

Diskrete Strukturen I; WS 2022/2023

Jörg Vogel

Institut für Informatik der FSU

15. Aufgabenblatt

Für jede Aufgabe ist der Lösungsweg mit Begründungen in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen darzustellen!

Funktionen

- 1.) Es seien $F, G : X \rightarrow Y$ zwei beliebige Funktionen aus X in Y .

Da Funktionen spezielle Relationen sind und alle Relationen spezielle Mengen sind, sind also alle Funktionen auch Mengen und die Mengenoperationen sind definiert.

Welche der folgenden Mengenoperationen ergeben stets wieder eine Funktion?

- a) $F \cap G$ b) $F \cup G$ c) \overline{F}
d) $F \setminus G$ e) $F \triangle G$

- 2.) Es seien $F \subseteq X \times Y$ und $G \subseteq Y \times Z$ zwei beliebige binäre Relationen.

Wie üblich bezeichnet $F \circ G$ das Relationenprodukt.

Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

- a) Wenn F und G sogar zwei Funktionen sind, dann ist das Produkt $F \circ G$ wieder eine Funktion und es gilt $F \circ G \subseteq X \times Z$.
- b) Wenn F und G sogar zwei linkstotale Funktionen sind, dann ist das Produkt $F \circ G$ wieder eine linkstotale Funktion.
- c) Wenn F und G sogar zwei Surjektionen sind, dann ist das Produkt $F \circ G$ wieder eine Surjektion.
- d) Wenn F und G sogar zwei Injektionen sind, dann ist das Produkt $F \circ G$ wieder eine Injektion.
- e) Wenn F und G sogar zwei Bijektionen sind, dann ist das Produkt $F \circ G$ wieder eine Bijektion.

- 3.) Es seien X und Y zwei endliche Mengen mit jeweils 5 Elementen.

- a) Wie viele binäre Relationen zwischen X und Y gibt es?
- b) Wie viele Funktionen von X in Y gibt es?
- c) Wie viele Injektionen von X in Y gibt es?
- d) Wie viele Bijektionen von X auf Y gibt es?