

算法与数据结构体系课程

liuyubobobo

更多关于归并排序法

归并排序算法的优化

必要时才 merge

实践：必要时才 merge

归并排序法的复杂度分析

如果 merge 不执行

arr[0...7] T=8

递归树

arr[0...3] T=4

arr[4...7] T=4

arr[0...1] T=2

arr[2...3] T=2

arr[4...5] T=2

arr[6...7] T=2

arr[0] T=1 arr[1] T=1

arr[2] T=1 arr[3] T=1

arr[4] T=1 arr[5] T=1

arr[6] T=1 arr[7] T=1

归并排序法的复杂度分析

如果 merge 不执行

有多少个节点?

arr[0...7] T=1

递归树

arr[0...3] T=1

arr[4...7] T=1

arr[0...1] T=1

arr[2...3] T=1

arr[4...5] T=1

arr[6...7] T=1

arr[0] T=1 arr[1] T=1

arr[2] T=1 arr[3] T=1

arr[4] T=1 arr[5] T=1

arr[6] T=1 arr[7] T=1

归并排序法的复杂度分析

非叶子节点: $n/2 + n/4 + n/8 + \dots + 1$

$$= \frac{\frac{n}{2}(1 - (\frac{1}{2})^m)}{\frac{1}{2}} < n = O(n)$$

叶子节点: n

归并排序法的复杂度分析

如果 merge 不执行

arr[0...7] T=1

递归树

有多少个节点?

$O(n)$

arr[0...3] T=1

arr[4...7] T=1

arr[0...1] T=1

arr[2...3] T=1

arr[4...5] T=1

arr[6...7] T=1

arr[0] T=1 arr[1] T=1

arr[2] T=1 arr[3] T=1

arr[4] T=1 arr[5] T=1

arr[6] T=1 arr[7] T=1

归并排序法的复杂度分析

对 merge 进行判断后，对完全有序的数组

归并排序是 $O(n)$ 的

插入排序法对完全有序的数组是 $O(n)$ 的

使用插入排序法优化

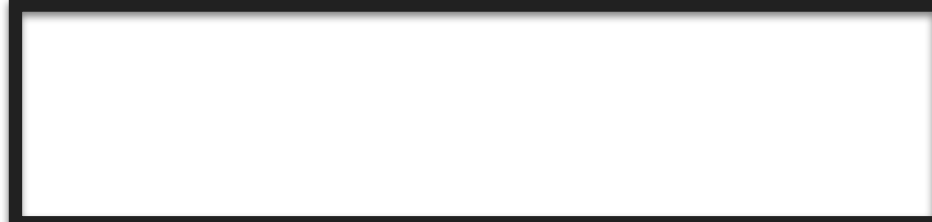
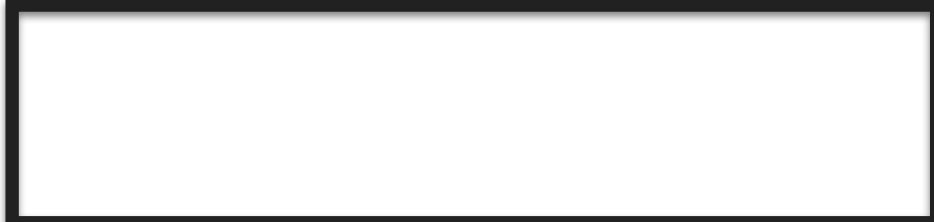
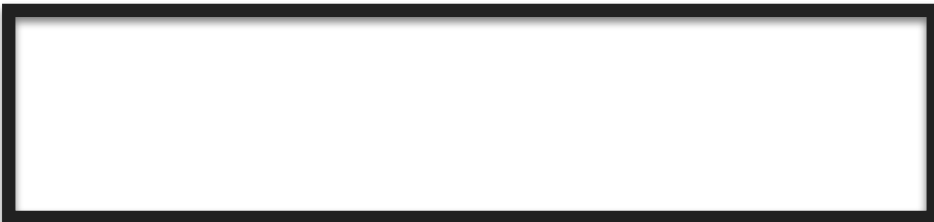
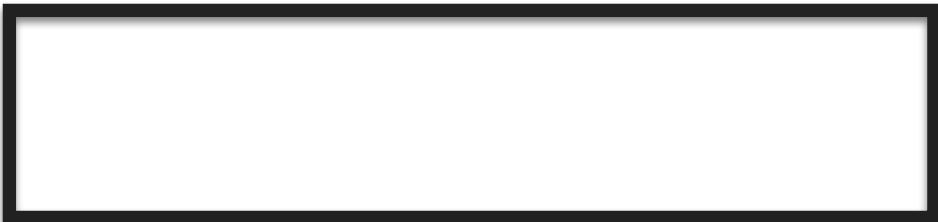
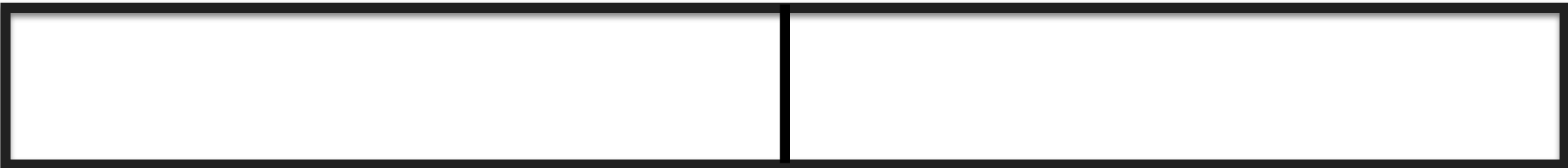
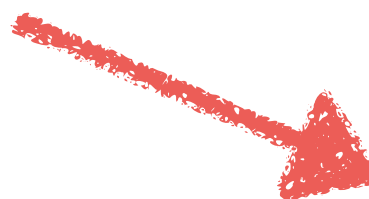
实践：使用插入排序优化

归并排序算法的内存优化

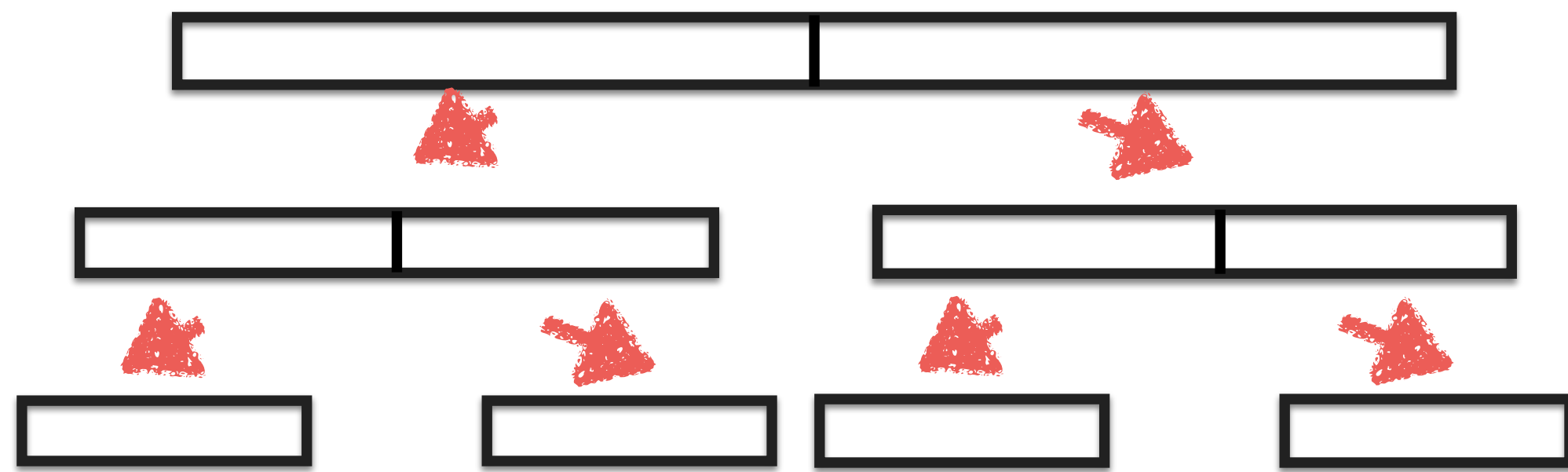
实践：使用统一的 temp

自底向上的归并排序算法

归并排序法



归并排序法



注意递归函数的“宏观”语意

`MergeSort(arr, l, r)`

对 `arr` 的 `[l, r]` 部分排序

```
MergeSort(arr, l, r){
```

```
    if(l >= r) return;
```

```
    int mid = (l + r) / 2;
```

```
    // 对 arr[l, mid] 进行排序
```

```
    MergeSort(arr, l, mid);
```

```
    // 对 arr[mid + 1, r] 进行排序
```

```
    MergeSort(arr, mid + 1, r);
```

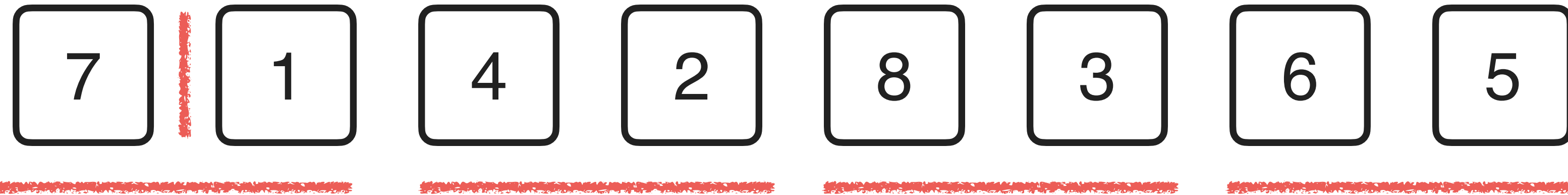
```
    // 将arr[l,mid]和arr[mid+1,r]合并
```

```
    merge(arr, l, mid, r);
```

```
}
```

