AuB: 10.Übung (23.01.24)

Dienstag, 23. Januar 2024 10:21

Erklärung: Berechnungsaufwand
→ wie viele Takte braucht Maschine (nicht abzählen)?

Bsp 1: $\nu(n) =_{df} \perp$ für die $n \in \mathbb{N}$

ν ist Turingberechenbar $D_\nu = \emptyset$

ν ist die partiell-charakt. Fkt von $\emptyset$: $\chi^P_\emptyset = \nu$

Also ist $\emptyset$ Turingsemientscheidbar

UND $\emptyset$ ist Turingentscheidbar

gdw $\chi_\emptyset$ ist Turingberechenbar: $\chi_\emptyset(n) = \begin{cases} 1 & \text{für alle } n \in \emptyset \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

$\chi_\emptyset(n) = 0$ für alle $n \in \mathbb{N}$ $\quad \rightarrow D_{\chi_\emptyset} = \mathbb{N}$

Bsp. 2: $Id_{\mathbb{N}}(n) =_{df} n$ für alle $n \in \mathbb{N}$ $\quad D_{Id_{\mathbb{N}}} = \mathbb{N}$

m-stellig $Pr_i^m(n_1, n_2, \ldots, n_m) =_{df} n_i$ für alle m-Tupel $(n_1, n_2, \ldots, n_m) \in \mathbb{N}^m$ $\quad \rightarrow D_{Pr_i^m} = \mathbb{N}^n$

FAKT 1: Alle Projektionen Pr_i^m sind Turingberechenbar $\quad 1 \leq i \leq m$

FAKT 2: Alle Konstanten C_k^m sind Turingberechenbar

$C_k^m(n_1, n_2, \ldots, n_m) =_{df} k$ für alle m-Tupel $k \in \mathbb{N}$

FAKT 3: Die Nachfolgefunktion succ ist Turingberechenbar

Das sind Minimalanforderungen an jede Formalisierung des Algorithmenbegriffs

Bsp. 3!: $f_n = \begin{cases} 1 & \text{falls } n \text{ gerade} \\ 0 & \text{falls } n \text{ ungerade} \end{cases}$ $\quad n \in \mathbb{N} \quad \rightarrow f = \chi_{Ger} \quad \rightarrow D_f = \mathbb{N}$

f ist Turingberechenbar ⟨wir betrachten bin(n)⟩ $\quad \rightarrow$ Ger. ist Turingberechenbar

Bsp. 3: $g(n) = \begin{cases} 1 & \text{falls } n \text{ gerade} \\ \perp & \text{sonst} \end{cases}$ $\quad g = \chi^P_{Ger} \quad D_g = Ger.$

g ist Turingberechenbar ⟨wir betrachten bin(n)⟩ $\rightarrow$ Ger ist Turingsemientscheidbar

Turingmaschinen

s1.) *(Diese Aufgabe ist eine schriftliche Hausaufgabe, die bewertet wird.)*

Wir betrachten noch einmal die drei Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$

a) die Menge der Wörter, in denen die Anzahl der a's durch vier teilbar ist.

b) die Menge der Wörter, in denen die Zeichenkette *abba* vorkommt.

c) die Menge der Wörter, in denen kein Paar aufeinanderfolgender a's mehr vorkommt, sobald ein Paar aufeinanderfolgender b's vorgekommen ist.

Konstruieren Sie für jede dieser Sprachen eine eine Turingmaschine, die diese Sprache entscheidet, d.h. die Ausgabe 1 erzeugt, falls die Eingabe zur Sprache gehört und die Ausgabe 0 erzeugt, falls die Eingabe nicht zur Sprache gehört. Erläutern Sie die Bedeutung der einzelnen Zustände und definieren Sie die Überführungsfunktion.

s1.a)

δ	a	b	□	0	1
q_0	$(q_1, □, R)$	$(q_0, □, R)$	$(q_F, 1, N)$		

$\rightarrow (q_F, □, N)$

S1.a)

δ	a	b	$\square$	0	1	
q_0	$(q_1, \square, R)$	$(q_0, \square, R)$	$(q_F, 1, N)$			$(q_+, \square, N)$
q_1	$(q_2, \square, R)$	$(q_1, \square, R)$	$(q_F, 0, N)$	$(*)$	$(**)$	
q_2	$(q_3, \square, R)$	$(q_2, \square, R)$	$(q_F, 0, N)$	$(q_2, 0, N)$	$(q_2, 1, N)$	
q_3	$(q_0, \square, R)$	$(q_3, \square, R)$	$(q_F, 0, N)$			$(q_-, \square, N)$
q_F	(q_F, a, N)	(q_F, b, N)	$(q_F, \square, N)$	$(q_F, 0, N)$	$(q_F, 1, N)$	