Diskrete Strukturen 2; SoSe 2022

Jörg Vogel

Institut für Informatik der FSU

0. Aufgabenblatt

Aufbereitung: Funktionen - Bijektionen - Gleichmächtigkeit

1.) Es seien $F, G : X \to Y$ zwei beliebige Funktionen.

Da Funktionen spezielle Relationen sind und alle Relationen spezielle Mengen sind, sind also alle Funktionen auch Mengen und die Mengenoperationen sind definiert.
Welche der folgenden Mengenoperationen ergeben stets wieder eine Funktion?

a) $F \cap G$	b) $F \cup G$	c) $\overline{F}$
d) $F \setminus G$	e) $F \triangle G$	

2.) Da Funktionen spezielle Relationen sind, sind die Operationen für Relationen auch für Funktionen definiert.
Wiederholen Sie die Definition des $\circ$-Produktes
(oder wie man auch sagt: der **Komposition**) $F \circ G$ zweier Relationen.

Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

a) Wenn $F : X \to Y$ und $G : Y \to Z$ zwei Funktionen sind, dann ist das Produkt $F \circ G$ wieder eine Funktion und es gilt $F \circ G : X \to Z$

b) Wenn F und G zwei linkstotale Funktionen sind, dann ist das Produkt $F \circ G$ wieder eine linkstotale Funktion.

c) Wenn F und G zwei eineindeutige Funktionen sind, dann ist das Produkt $F \circ G$ wieder eine eineindeutige Funktion.

d) Wenn F und G zwei Injektionen sind, dann ist das Produkt $F \circ G$ wieder eine Injektion.

e) Wenn F und G zwei Surjektionen sind, dann ist das Produkt $F \circ G$ wieder eine Surjektion.

f) Wenn F und G zwei Bijektionen sind, dann ist das Produkt $F \circ G$ wieder eine Bijektion.

3.) Es seien X und Y zwei endliche Mengen mit jeweils vier Elementen.

a) Wie viele binäre Relationen zwischen X und Y gibt es?

b) Wie viele Funktionen von X nach Y gibt es?

c) Wie viele Injektionen von X nach Y gibt es?

d) Wie viele Bijektionen von X auf Y gibt es?