Klausur Diskrete Strukturen 2 - SoSe2019

> Bearbeitungszeit: 120 min
>
> Es müssen je 2 Aufgaben aus dem Bereich Graphen und Kombinatorik bearbeitet werden.
>
> Bestanden hat, wer die Hälfte der Punkte erreicht hat

Graphen

G1

Es sei n eine natürliche Zahl. Der **n-dimensionale Würfel** Q_n ist derjenige Graph, dessen Knotenmenge die Menge aller 0-1-Folgen der Länge n ist, wobei zwei Knoten genau dann durch eine Kante verbunden sind, wenn sie sich in genau einer Komponente unterscheiden.

- Zeichnen Sie Q_1, Q_2 und Q_3 und bezeichnen Sie diese
- Beweisen Sie: Dieser Graph hat $2n$ Knoten und $n \cdot 2n - 1$ Kanten.
- Beweisen Sie: Dieser Graph ist **bipartit**. (Erklären sie diesen Begriff!)
- Bestimmen Sie seinen **Durchmesser** (Erklären Sie diesen Begriff!)

G2

- Beweisen Sie: Wenn G nicht zusammenhängend ist, dann ist G^C zusammenhängend.
- Jeder einfache Graph mit 6 Knoten enhält einen K_3 oder sein Komplementärgraph enthält einen K_3
- Beweisen Sie, dass jeder selbstkomplementäre Graph entweder $4n$ oder $4n + 1$ Knoten hat. (Dabei ist n eine geeignete natürliche Zahl.)

G3

Definieren Sie die Eigenschaften **kreisfrei** und **zusammenhängend** für einen einfachen Graphen.

Definieren Sie **Brücke** und geben Sie eine Charakterisierung an.

Kombinatorik

K1

- $k\binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k-1}$
- $\binom{n}{m}\binom{m}{k} = \binom{n}{k}\binom{n-k}{m-k}$
- $\sum_{k=0}^{m} \binom{n}{k}\binom{n-k}{m-k} = 2^m \cdot \binom{n}{m}$
- $\sum_{k=0}^{n} k \cdot \binom{n}{k} = n \cdot 2^{n-1}$

K2

- Wie viele nichtnegative ganzzahlige Lösungen hat die Gleichung $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 18$?

- Für wie viele dieser Lösungen gilt zusätzlich $x_i \leq 6$ für $i \in \{1, 2, 3, 4\}$?
- Wie viele Wurfbilder mit der Augenzahl 18 gibt es bei vier verschiedenfarbigen Würfeln?

K3

Ehepaare

- Die 4 Frauen und 4 Männer je nebeneinander sitzen möchten.
- Frauen und Männer in einer alternierenden Folge sitzen möchten (abwechselnd).
- Frau und Herr von einerseits Ehepaar Frei und andererseits Ehepaar Müller nebeneinander sitzen möchten.
- Frau Bader und Frau Huber nebeneinander sitzen möchten.
- Herr Huber und Herr Müller sich gegenüber sitzen möchten.
- Die Ehepaare sich jeweils gegenüber sitzen möchten

- die 4 Männer und die 4 Frauen im Block
- immer abwechselnd
- Paar1 und Paar2 nebeneinander
- Frau1 und Frau2 nebeneinander
- Herr1 und Herr2 gegenüber
- Alle Paare gegenüber