не сопровождается излучением (поглощением) энергии.

Переход электрона с одной орбиты на другую сопровождается излучением или поглощением кванта энергии:

$$h\nu = W_1 - W_2, \quad (5)$$

где  $W_1$  и  $W_2$  — энергии стационарного состояния атома.

Таким образом, частота излучения определяется разностью энергий, а не частотой вращения электрона в атоме.

В атоме изотопа водорода  ${}^1_1\text{H}$  один электрон вращается вокруг одного протона. Заряды электрона и протона равны по модулю величине элементарного заряда  $e$ .

Пусть электрон вращается по круговой орбите радиуса  $r$ , тогда на него будет действовать кулоновская сила, направленная в центр орбиты:

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r}, \quad (6)$$

Откуда:

$$mv^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (7)$$

где  $m = 9.11 \times 10^{-31} \text{ кг}$  — масса электрона,  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ Ф/м}$  — электрическая постоянная.

Решим совместно уравнения (4) и (7), исключая скорость. Из (4) имеем:

$$v = \frac{n\hbar}{mr} \quad (8)$$

Подставив скорость в формулу (7), получим

$$m \frac{n^2 \hbar^2}{m^2 r^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (9)$$

откуда радиус орбиты электрона равен

$$r = n^2 \frac{\epsilon_0 \hbar^2 4\pi}{me^2} = n^2 \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{\pi m e^2} \quad (8)$$

Полная энергия электрона в атоме есть сумма кинетической энергии и потенциальной энергии притяжения электрона к ядру:

$$W = W_\kappa + W_n = \frac{mv^2}{2} + \left( -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \quad (9)$$

Из (7) следует, что

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} \quad (10)$$

тогда полная энергия

$$W = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} \quad (11)$$

Таким образом, полная энергия электрона отрицательна и равна по модулю его кинетической энергии. Подставляя (10) в (8), получаем

$$W = -\frac{1}{n^2} \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \quad (12)$$

Для ближайшей к ядру орбите ( $n = 1$ ) полная энергия электрона, находящегося на этой орбите, равна:

$$W_1 = -\frac{1}{1^2} \frac{9.11 \cdot 10^{-31} \times (1.6 \cdot 10^{-19})^4}{8 \times (8.85 \cdot 10^{-12})^2 \times (6.625 \cdot 10^{-34})^2} = -21.68 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = -13.55 \text{ эВ} \quad (13)$$

$$[1 \text{ эВ} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Дж}].$$

Полная энергия электронов в атоме называется энергетическим уровнем атома. На рис. 1 схематически изображены уровни энергии атома водорода.

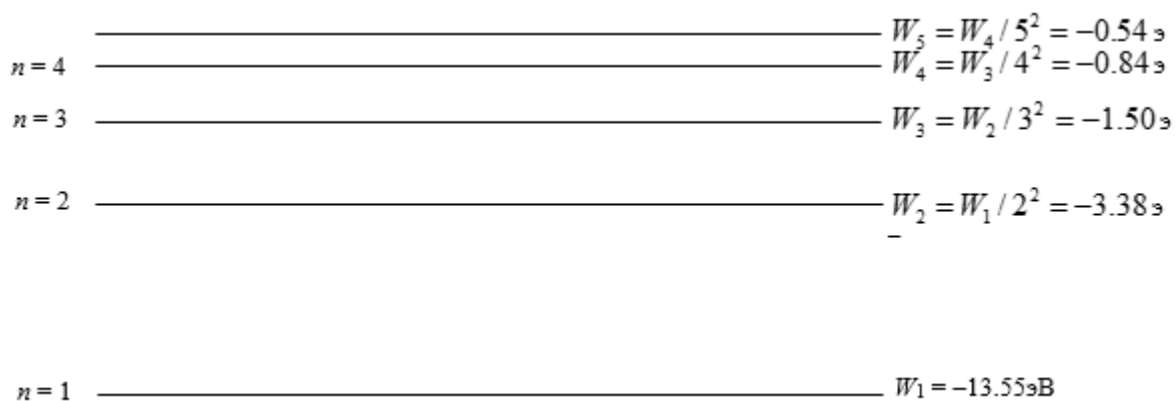


Рисунок 1 - схема уровней энергии атома водорода

Атом может излучать и поглощать электромагнитные волны только вполне определенных частот (длин волн), чем и обусловлен линейчатый характер водородного спектра.