自底向上归并排序

$sz = 1$



自底向上归并排序

$sz = 1$



自底向上归并排序

$sz = 1$



自底向上归并排序

$sz = 1$



自底向上归并排序

$sz = 1$



自底向上归并排序

$sz = 1$

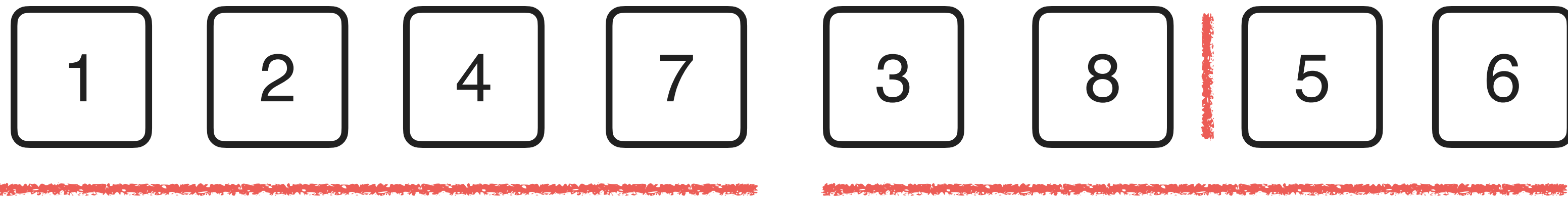
$sz = 2$



自底向上归并排序

$sz = 1$

$sz = 2$



自底向上归并排序

$sz = 1$

$sz = 2$



自底向上归并排序

$sz = 1$

$sz = 2$

$sz = 4$



自底向上归并排序

$SZ = 1$

$SZ = 2$

$SZ = 4$



自底向上归并排序

SZ = 1

SZ = 2

SZ = 4

SZ = 8



实现自底向上的归并排序

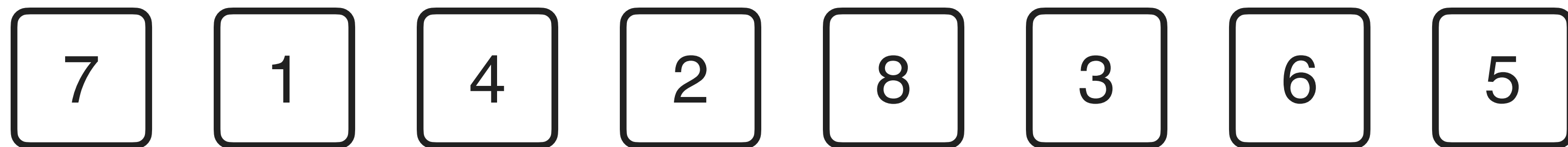
实践：实现自底向上的归并排序

作业：使用插入排序
优化自底向上的归并排序

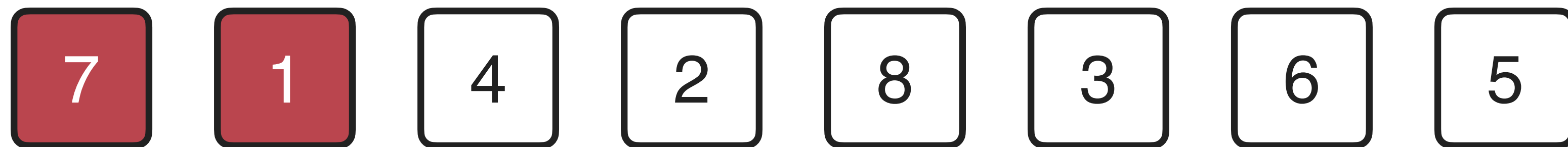
作业解析： 使用插入排序
优化自底向上的归并排序

逆序数对个数问题

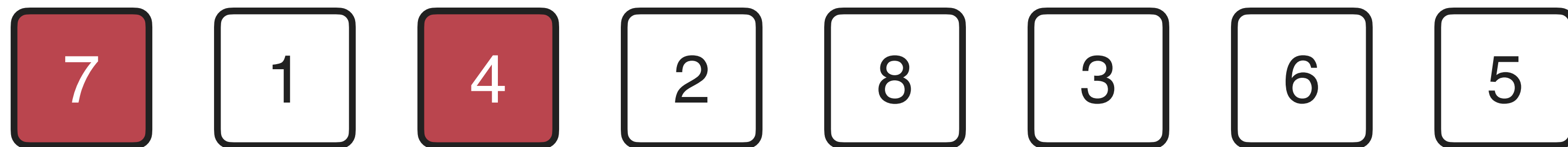
逆序数对个数



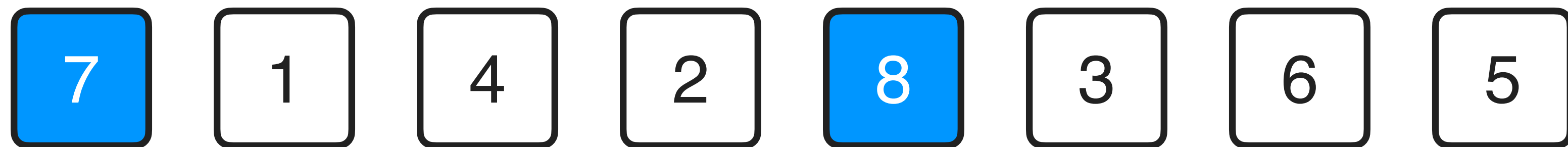
逆序数对个数



逆序数对个数



逆序数对个数

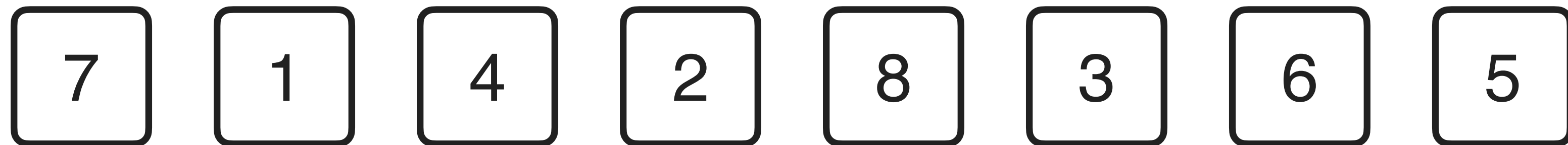


逆序数对个数

最朴素的想法：遍历所有的数据对

```
for(int i = 0; i < n; i ++)  
    for(int j = i + 1; j < n; j ++)  
        if(arr[i] > arr[j]) res ++;
```

