Diskrete Strukturen I

Wintersemester 2018/2019

Dauer: 120 Minuten
Es waren 5 Aufgaben zu bearbeiten

1 Aufgabe

1. Rekursions-Schema für die Josephus Nummern
2. Alle natürlichen Zahlen n mit $J(n) = 1$ bestimmen und per Induktion beweisen
3. Alle natürlichen Zahlen n mit $J(n) = n$ bestimmen und per Induktion beweisen

2 Aufgabe

1. Rekursions-Schema der Fibonacci-Zahlen angeben
2. $f_{n+m} = f_{m+1} \cdot f_n + f_m \cdot f_{n-1}$ für $m \geq 1$ per Induktion beweisen
3. Mit dieser Formel $f_{2n} = f_{n+1}^2 - f_{n-1}^2$ beweisen

3 Aufgabe

Beweisen der folgenden Aussagen:

1. $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$
2. $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$
3. $(A \setminus B) \cup (B \setminus C) \cup (C \setminus A) = (A \cup B \cup C) \setminus (A \cap B \cap C)$

4 Aufgabe

Beweisen oder Gegenbeispiel angeben:

1. $F \rightarrow G$ ist Tautologie und F ist Tautologie $\Rightarrow$ G ist Tautologie
2. $F \rightarrow G$ ist erfüllbar und F ist erfüllbar $\Rightarrow$ G ist erfüllbar
3. $F \rightarrow G$ ist Tautologie und F ist erfüllbar $\Rightarrow$ G ist erfüllbar

Des weiteren sollte Modell erläutert werden, Tautologie und erfüllbar definiert werden.

5 Aufgabe

1. Definition von der Kongruenz bezüglich m über $\mathbb{N}$ und zeigen das es sich um eine Äquivalenzrelation handelt
2. Definition der Teilerrelation über $\mathbb{N}$ und zeigen das es sich um eine Halbordnung handelt

6 Sonderaufgabe

1. Definition von Id_M, R^{-1} und $R \circ S$
2. Beweisen: R transitiv $\Leftrightarrow R \circ R \subseteq R$
3. Beweisen: $Id_M \subseteq R \wedge R \circ R^{-1} \subseteq R \Leftrightarrow R$ ist Äquivalenzrelation