Серия Бальмера соответствует переходу атома на второй уровень энергии с более высокого. А именно, красная линия соответствует переходу с третьего уровня на второй ( $n=3 \rightarrow n=2$ ). При этом частота излучения, согласно (5), равна:

$$\nu_{кр} = \frac{W_3 - W_2}{h} = \frac{-1.5эВ + 3.38эВ}{h} = \frac{1.88эВ}{h} [\text{Гц}] \quad (14)$$

а соответствующая длина волны

$$\lambda_{кр} = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{1.88 \cdot 1.6 \times 10^{-19}} [\text{м}] \quad (15)$$

Подставляя константы, получим

$$\lambda_{кр} = \frac{6.625 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{1.88 \times 1.6 \cdot 10^{-19}} = 6.607 \times 10^{-7} \text{ м} = 0.661 \text{ мкм} = 661 \text{ нм} \quad (16)$$

Для переходов с четвертого, пятого и шестого энергетических уровней на второй мы будем иметь в спектре излучения атома водорода длины волн, соответствующие голубому ( $\lambda_{\text{гол}} = 489 \text{ нм}$ ), синему ( $\lambda_{\text{син}} = 437 \text{ нм}$ ) и фиолетовому ( $\lambda_{\text{фио}} = 414 \text{ нм}$ ) цветам, соответственно. При этом расхождения этих длин волн со значениями, полученными в результате эксперимента, не превышают 0,8%.

## 1.2 Экспериментальная часть

Согласно эмпирической формуле (2), постоянную Ридберга можно определить, зная длину волны излучения для соответствующего

энергетического уровня.

Например, в видимом спектре излучения (серия Бальмера) атом водорода испускает свет с длиной волны  $\lambda_{кр}$ , соответствующей красному цвету. Эта первая видимая линия отвечает переходу атома с третьего на второй энергетический уровень. Таким образом, постоянная Ридберга может быть определена, как

$$R_{кр} = \frac{1}{\lambda_{кр} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)} \quad (17)$$

Вторая линия видимого спектра с длиной волны  $\lambda_{гол}$ , соответствующей голубому цвету, возникает при переходе атома с четвертого на второй энергетический уровень, и постоянная Ридберга определяется так:

$$R_{гол} = \frac{1}{\lambda_{гол} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right)} \quad (18)$$

Переход со следующего (с пятого) энергетического уровня на второй сопровождается излучением с длиной волны  $\lambda_{син}$ , соответствующей синему цвету, и постоянную Ридберга находим, как:

$$R_{син} = \frac{1}{\lambda_{син} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2} \right)} \quad (19)$$

При достаточно точном определении соответствующих длин волн все три значения постоянной Ридберга должны быть одинаковыми.

### 1.3 Методика проведения эксперимента

1. Подготавливаем Таблицу №1 для экспериментальных данных и

результатов их обработки.

Таблица 1 - Экспериментальные данные и результаты их обработки

Длина волны $\lambda$ , м	№ уровня, с которого происходит переход	Постоянная Ридберга $R$ , м <sup>-1</sup>
	3	
	4	
	5	

2. Глядя в окуляр монохроматора и вращая регулятор длины волны, находим красную полосу, отчетливо выделяющуюся на общем фоне спектра и добиваемся, чтобы она находилась по середине области обзора. Соответствующая длина волны (в нм) будет отображаться на счетчике монохроматора. Ее мы записываем в первую строку Таблицы №1 столбца «Длина волны», переводя значение в метры.
3. Аналогичным образом пытаемся отыскать в спектре голубую и синюю линии и записываем в Таблицу №1 значения длин их волн в метрах.
4. По формулам (12), (13) и (14) рассчитываем значения постоянной Ридберга и записываем их в соответствующие ячейки Таблицы №1 (в м<sup>-1</sup>).
5. Вычисляем среднее арифметическое значение постоянной Ридберга

$$\langle R \rangle = \frac{R_{кр} + R_{гол} + R_{син}}{3} \quad (20)$$

6. Находим среднеквадратическую абсолютную погрешность определения постоянной Ридберга:



$$\Delta R = \frac{|\langle R \rangle - R_{кр}| + |\langle R \rangle - R_{сол}| + |\langle R \rangle - R_{син}|}{3} \quad (21)$$

7. Записываем окончательный результат:

$$R = \langle R \rangle \pm \Delta R \text{ м}^{-1} \quad (22)$$

### 1.3.1 Проверка результатов

Относительная разность теоретического значения постоянной Ридберга, вычисленного по формуле (501.3), и среднего экспериментального ее значения не должна превышать 1%:

$$\delta = \frac{R_{теор} - \langle R \rangle}{R_{теор}} < 1\% \quad (23)$$

Если это так, что эксперимент выполнен успешно.

