AuB: 1.Übung (07.11.23)

Dienstag, 7. November 2023 10:20

Wiederholung:

$L_1 \circ L_2 = \{ w \in \Sigma^* \mid \bigvee_{u \in \Sigma^*} \bigvee_{v \in \Sigma^*} (u \in L_1 \wedge v \in L_2 \wedge w = u \circ v)\}$ (auch: $L_1 L_2$)

$L_1, L_2 \subseteq \Sigma^* = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}^*$

$[\Sigma^*, \circ, \lambda]$, $[\mathbb{N}, +, 0]$

Bsp: $L_1 = \{a, aa\}$, $L_2 = \{b^n, n \in \mathbb{N}\}$, $L_1 L_2 \subseteq \{a,b\}^*$

$w = \lambda \notin$, $w = a \in$, $w = b \notin$, $w = aa \in$, $w = ab \in$, $w = ba \notin$, $w = bb \notin$, $w = aaa \notin$, ...

Bsp: $L_1 = \{\lambda\}$, $L_2 = \{b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

$L_1 \cdot L_2 = \{\lambda\} \cdot L_2 = L_2 = L_2 \cdot \{\lambda\}$

$\{\lambda\} \cdot L = L = L \cdot \{\lambda\} = L_\lambda$ | $[\mathcal{P}(\Sigma^*, \circ, \{\lambda\}]$

$L_1 = \emptyset = L_\emptyset$ L_2

$\emptyset \cdot L_2 = \emptyset = L_2 \cdot \emptyset = L_\emptyset$

kanonische Reihenfolge (kurze Wort vor langem Wort)

Bsp: $\Sigma = \{a, b\} \rightsquigarrow \{\overset{a = a_1}{a_1}, \overset{b = a_2}{a_2}\}$ (mit $m = 2$) mit $a_1 < a_2$ (für Indizes $1 < 2$)

kanonische Reihenfolge: $\Sigma^* = \{\lambda, \underbrace{a, b}_{n=1}, \underbrace{aa, ab, ba, bb}_{n=2}, aaa, aab, \dots\}$

Folge Indizes $\hat{=}$ dyad. Darstellung: 1 2 11 12 21 22 111 112

Platznr.: 1 2 3 4 5 6 7 8

$1 \cdot 2 + 1 \cdot 1$ $1 \cdot 2 + 2 \cdot 1$ $2 \cdot 2 + 1 \cdot 1$ $2 \cdot 2 + 2 \cdot 1$ $1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1$ $1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1$

$\rightarrow k > 0: \; k = \sum_{i=1}^{n} y_i \cdot 2^{n-i}$

$\text{Platz}(w) = n$ mit $\text{dya}(n) = w$, $\text{dya}: \mathbb{N} \xrightarrow{1-1} \Sigma^*$

---

m2.) *(Diese Aufgabe ist eine mündliche Hausaufgabe, die nicht bewertet wird.)*

Geben Sie für jede der folgenden Sprachen Beispiele für Wörter, die *in* bzw. *nicht in* der jeweiligen Sprache sind. Dabei ist stets $\Sigma^* = \{a, b\}$.

a) $L_1 := \{w \in \Sigma^* \mid \exists u, v \in \Sigma^* : uvw = vwu\}$

b) $L_2 := \{w \in \Sigma^* \mid \exists u \in \Sigma^* : w^2 = u^3\}$

c) $L_3 := \{w \in \Sigma^* \mid \exists u \in \Sigma\Sigma : w = uSp(u)u\}$

d) $L_4 := \{w \in \Sigma^* \mid ww = www\}$

2b) $L_2 = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \bigvee_{u \in \{a,b\}^*} (w^2 = u^3)$

$w^2 = ww$ $\rightarrow 2 \setminus |w^2|$ (durch 2 Teilbar)

$u^3 = uuu$ $\rightarrow 3 \setminus |u^3|$ (durch 3 teilbar)

$w^2 = u^3$ $\rightarrow 6 \setminus |w^2|$ bzw $6 \setminus |u^3|$

$\rightarrow 3 \setminus |w|$ bzw $3 \setminus |u|$

$w = aaa \rightarrow u = aa \in$

$w = \lambda \in$

Bsp: $w = b$, $w^2 = bb$ | $w = ab$, $w^2 = abab$ | $w = aab$, $w^2 = aabaab$

Wie viele Wörter der Länge 3 gibt es? → 8

2a) $L_1 = uvw = uwv$

$\rightarrow \underline{w = a} = v = u$
$\in$

$w = aaa = v = u$ $\rightarrow L_1 = \{a,b\}^*$

Alphabete, Wörter, Sprachen

m1.) *(Diese Aufgabe ist eine mündliche Hausaufgabe, die nicht bewertet wird.)*

Gegeben sei das Alphabet $\Sigma = \{0, 1, \#\}$.
Weiter seien $n, k \in \mathbb{N}$ positive natürliche Zahlen mit $n \geq k$.

a) Bestimmen Sie die Anzahl der verschiedenen Wörter der Länge n.

b) Bestimmen Sie die Anzahl der verschiedenen Wörter der Länge n mit genau k Vorkommen des Symbols $\#$.

c) Bestimmen Sie die Anzahl der verschiedenen Wörter der Länge n mit höchstens k Vorkommen des Symbols $\#$.

m3.) *(Diese Aufgabe ist eine mündliche Hausaufgabe, die nicht bewertet wird.)*

Beweisen Sie:

a) $\{\lambda\}^* = \{\lambda\}$

b) $\emptyset \cdot L = L \cdot \emptyset = \emptyset$ und

c) $\{\lambda\} \cdot L = L \cdot \{\lambda\} = L$.

d) $Sp(L_1 \cdot L_2) = Sp(L_2) \cdot Sp(L_1)$