$O(n^2)$

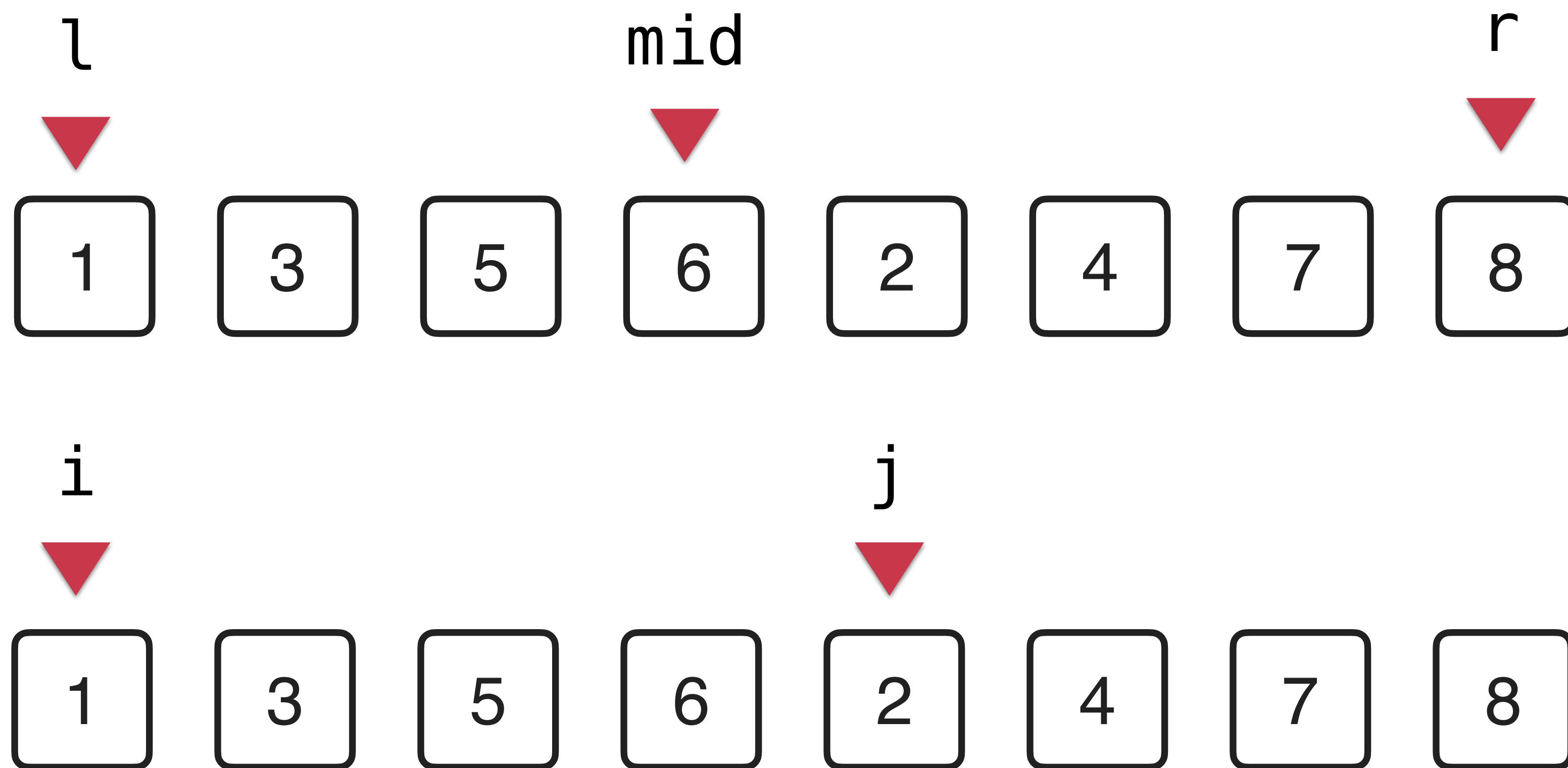


实验：暴力求解逆序数对问题

<https://leetcode-cn.com/problems/shu-zu-zhong-de-ni-xu-dui-lcof/>

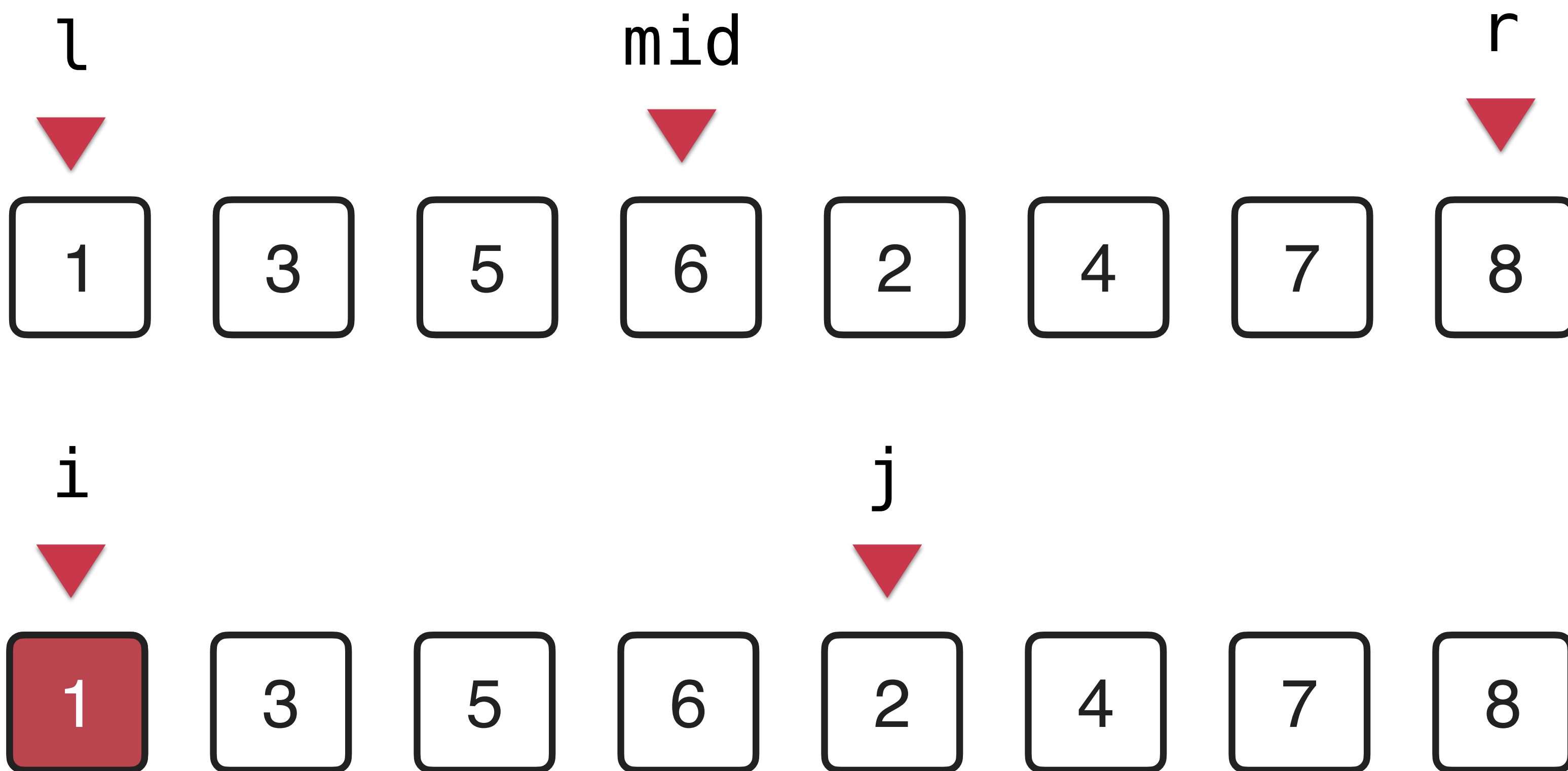
