

Diskrete Strukturen 2 - Klausur 2020

FSU Jena

11. Mai 2022

Anmerkungen

Anstelle einer der Aufgaben 1 bis 4 kann Aufgabe A bearbeitet werden.

1.)

Beweisen Sie:

1. $k \cdot \binom{n}{k} = n \cdot \binom{n-1}{k-1}$
2. $\binom{n}{m} \cdot \binom{m}{k} = \binom{n}{k} \cdot \binom{n-k}{m-k}$
3. $\sum_{k=r}^m \binom{k}{r} = \binom{m+1}{r+1}$
4. $\sum_{k=0}^m \binom{n}{k} \cdot \binom{n-k}{m-k} = 2^m \cdot \binom{n}{m}$
5. $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = n \cdot 2^{n-1}$

2.)

1. $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 24$

Finden Sie die Anzahl nicht-negativer ganzzahliger Lösungen.

2. Nun gilt zusätzlich: $x_i \leq 6$ für alle $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$
3. Ermitteln Sie die Anzahl an Wurfbildern mit der Summe 24 bei 5 verschiedenen farbigen Würfeln.

3.)

Die Ehepaare Bader, Frei, Huber und Müller sitzen an einem runden Tisch. Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn:

1. Alle vier Frauen und alle vier Männer nebeneinander sitzen wollen?
2. Frauen und Männer in alternierender Folge sitzen wollen?
3. Das Ehepaar Frei und das Ehepaar Müller jeweils nebeneinander sitzen möchte?
4. Herr Huber und Frau Müller nebeneinander sitzen möchten?

4.)

Definieren Sie die Begriffe „zusammenhängend“, „kreisfrei“ und „Brücke“, dann beweisen Sie:

1. zusammenhängend \Leftrightarrow kreisfrei
2. zusammenhängend \Leftrightarrow jede Kante ist eine Brücke
3. kreisfrei \Leftrightarrow jede zusätzliche Kante führt dazu, dass G einen Kreis erhält

A.)

Es treffen sich 9 Personen auf einem Empfang. Beweisen Sie:

Es kennen sich immer entweder 4 Personen allesamt untereinander oder aber 3 Personen untereinander gar nicht.

Anders gesagt: Beweisen Sie, dass bei einem mit zwei Farben eingefärbten K_9 immer entweder ein einfarbiger K_4 oder ein einfarbiger K_3 auftritt.