10.1 Fibonacci Folge

$f_0 = 0,\ f_1 = 1,\ f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$

$\longrightarrow$ Geschlossene Formel finden

①

$$\left.\begin{aligned} f_n &= f_{n-1} + f_{n-2} \\ f_{n-1} &= f_{n-1} \end{aligned}\right\} A := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1

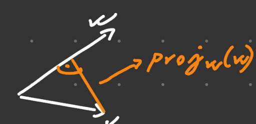
$$\begin{pmatrix} f_n \\ f_{n-1} \end{pmatrix} = A \cdot \begin{pmatrix} f_{n-1} \\ f_{n-2} \end{pmatrix} = A^2 \cdot \begin{pmatrix} f_{n-2} \\ f_{n-3} \end{pmatrix} = \dots = A^{n-1} \underbrace{\begin{pmatrix} f_1 \\ f_0 \end{pmatrix}}_{\text{Startwerte}}$$

A^{n-1} schwierig zu berechnen $\longleftarrow$

- → I EW best.
- → II EV best. $(\mathrm{Kern}(\lambda I_n - A))$
- → III Startvektor als Lin. komb. der EV darstellen
- → IV Geschlossene Formel ?

Erinnerung

$$\mathrm{proj}_w(v) = \frac{\langle w, v\rangle}{\langle w, w\rangle} \cdot w =$$



Orthogonale Menge

$S \subset \mathbb{R}^n \Rightarrow S$ orth. if $\forall\, v,w \in S,\ \langle v,w\rangle = 0$

11.3 $\longrightarrow S \subset \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ orth $\Rightarrow$ alle Elemente lin. un.

Orthogonalbasis ...

... eines Unterraums $U \subset \mathbb{R}^n$ ist eine basis von U, die orthogonal ist

Normales Koordinatensystem = orth. ⊾

μ direkt berechnen

$\{v_1, \dots, v_k\}$ orthogonalbasis von $U \subset \mathbb{R}^n$ & $v \in U$

$$v = \mu_1 \cdot v_1 + \dots + \mu_k \cdot v_k$$

$$\mu_i = \frac{\langle v, v_i\rangle}{\langle v_i, v_i\rangle}$$

$$v = proj_{v^1}(v) + \dots + proj_{v^k}(v)$$

Orthonormal(basis)

$$\left.\begin{array}{l} \text{I } S \text{ ist orthogonal} \\ \text{II } \forall\, v \in S \text{ ist } \|v\|_2 = 1 \end{array}\right\} \text{Orthonormale Menge}$$

Orthonormalbasis if $\forall\, v \in U$ | orthonorm.

$\{v_1, \dots, v_k\}$ ist ortonorm.basis : $v \in U = \underbrace{\langle v_1 \cdot v\rangle \cdot v_1 +}_{\langle v_k \cdot v\rangle v_k} +$

Fakt 11.10

$A^T \cdot A = I_n \Longleftrightarrow$ Sp. $A^{m \times n}$ bilden orthonorm. Menge

$A^{-1} = A^T \Leftrightarrow A^{n\times n}$ ortho.

Fact 11.14

$A^{n\times n}$

A orthogonal $\Leftrightarrow \|Ax\| = \|x\| \;\forall\; x \in \mathbb{R}^n \Leftrightarrow \langle Ax, Ay\rangle = \langle x, y\rangle \;\forall\; x, y \in \mathbb{R}^n$

A orthogonal $\Rightarrow$

A^{-1} ist orth.

$\det(A) \in \{+1, -1\}$

ist λ EW von $A \Rightarrow |\lambda| = 1$

$A_1^{n\times n} \cdot A_2^{n\times n} =$ orth.