Satz. 2.10 $\sum$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a \qquad \sum_{n=1}^{\infty} b_n = b$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n) = a \pm b \qquad \sum_{n=1}^{\infty} c \cdot a_n = c \cdot \sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

Satz 2.11 Cauchy Kriterium für Reihen

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ist konv. iff $\forall \varepsilon > 0 \; \exists N_\varepsilon : \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \; \forall \; n, m > N_\varepsilon \;\&\; n > m$

$$|s_n - s_m| < \varepsilon$$

sprich: Reihe a_n konv. wenn die Teilreihe von m bis n beliebig klein wird

$\Downarrow$

Satz 2.12

Konvergiert eine Reihe $(\sum a_n) \Rightarrow a_n$ ist eine Nullfolge

$\not\Leftarrow$ anders rum nicht

Bew. siehe S.58

Absolut konvergent

if $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| =$ konv. $\rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ist absolut konvergent

Satz 2.13

if Reihe = abs. konv. $\Rightarrow$ Reihe = normal konv.

Satz 2.14 Leibniz Kriterium

if $a_n =$ monoton fallende Nullfolge (mit $a_n \geq 0$) $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot a_n$ konv.

- aus 2.2 $\rightarrow$ if (Folge beschr. & monoton) $\rightarrow$ Folge konvergiert

$\downarrow$

Satz 2.15

if $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ = besch. $\rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ ist absollut konvergent

Satz 2.16 Vergleichs- bzw. Majorantenkriterium

if $|a_n| < b_n$ $\forall n$ ab einem gewissen N

I if $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergent $\Rightarrow \sum a_n$ abs. konv.

II if $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ div. $\rightarrow \sum b_n$ div.

Satz 2.17 Quotientenkriterium

if $\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| \leq q < 1$ mit q echt > 0 $\forall n > N \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n =$ absolut konv.

else if $\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| > 1$ $\forall n > N \Rightarrow$ divergent   else if $= 1 \rightarrow$ keine Aussage

Bew. siehe S. 62

- $\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| =$ Änderungsrate $\rightarrow$ if Änderungsrate < 1 & $> 0 \Rightarrow$ Folge wird immer kleiner $\Rightarrow$ Reihe konv.

Satz 2.18 Wurzelkriterium

Sei $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \mu = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} \rightarrow$ $\mu < 1 \Rightarrow$ Reihe konv. abs.

$\mu > 1 \rightarrow$ Reihe divergiert

Funktionsgrenzwerte

$I \subset \mathbb{R}$

$f: I \to \mathbb{R}$ f = Funktion die eine Zahl $\in I$ auf eine Zahl $\in \mathbb{R}$ abbildet

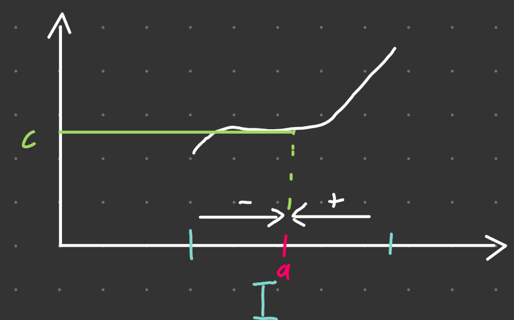
$a \in I$

$\lim\limits_{x \to a+} f(x)$

↳ konv. ggn. a von rechts von links $-$

- x bleibt echt $> a$
- konv. gegen c if, desto näher an $x \to a$, umso näher $y \to c$
   - if $\lim\limits_{x \to a+} = \lim\limits_{x \to a-} = c \to \lim\limits_{x \to a} f(x) = c$

→ $|x-a| < \delta$ & $|f(x)-c| < \varepsilon$



Satz 3.1

$$\lim_{x \to a} f(x) = c \qquad \lim_{x \to a} g(x) = d$$

$$\lim_{x \to a} \left(f(x) + g(x)\right) = c + d$$

$$\lim_{x \to a} \left(f(x) \cdot g(x)\right) = c \cdot d$$

$$\lim_{x \to a} \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{c}{d} \quad \text{mit } d \neq 0$$

$$\lim_{x \to} \alpha \cdot (f(x)) = \alpha \cdot c$$

für manche Funktionen $\rightarrow \lim_{x \to a} f(x) = f(a)$