## 2. Расчеты

### 2.1 Входные данные

Экспериментальным путем были найдены следующие длины волн:

1. Излучение при переходе ( $3 \rightarrow 2$ ) с длиной волны:  $632 \cdot 10^{-9}$  м;
2. Излучение при переходе ( $4 \rightarrow 2$ ) с длиной волны:  $481 \cdot 10^{-9}$  м;
3. Излучение при переходе ( $5 \rightarrow 2$ ) с длиной волны:  $463 \cdot 10^{-9}$  м;

### 2.2 Расчеты постоянной Ридберга

При помощи среды разработки Pycharm, фреймворка Numpy, фреймворка Loguru и языка программирования Python произведены расчеты среднего значения постоянной Ридберга, найдена среднеквадратическая

абсолютная погрешность при определении постоянной, также найдена относительная разность между теоретическим значением постоянной и экспериментальным. Основные результаты представлены ниже, результаты работы программы показаны на рисунке 2, код программы представлен в приложении 1.

```

Connected to pydev debugger (build 221.6008.17)
C:\Users\kupriashinnr\AppData\Local\Programs\Python\Python310\python.exe "D:\Py
2023-04-19 13:30:31.127 | INFO      | __main__:rascheti:34 -
Длина волны при переходе с 3 на 2 уровень: 6.32e-07
Длина волны при переходе с 4 на 2 уровень: 4.81e-07
Длина волны при переходе с 5 на 2 уровень: 4.63e-07

2023-04-19 13:30:31.127 | INFO      | __main__:rascheti:44 -
Постоянная ритберга для длины волны 6.32e-07 составляет 1.1392405063291138e+07
Постоянная ритберга для длины волны 4.81e-07 составляет 1.1088011088011087e+07
Постоянная ритберга для длины волны 4.63e-07 составляет 1.0284891494394734e+07

2023-04-19 13:30:31.143 | INFO      | __main__:rascheti:50 -
Среднее значение постоянной Ритберга составляет: 1.092176921523232e+07
2023-04-19 13:30:31.143 | INFO      | __main__:rascheti:58 -
Среднеквадратическая абсолютная погрешность: 0.04245851472250569e+07
2023-04-19 13:30:31.143 | INFO      | __main__:rascheti:71 -
Теоретическое значение постоянной Ритберга: 1.0974e+07
Вычисленное значение: 1.092176921523232e+07
Относительная разность составляет: 0.475950289481315 %

Process finished with exit code 0

```

Рисунок 2 - результаты работы программы по нахождению постоянной Ридберга и погрешностей

Полученные данные занесены в таблицу 2.

Таблица 2 – Полученные расчетные данные

Длина волны $\lambda$ , м	№ уровня, с которого происходит переход	Постоянная Ридберга $R$ , м <sup>-1</sup>
------------------------------	--	--

$632 \cdot 10^{-9} \text{ м}$	3	$1.13924 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
$481 \cdot 10^{-9} \text{ м}$	4	$1.10880 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
$463 \cdot 10^{-9} \text{ м}$	5	$1.02849 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Среднее значение		$1.09218 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$

Согласно рисунку 2, среднеквадратическая абсолютная погрешность составляет  $0.04246 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ , откуда окончательный результат постоянной Ридберга, найденной экспериментальным путем:

$$(1.09 \pm 0.04) \cdot 10^7 \text{ м}^{-1} \quad (24)$$

При этом, согласно рисунку 2, относительная разность теоретического значения постоянной Ридберга, вычисленной по формуле 3, и среднего экспериментального ее значения не превышает 1% и составляет 0.48%.

### 3. Вывод

В данной лабораторной работе экспериментальным путем была найдена постоянная Ридберга для линий излучения атома водорода на длинах волн: 632 нм, 481 нм и 463 нм, которая составляет  $(1.09 \pm 0.04) \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ . При этом относительная разность, вычисленного теоретически значения постоянной, и полученной в данном эксперименте составляет 0.48%.