使用归并排序法求解逆序数对个数问题

归并过程

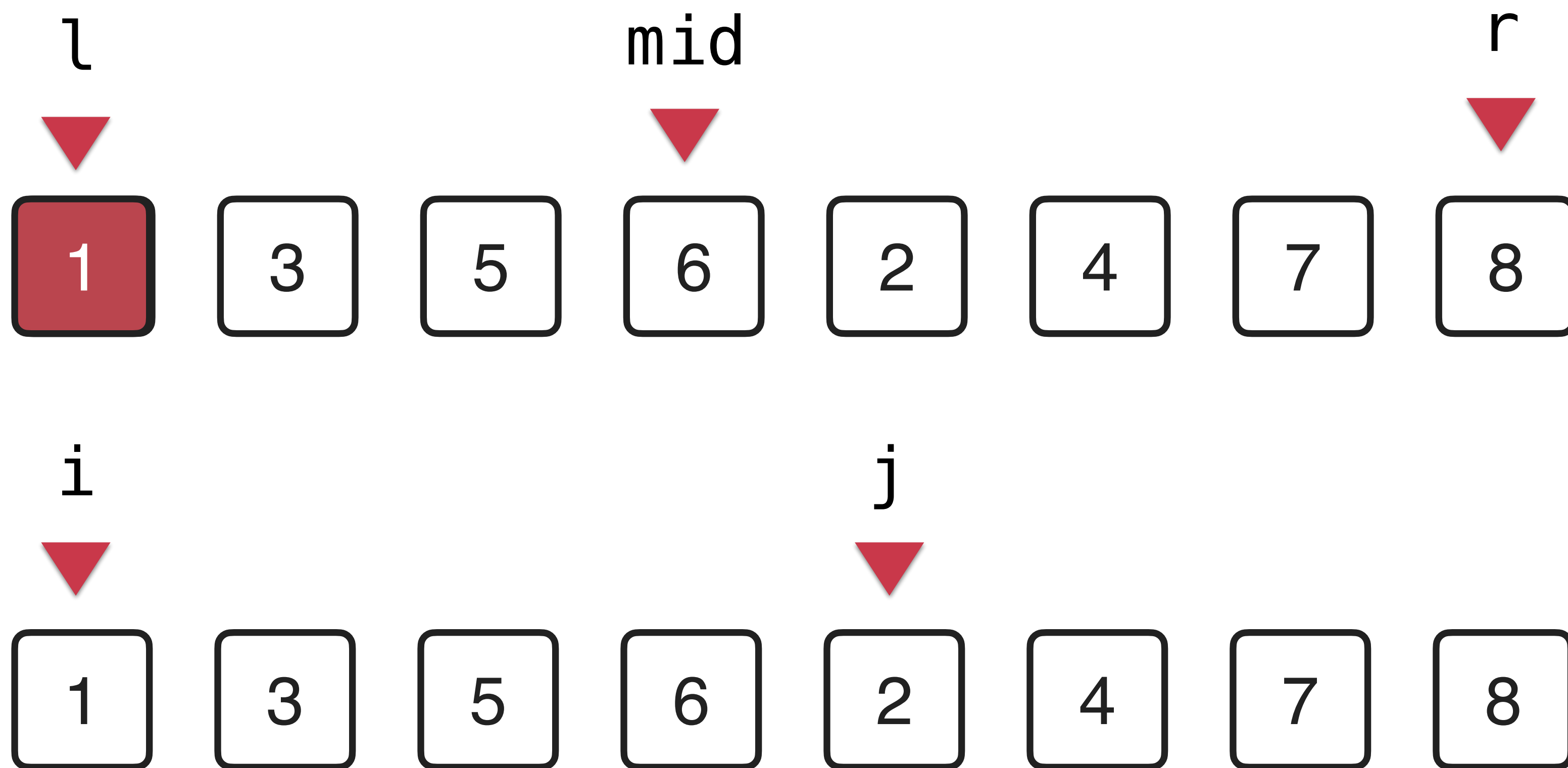


归并过程

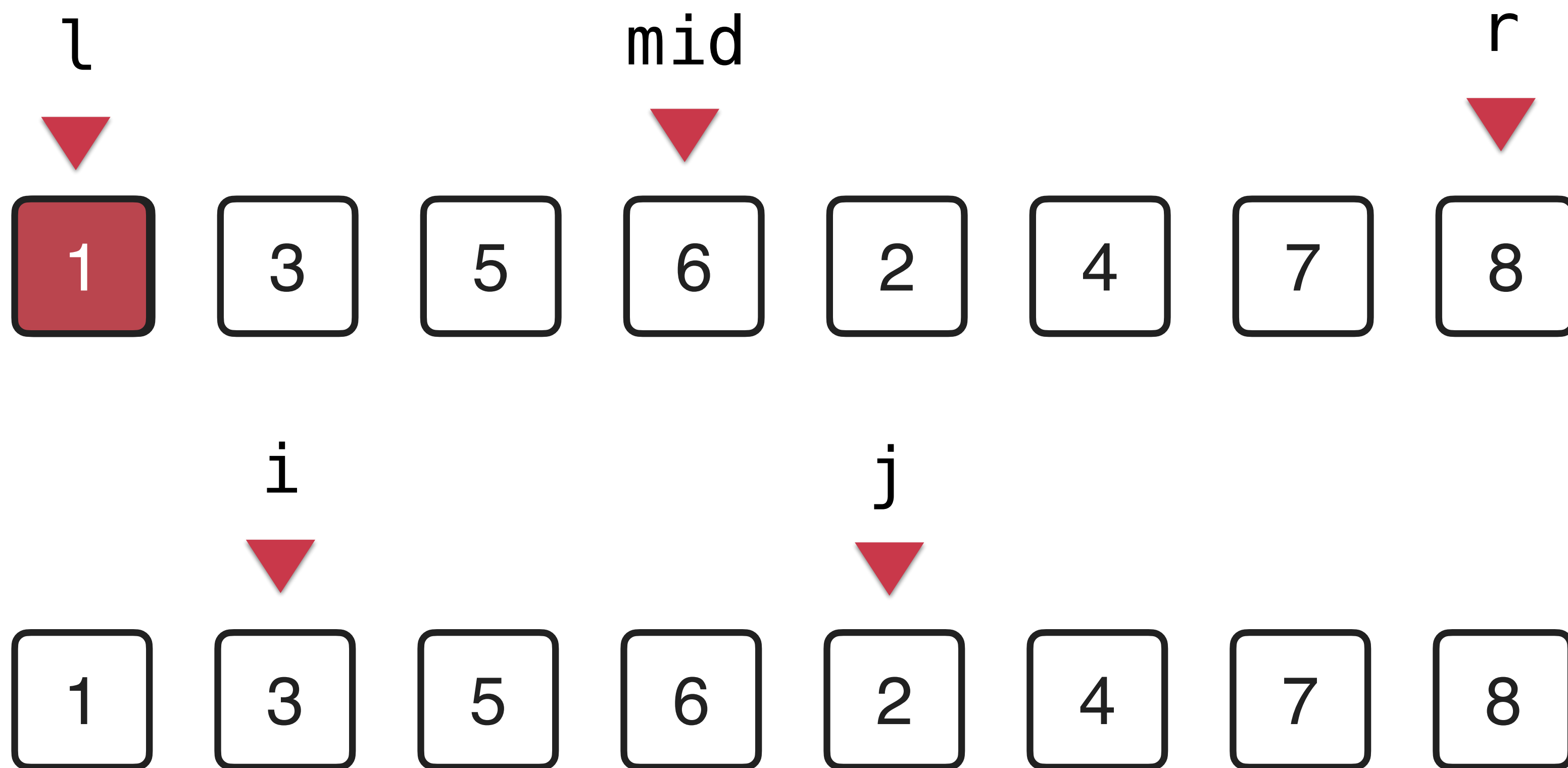
在整个区间，1 不和任何数字形成逆序数对



归并过程

