MERKE -Definitionen

Pumping Lemma für reguläre Sprachen

Wenn L eine reguläre Sprache ist, dann existiert eine natürliche Zahl n_L (Pumpingzahl), sodass für alle Wörter $z \in L$ mit $|z| \geq n_L$ eine Zerlegung der Form: $z = uvw$ existiert.
mit folgenden Eigenschaften:
1) $|uv| \leq n_L$
2) $|v| \geq 1$
3) $z_i =_{df} uv^iw \in L$ für alle natürl. Zahlen i

Pumping Lemma für kontextfreie Sprachen

Wenn L eine kontextfreie Sprache ist, dann existiert eine natürliche Zahl n_L (Pumpingzahl), sodass für alle Wörter $z \in L$ mit $|z| \geq n_L$ eine Zerlegung der Form: $z = uvwxy$ existiert.
mit folgenden Eigenschaften:
1) $|vwx| \leq n_L$
2) $|vx| \geq n$
3) $z_i =_{df} uv^iwx^iy \in L$ gilt für alle natürlichen Zahlen

CS-Grammatik

Regeln für kontextsensitive Grammatik

1) Nicht-λ-Regel: $|p| \leq |q|$ (für alle $p \to q \in P$)
$\left.\begin{array}{l} \to X \to YZ \\ \to XY \to UV \\ \to X \to a \end{array}\right\}$ $X, Y, Z, U, V \in N$, $a \in T$
(→ auch: $aX \to Xa$, $S \to aAbc$)

2) Es gibt höchstens eine λ-Regel: $S \to \lambda$
→ wenn $S \to \lambda \in P$, dann kommt S auf keiner Rechten Seite mehr vor

CF-Grammatik

Regeln für kontextfreie Grammatik

1) nicht-λ-Regel: haben die Form $X \to \omega$ mit $x \in \mathbb{N}$ und $\omega \in (N \cup T)^+$
$\left.\begin{array}{l} \to X \to YZ \\ \to X \to a \end{array}\right\}$ $X, Y, Z \in N$; $a \in T$
↳ d.h.: - X steht alleine und hat weder links noch rechts Kontext
- ω ist mindestens ein Nichtterminal (Bsp: A) oder Terminal (a)

2) λ-Regel: es darf $S \to \lambda$ gelten (d.h. nur am Anfang darf λ geschrieben werden)
→ wenn es λ-Regel gibt, dann darf S auf keiner rechten Seite stehen

REG-Grammatik

Regeln für reguläre Grammatik (rechtslineare / linkslineare Grammatik)

1) Nicht-λ-Regeln: $X \to wY$ | $X \to Yw$ oder $X \to u$ $\}$ $X, Y \in N$, $w \in T^*$, $u \in T^+$
2) λ-Regel: höchstens $S \to \lambda$ (wenn es $S \to \lambda$ gibt, dann gibt es S auf keiner rechten Seite)

Turing-berechenbar

eine m-stellige Wortfunktion f ist Turingberechenbar, wenn es TM gibt, die folgendes realisiert:

1) Wenn $(w_1, \ldots, w_m) \in D_f$, dann existiert eine terminale Berechnung von M, die von der normierten Startkonfiguration (q_0) zu einer normierten Finalkonfiguration ($q_F \in F$) führt
2) Wenn $(w_1, \ldots, w_m) \notin D_f$, dann existiert keine terminierende Berechnung mit Finalzustand

Turing-entscheidbar

- formale Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ ist T-entscheidbar
$\leftrightarrow_{df}$ die charakt. Fkt $\chi_L : \Sigma^* \longmapsto \{0,1\}$ mit $\chi_L(w) = \begin{cases} 1, \text{ falls } w \in L \\ \text{sonst } 0 \end{cases}$ ist als Wortfkt T-berechenbar
- Zahlenmenge $A \subseteq \mathbb{N}$ ist T-entscheidbar
$\leftrightarrow_{df}$ ihre charakt. Fkt $\chi_A : \mathbb{N} \longmapsto \{0,1\}$ mit $\chi_A(u) = \begin{cases} 1, \text{ falls } u \in A \\ \text{sonst } 0 \end{cases}$ ist als Zahlenfkt T-berechenbar
- Zahlenmenge $A \subseteq \mathbb{N}$ ist T-entscheidbar
$\leftrightarrow_{df}$ $A' = \{dya(n) \mid n \in A\} \subseteq \{1,2\}^*$ ist als formale Sprache T-berechenbar

Turing-semi-entscheidbar

- formale Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ ist T-semi-entscheidbar

Turing-semi-entscheidbar

- *formale Sprache* $L \subseteq \Sigma^*$ ist T-semi-entscheidbar
  $\leftrightarrow_{df}$ ihre partiell-charakt. Fkt $\chi_L^p : \Sigma^* \to \{1\}$ mit $\chi_L^p(w) = \begin{cases} 1, \text{ falls } w \in L \\ \perp \text{ sonst} \end{cases}$ $(w \in \Sigma^*)$ ist als Wortfkt T-berechenbar
  Es gilt: $D_{\chi_L^p} = L$ / speziell: $L = \emptyset \leadsto D_{\chi_L^p} = \emptyset$ und $\chi_\emptyset^p = \nu$
- *Zahlenmenge* $A \subseteq \mathbb{N}$ ist T-semi-entscheidbar
  $\leftrightarrow_{df}$ ihre partiell-charakt. Fkt $\chi_A^p : \mathbb{N} \to \{1\}$ mit $\chi_A^p(n) = \begin{cases} 1, \text{ falls } n \in A \\ \perp \text{ sonst} \end{cases}$ ist als Zahlenfkt T-berechenbar
- *Zahlenmenge* $A \subseteq \mathbb{N}$ ist T-semi-entscheidbar
  $\leftrightarrow$ $A' = \{ dya(n) \mid n \in A \} \subseteq \{1,2\}^*$ ist als formale Sprache T-semi-entscheidbar

Turing-aufzählbar

- *Sprache* $L \subseteq \Sigma^*$ ist T-aufzählbar
  $\leftrightarrow_{df}$ $L = \emptyset$ oder es gibt total-definierte T-berechenbare Fkt: $f : \Delta^* \mapsto \Sigma^*$, sodass $f(\Delta^*) = L$
  mit anderen Worten: $f : \Delta^* \mapsto L$ (surjektiv)
- *Zahlenmenge* $A \subseteq \mathbb{N}$ ist T-aufzählbar
  $\leftrightarrow_{df}$ $A = \emptyset$ oder es gibt total-definierte T-berechenbare Fkt: $g : \mathbb{N} \mapsto \mathbb{N}$, sodass $g(\mathbb{N}) = A$
  mit anderen Worten: $g : \mathbb{N} \mapsto A$ (surjektiv)
- *Sprache* $L \subseteq \Sigma^*$ ist T-aufzählbar
  $\leftrightarrow_{df}$ $L = \emptyset$ oder es gibt total-definierte T-berechenbare Fkt: $h : \mathbb{N} \mapsto \Sigma^*$, sodass $h(\mathbb{N}) = L$
  mit anderen Worten: $h : \mathbb{N} \mapsto L$ (surjektiv)