Для расчетов был применен комплекс информационных продуктов, таких как: среда разработки на языке Python – Pycharm, фреймворк математического моделирования – Numpy, фреймворк логирования – Loguru. Расчеты проводились с помощью языка программирования – Python.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

```
import sys

sys.path.insert(1,
                r'F:\2 семестр Магистратура\Технологии обработки и контроля
оптики\Лабораторные работы\Лабораторные
работы_выполнение\Лабораторная работа №2\L2\venv\Lib\site-packages')

import numpy
from loguru import logger

# ФУНКЦИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА ПОСТОЯННОЙ РИТБЕРГА, КОТОРАЯ
ПРИНИМАЕТ ДЛИНУ ВОЛНЫ И НОМЕР УРОВНЯ
def const_Ritberg(wavelength: numpy.float64, number_level: int) ->
numpy.float64:
    ritberg_const = numpy.divide(
        1,
        numpy.dot(
            wavelength,
            numpy.divide(
                1,
                2 ** 2
            ) - numpy.divide(
                1,
                number_level ** 2
            )
        )
    )
```

```
return ritberg_const
```

```
def rascheti():
```

```
    # ВХОДНЫЕ ПАРАМЕТРЫ
```

```
    wavelength_3_2 = numpy.dot(632, 10 ** (-9))
```

```
    wavelength_4_2 = numpy.dot(481, 10 ** (-9))
```

```
    wavelength_5_2 = numpy.dot(463, 10 ** (-9))
```

```
    logger.info(f"\nДлина волны при переходе с 3 на 2 уровень:
```

```
{wavelength_3_2}\n"
```

```
        f'Длина волны при переходе с 4 на 2 уровень: {wavelength_4_2}\n"
```

```
        f'Длина волны при переходе с 5 на 2 уровень: {wavelength_5_2}\n")
```

```
    # РАСЧЕТ ПОСТОЯННЫХ РИТБЕРГА ДЛЯ ДЛИН ВОЛН
```

```
    ritberg_wavelength_3_2 =
```

```
numpy.dot(const_Ritberg(wavelength=wavelength_3_2, number_level=3), 10 **  
(-7))
```

```
    ritberg_wavelength_4_2 =
```

```
numpy.dot(const_Ritberg(wavelength=wavelength_4_2, number_level=4), 10 **  
(-7))
```

```
    ritberg_wavelength_5_2 =
```

```
numpy.dot(const_Ritberg(wavelength=wavelength_5_2, number_level=5), 10 **  
(-7))
```

```
    logger.info(f"\nПостоянная ритберга для длины волны {wavelength_3_2}  
составляет {ritberg_wavelength_3_2}e+07\n"
```

```
        f'Постоянная ритберга для длины волны {wavelength_4_2}
```

```
составляет {ritberg_wavelength_4_2}e+07\n"
```

```
f"Постоянная ритберга для длины волны {wavelength_5_2}  
составляет {ritberg_wavelength_5_2}e+07\n")
```

```
# СРЕДНЕЕ ЗНАЧЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ РИТБЕРГА  
sred_ritberg_const = numpy.mean([ritberg_wavelength_3_2,  
ritberg_wavelength_4_2, ritberg_wavelength_5_2])  
logger.info(f"\nСреднее значение постоянной Ритберга составляет:  
{sred_ritberg_const}e+07")
```

```
# СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКАЯ ОБСОЛЮТНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ  
abs_3_2 = numpy.abs(sred_ritberg_const - ritberg_wavelength_3_2)  
abs_4_2 = numpy.abs(sred_ritberg_const - ritberg_wavelength_4_2)  
abs_5_2 = numpy.abs(sred_ritberg_const - ritberg_wavelength_5_2)  
sred_abs_error = numpy.mean([abs_3_2, abs_4_2, abs_5_2])
```

```
logger.info(f"\nСреднеквадратическая абсолютная погрешность:  
{sred_abs_error}e+07")
```

```
# ПРОВЕРКА РЕЗУЛЬТАТА  
ritberg_teor = numpy.dot(1.0974, 1)  
  
otnos_raznost = numpy.dot(  
    numpy.divide(  
        ritberg_teor - sred_ritberg_const,  
        ritberg_teor  
    ),  
    100  
)
```

```
logger.info(f"\nТеоретическое значение постоянной Ритберга:
```

{ritberg\_teor}e+07\n"

f"Вычисленное значение: {sred\_ritberg\_const}e+07\n"

f"Относительная разность составляет: {otnos\_raznost} %")

if \_\_name\_\_ == '\_\_main\_\_':

    rascheti()