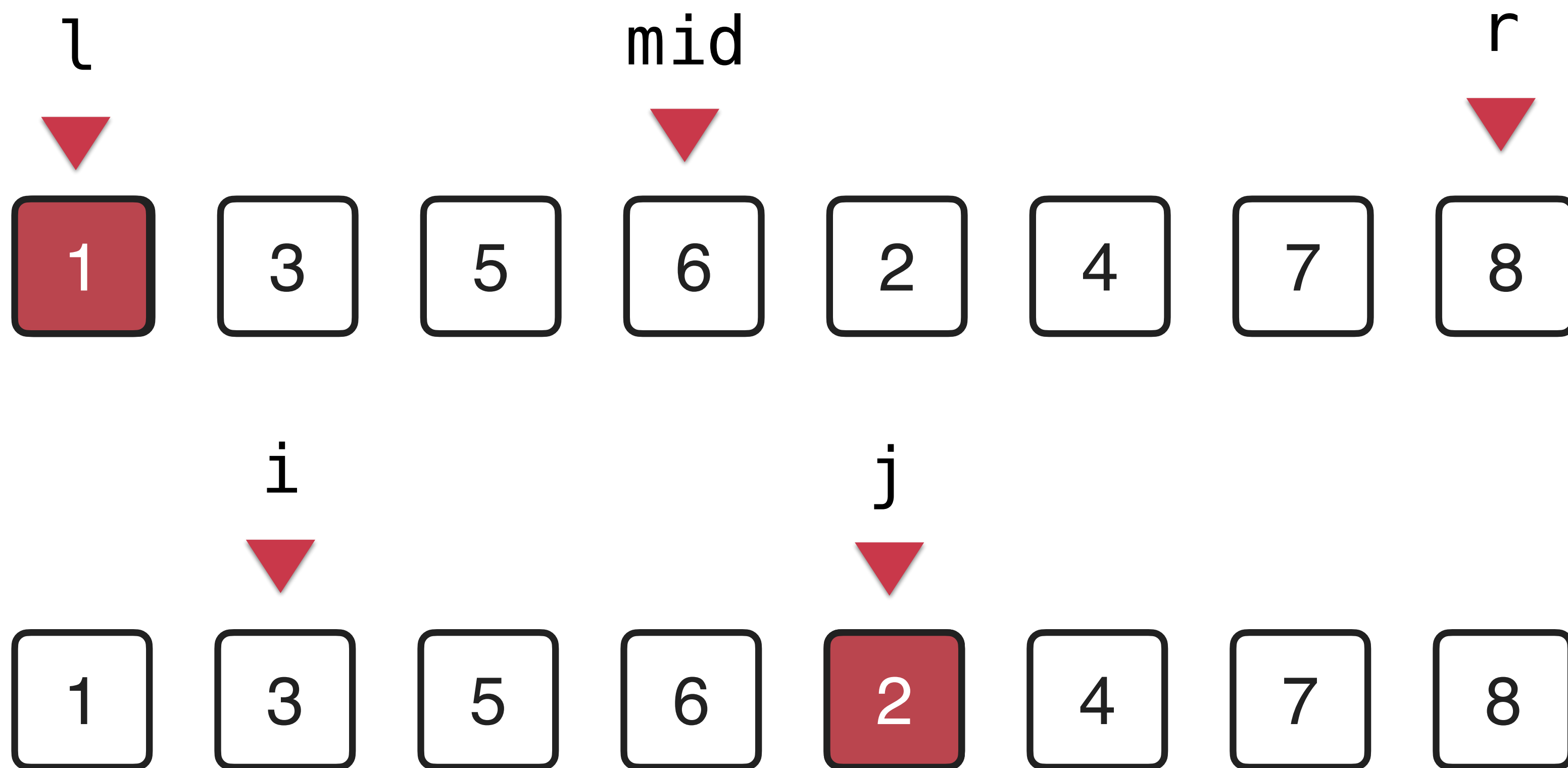


归并过程

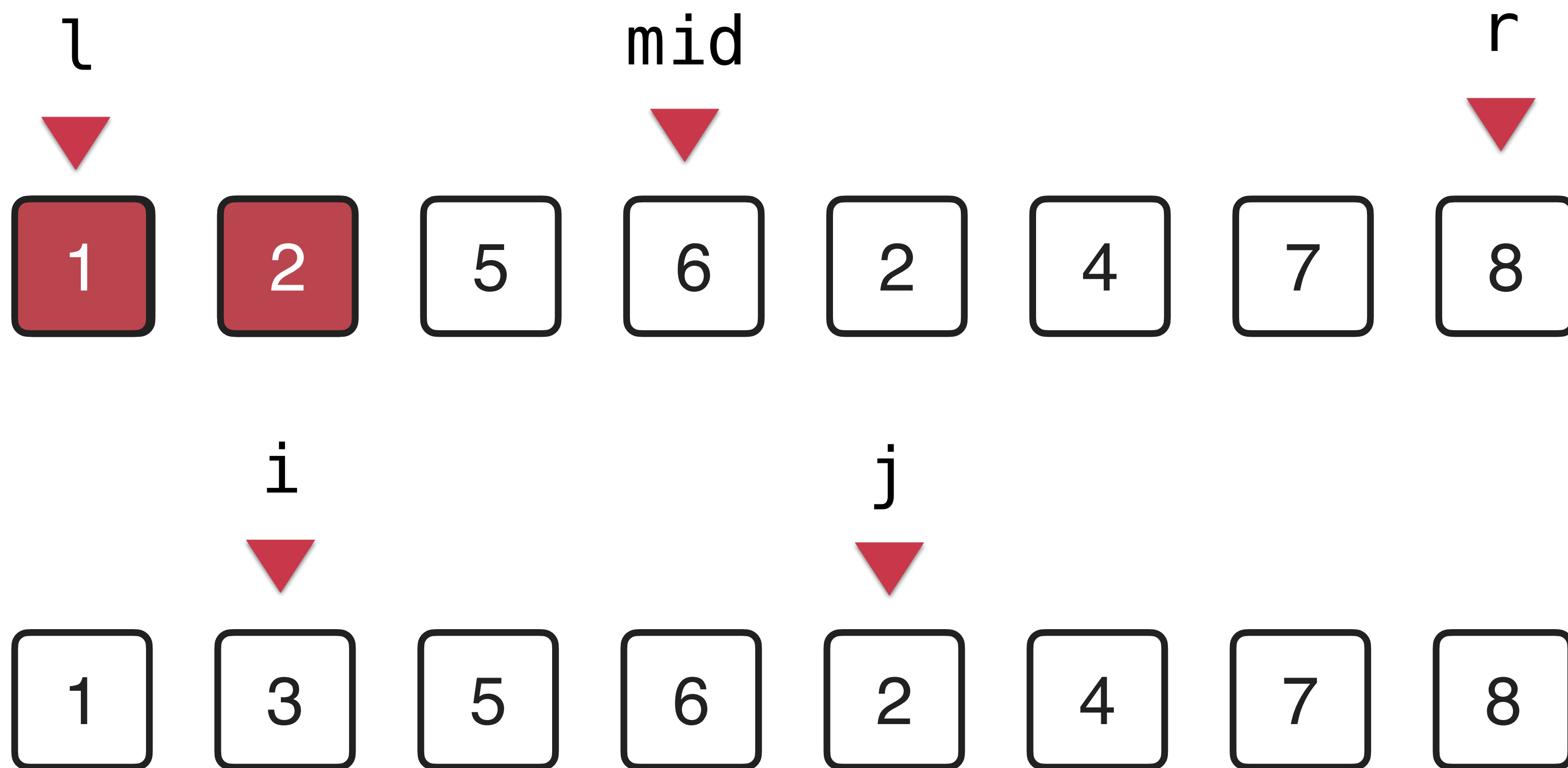


归并过程

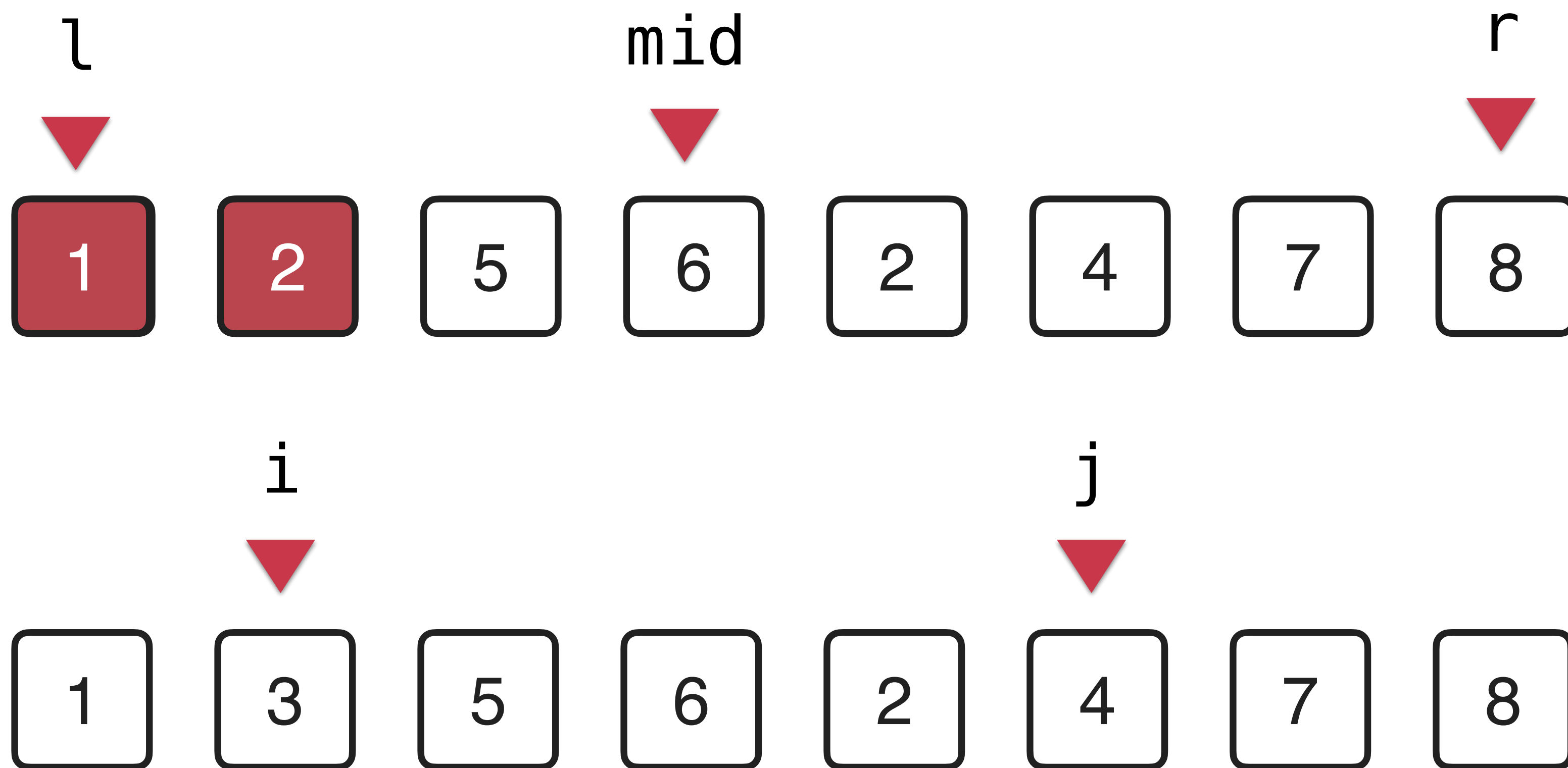
2 和 3, 5, 6 形成逆序数对



归并过程

