Klausur: Diskrete Strukturen 2 -SS 2018

Professor: Jörg Vogel

Bearbeitungszeit: 120 Minuten

Die Klausur wurde in zwei Teile (Aussagenlogik A / Kombinatorik K) mit je 3 Aufgaben unterteilt, von den mussten in jedem Teil zwei Aufgaben bearbeitet werden. (insgesamt 4 Aufgaben)

A 1) logische Nihilition

Die logische Nihilition formalisiert die umgangssprachliche Aussageverbindung "weder ... noch ..." und wird mit $\downarrow$ symbolisiert. Dabei gilt:
$J_\beta(F \downarrow G) = 1$ genau dann, wenn $J_\beta(F) = 0$ und $J_\beta(G) = 0$.

a) Zeigen Sie, dass es zu jeder Formel H eine äquivalente Formel gibt, die nur den Operator $\downarrow$ enthält.

b) Zeigen Sie, dass es zu jeder Formel F eine sematisch äquivalente Formel G gibt, die nur die Operatoren $\neg$ und $\rightarrow$ enthält.

c) Gibt es zu jeder Formel F eine semantisch äquivalente Formel, die nur die Operatoren $\wedge, \vee$ und $\rightarrow$ enthält?

A 2)

Beweisen Sie die Folgenden Aussagen oder finden Sie ein Gegenbeispiel.

a) $(F \wedge G)$ ist eine Tautologie genau dann wenn F <u>Tautologie</u> ist und G Tautologie ist
b) $(F \vee G)$ ist eine Tautologie genau dann wenn F Tautologie ist oder G Tautologie ist
c) $(F \wedge G)$ ist eine erfüllbar genau dann wenn F <u>erfüllbar</u> ist und G erfüllbar ist
d) $(F \vee G)$ ist eine erfüllbar genau dann wenn F erfüllbar ist oder G erfüllbar ist

Definieren Sie die <u>Unterstrichenen</u> Begriffe.

A 3)

a) Definieren Sie die Begriffe Klauselmenge, Resolvent und Resolutionshülle
b) Formulieren Sie den Resolutionssatz
c) Beweisen Sie mit Hilfe des Resolutions-Kalküls, dass $A \wedge B \wedge C$ eine Folgerung aus der Klauselmenge $F = \{\{\neg A,B\}, \{\neg B,C\}, \{A,\neg C\}, \{A,B,C\}\}$ ist.

K 1)

Beweisen sie die folgenden Beziehungen für den Binomialkoeffizienten:

a) $k \bullet \binom{n}{k} = n \bullet \binom{n-1}{k-1}$

b) $\binom{n}{m} \bullet \binom{m}{k} = \binom{n}{k} \bullet \binom{n-k}{m-k}$

c) $\sum_{k=0}^{m} \binom{n}{k} \bullet \binom{n-k}{m-k} = 2^m \bullet \binom{n}{m}$

d) $\sum_{k=0}^{n} k \bullet \binom{n}{k} = n \bullet 2^{n-1}$

K 2)

a) Wie viele nichtnegative ganzzahlige Lösungen hat die Gleichung:
$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 18$?
Für wie viele dieser Lösungen gilt zusätzlich $x_i \leq 6$ für $i \in \{1, 2, 3, 4\}$

b) Wie viele Wurfbilder mit der Augenzahl 18 gibt es bei vier verschiedenfarbigen Würfeln?

K 3)

Wie viele Möglichkeiten gibt es die Ehepaare Bader, Frei, Huber und Müller auf 8 Stühle eines runden Tischen zu platzieren, wenn

a) Die 4 Frauen und 4 Männer je nebeneinander sitzen möchten.
b) Frauen und Männer in einer alternierenden Folge sitzen möchten (abwechselnd).
c) Frau un Herr von einerseits Ehepaar Frei und andererseits Ehepaar Müller nebeneinander sitzen möchten.
d) Frau Bader und Frau Huber nebeneinander sitzen möchten.
e) Herr Huber und Herr Müller sich gegenüber sitzen möchten.
f) Die Ehepaare jeweils nebeneinander sitzen möchten.