AuB: 0.Übung (30.10.23)

Montag, 30. Oktober 2023 12:37

Alphabet: $\Sigma = \{0,1\}$ mit $0<1$

$\Sigma^* = \bigcup_{n\in\mathbb{N}} \Sigma^n$ mit $(w \in \Sigma^n \leftrightarrow |w| = n)$

→ es gibt abzählbar unendlich viele Wortlänge

→ für die Wortlänge n gibt es 2^n Wörter

→ $|w|$ ... Anzahl der Buchstaben

formale Sprache über $\Sigma \leftrightarrow_{df} L \subseteq \Sigma^*$

Bsp: $L_1 = \{ w \in \{0,1\}^* \mid |w|_0 = 1 \cdot |w|_1$

Anzahl 0en $\neq$ Anzahl 1en

→ L_1 und $\overline{L_1}$ sind gleichmächtig

↳ $w_1 = 0011$
$w_2 = 10$
$w = 11$

$|\lambda|_0 = |\lambda|_1 = 0$

$L_2 = \{ w \in \{0,1\}^* \; |w|_0 = 2 \cdot |w_1| \}$

$w_1' = 011 \notin L_2$

$w_2' = 001 \in L_2$

$L_n = \{ w \in \{0,1\}^* \mid |w|_0 = n \cdot |w|_1 \}$

$\bigcup_{n\in\mathbb{N}} L_n = \Sigma^*$? NEIN

Frage: Was ist L_0?

formal: $L_0 = \{ w \in \{0,1\}^* \mid |w|_0 = 0 \cdot |w|_1 \}$
$= \{ w \in \{0,1\}^* \mid |w|_0 = 0 \}$
$= \{ w \in \{0,1\}^* \mid 0 \subsetneq w \}$
$= \{ w \in \{0,1\}^* \mid w \in \{1\}^* \}$
$= \{ \lambda, 1, 11, 111, ... \} = 1^n \mid n \in \mathbb{N}$ mit $1^3 = 111$

$K_0 = \{ w \in \{0,1\}^* \mid w \in \{0\}^* \}$
$= \{ 0^n \mid n \in \mathbb{N}$

in K_0 gibt es 1 Wörter der Länge n!

$K_n = \{ w \in \{0,1\}^* \mid n \cdot |w| = |w|_1 \}$

Wir betrachten gerade Wortlänge der Form $2k$

$w \in L_1$ und $|w| = 2k$ bedeutet $|w|_0 = |w|_1 = k$

wir wissen: in Σ^* gibt es 2^{2k} Wörter der Länge $2k$

Frage: Wie viel davon geben $2k$ L_1?

↳ $\binom{2k}{k}$

Binärdarstellung:

$n \backslash k$	0	1	2
0	0	00	000
1	1	01	001
2	10	010	0010
3	11	011	0011
4	100	0100	00100
5	101	0101	00101
⋮			

→ Kommt jedes $w \in \{0,1\}^*$ vor? JA!

→ $Nr_{bin}(w) = 0$

$Nr_{bin}(w) = 1$