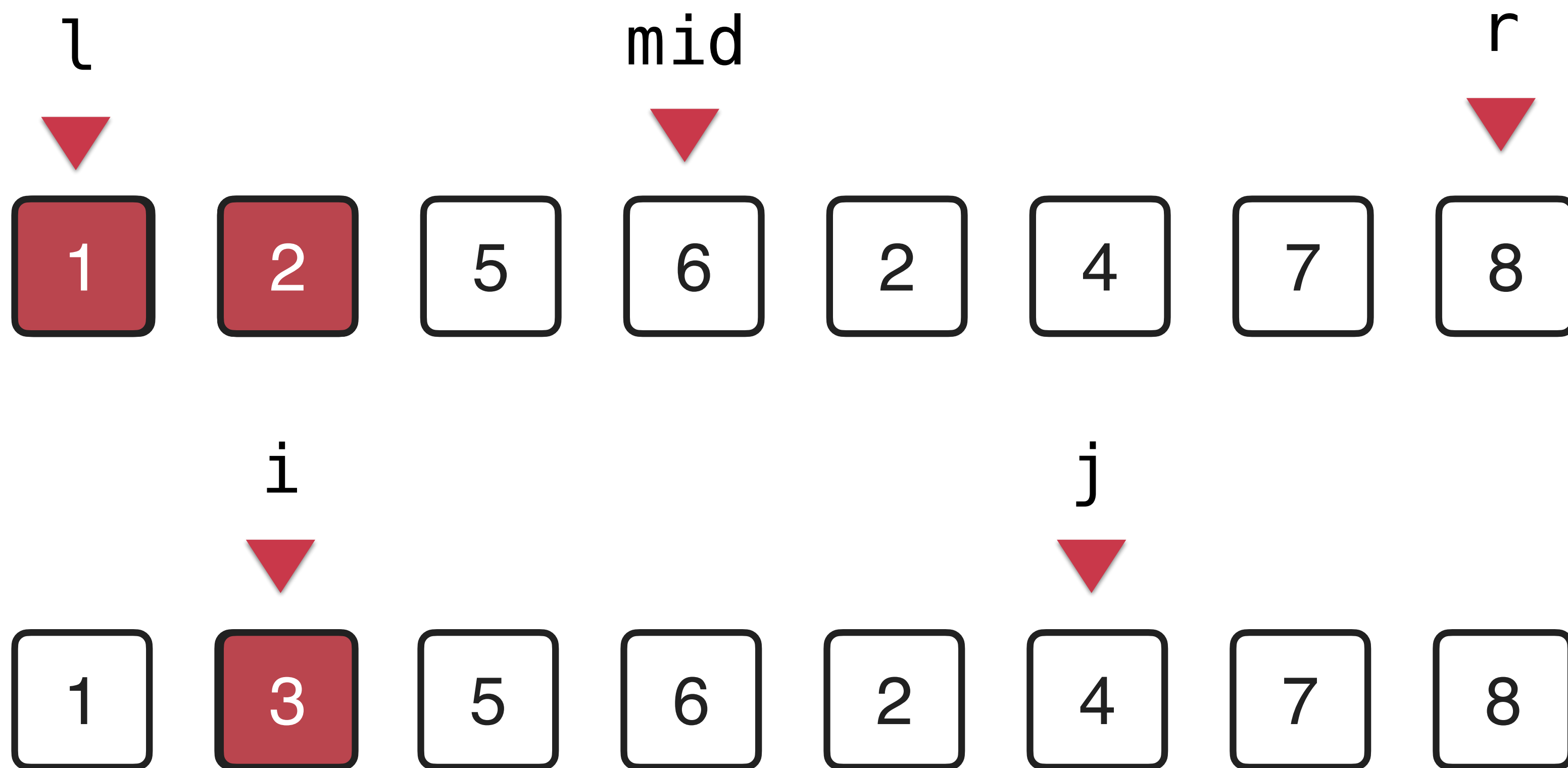


归并过程

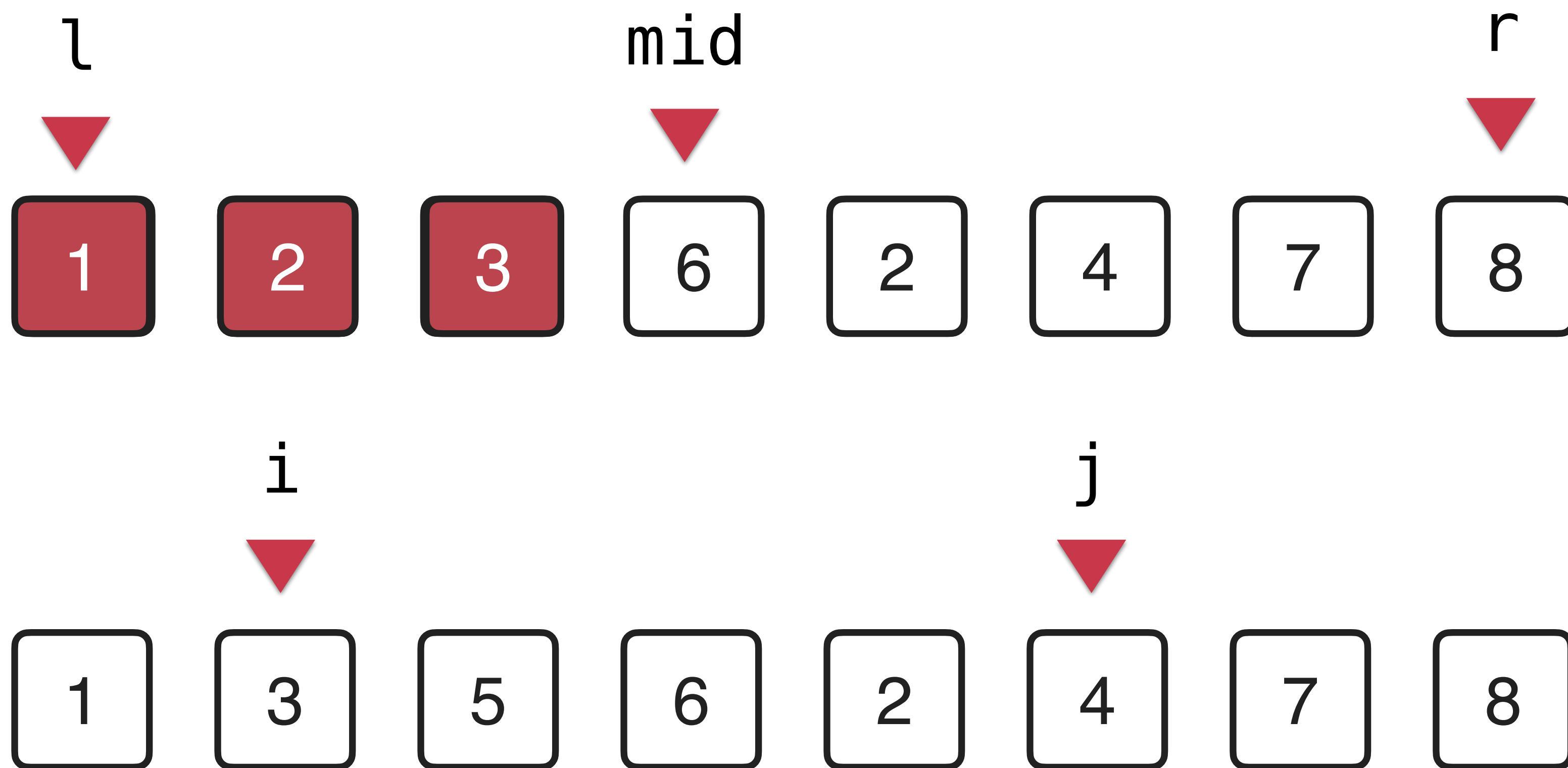


归并过程

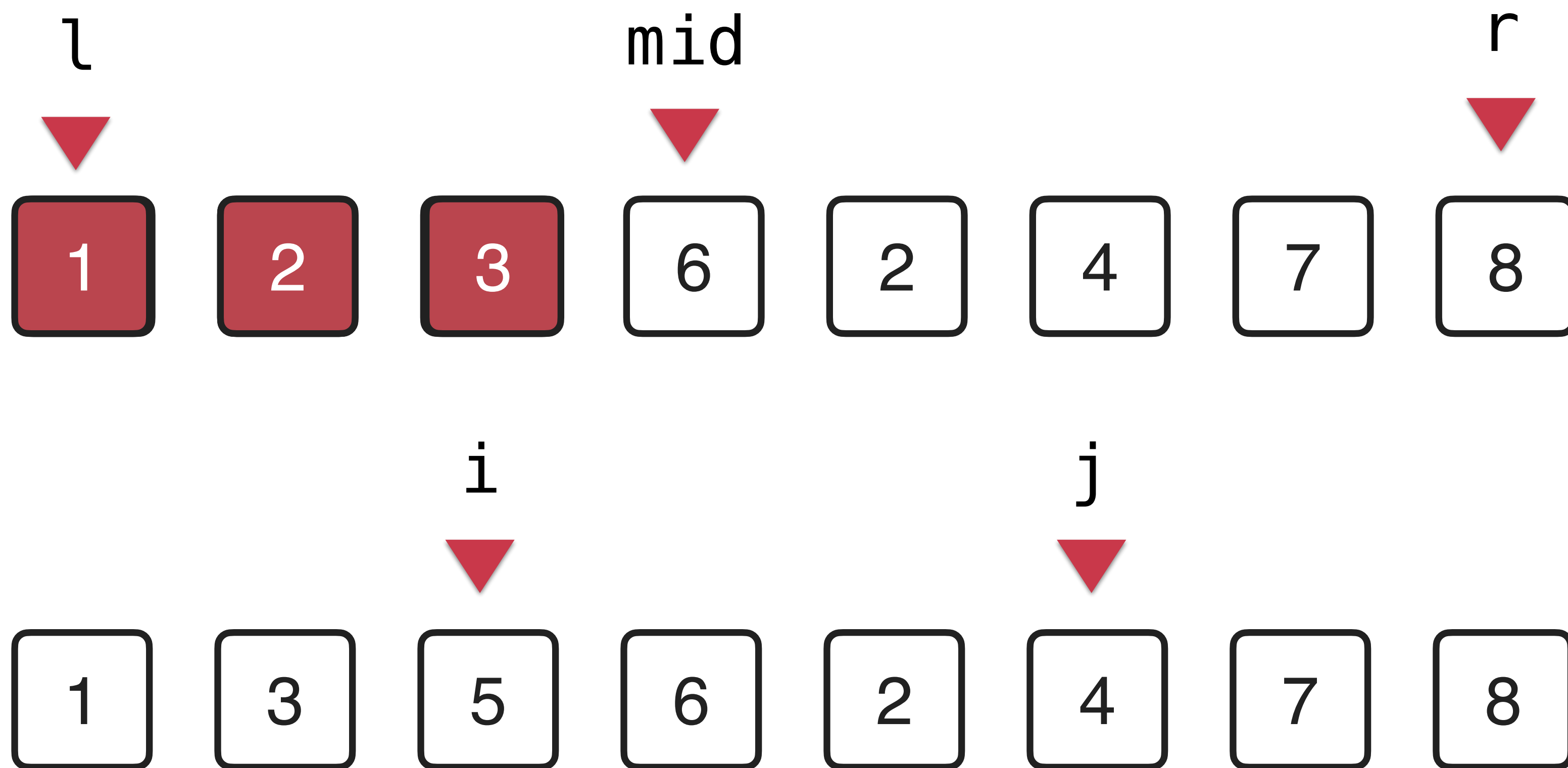
3 不和任何数字形成逆序数对



归并过程

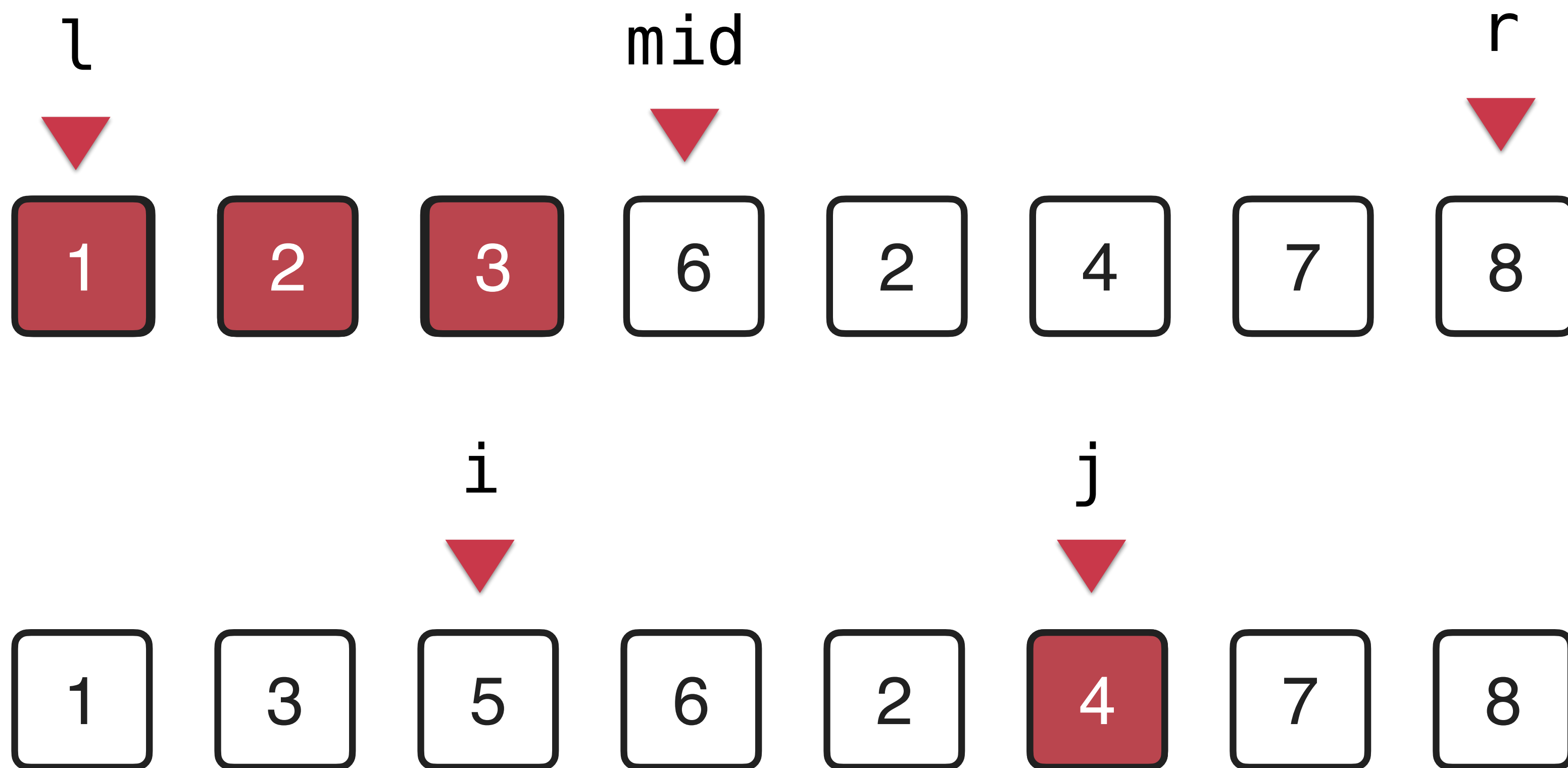


归并过程

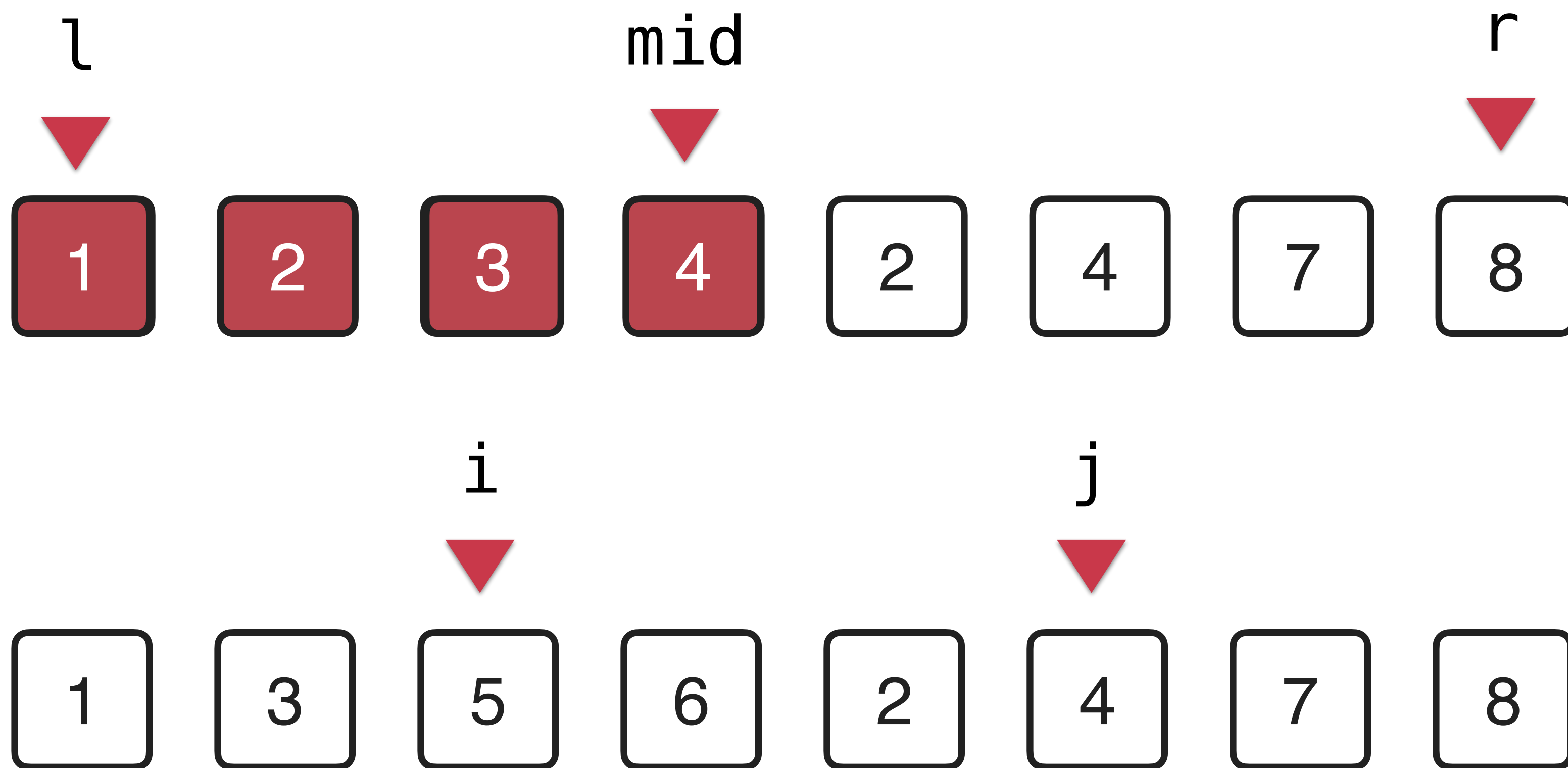


归并过程

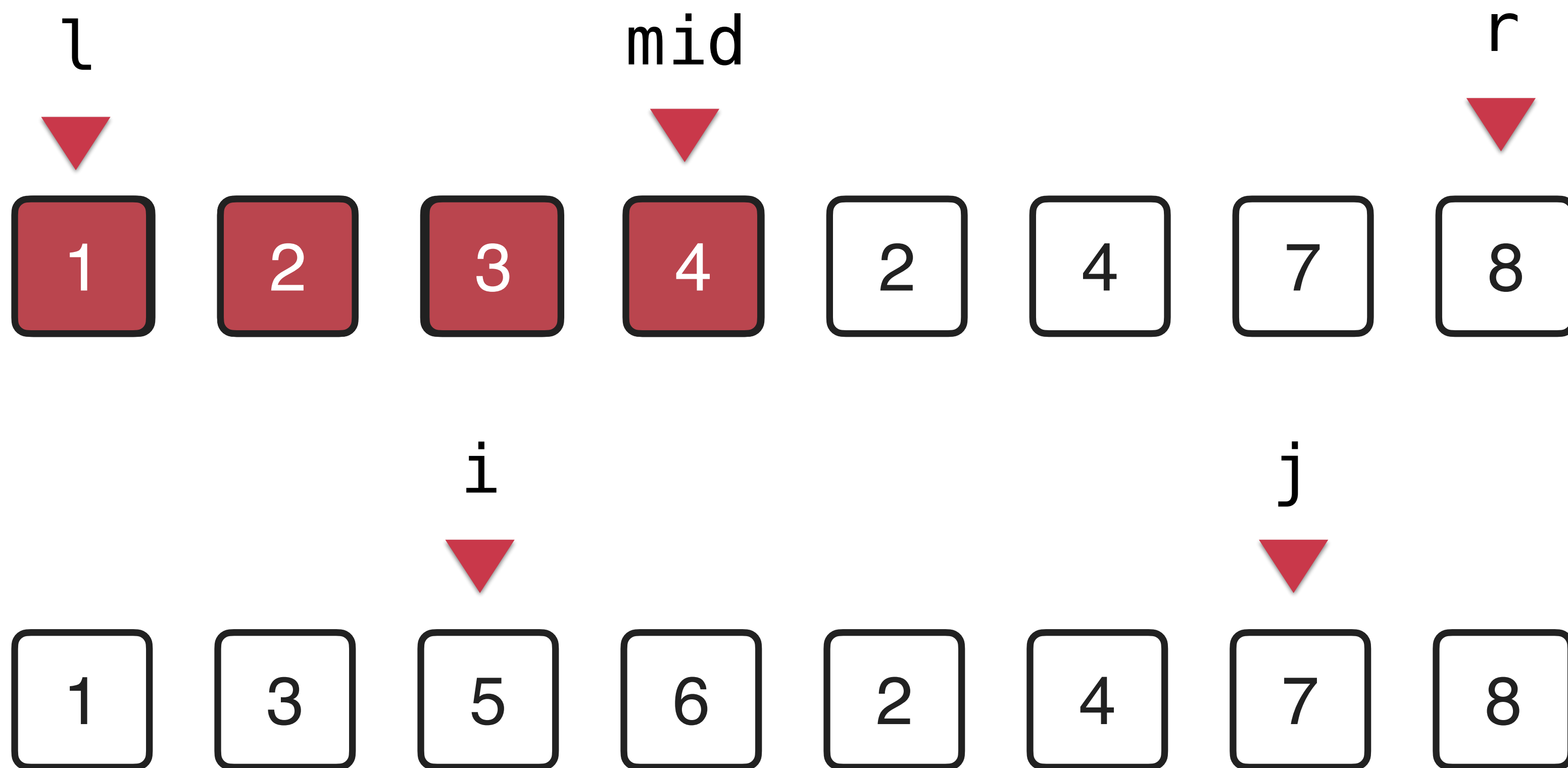
4 和 5, 6 形成逆序数对



归并过程

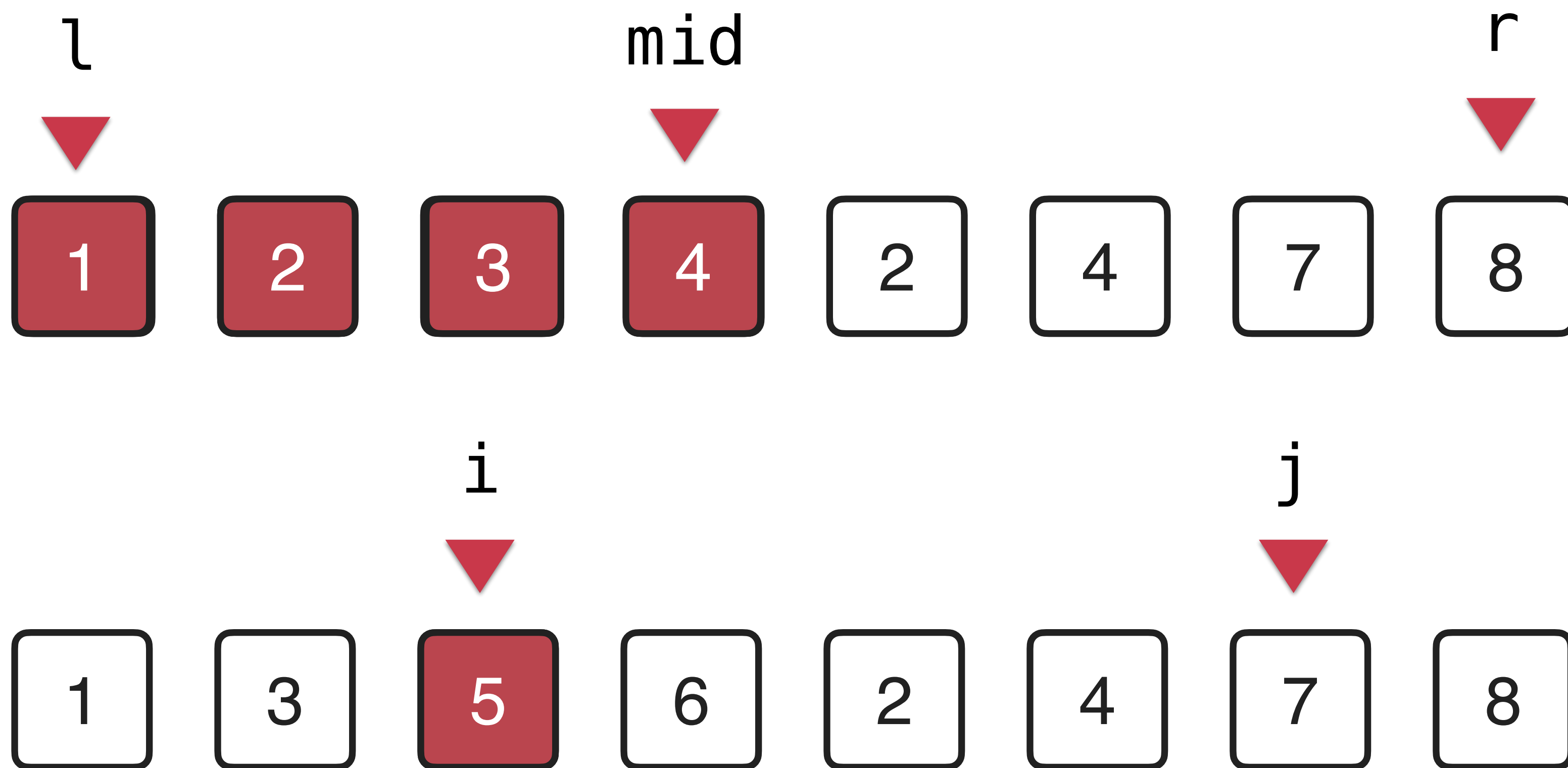


归并过程

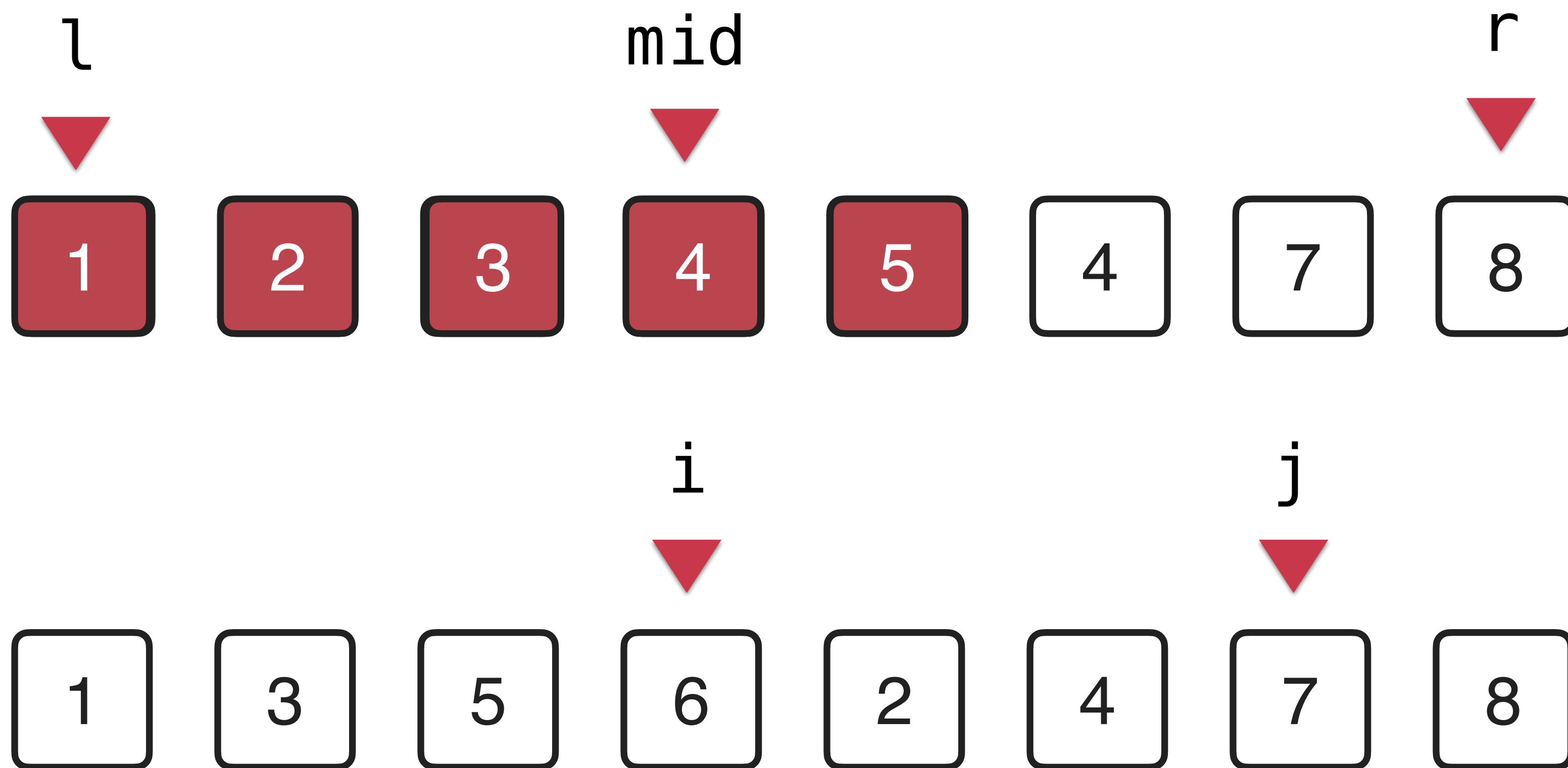


归并过程

5 不和任何数字形成逆序数对

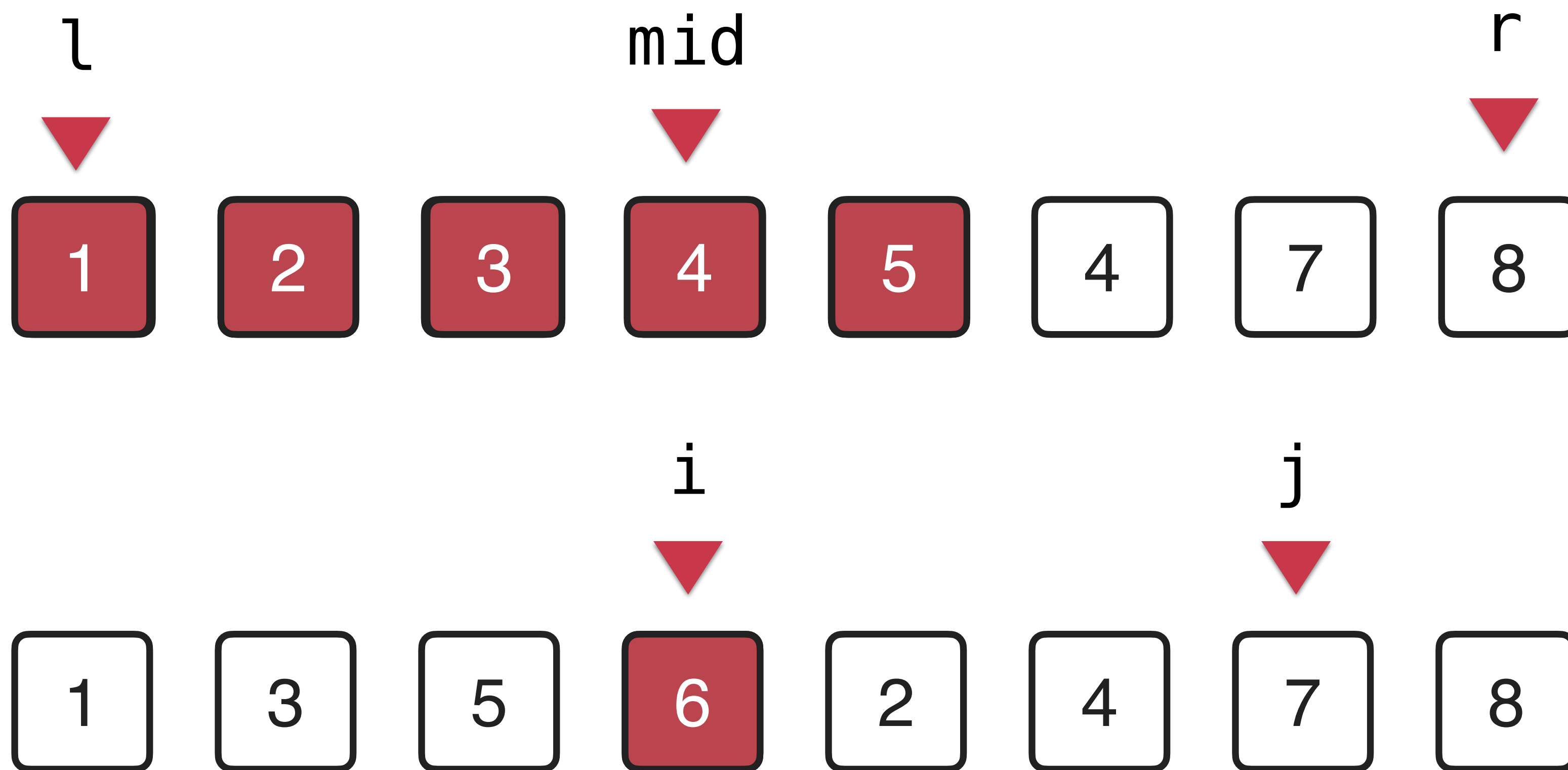


归并过程

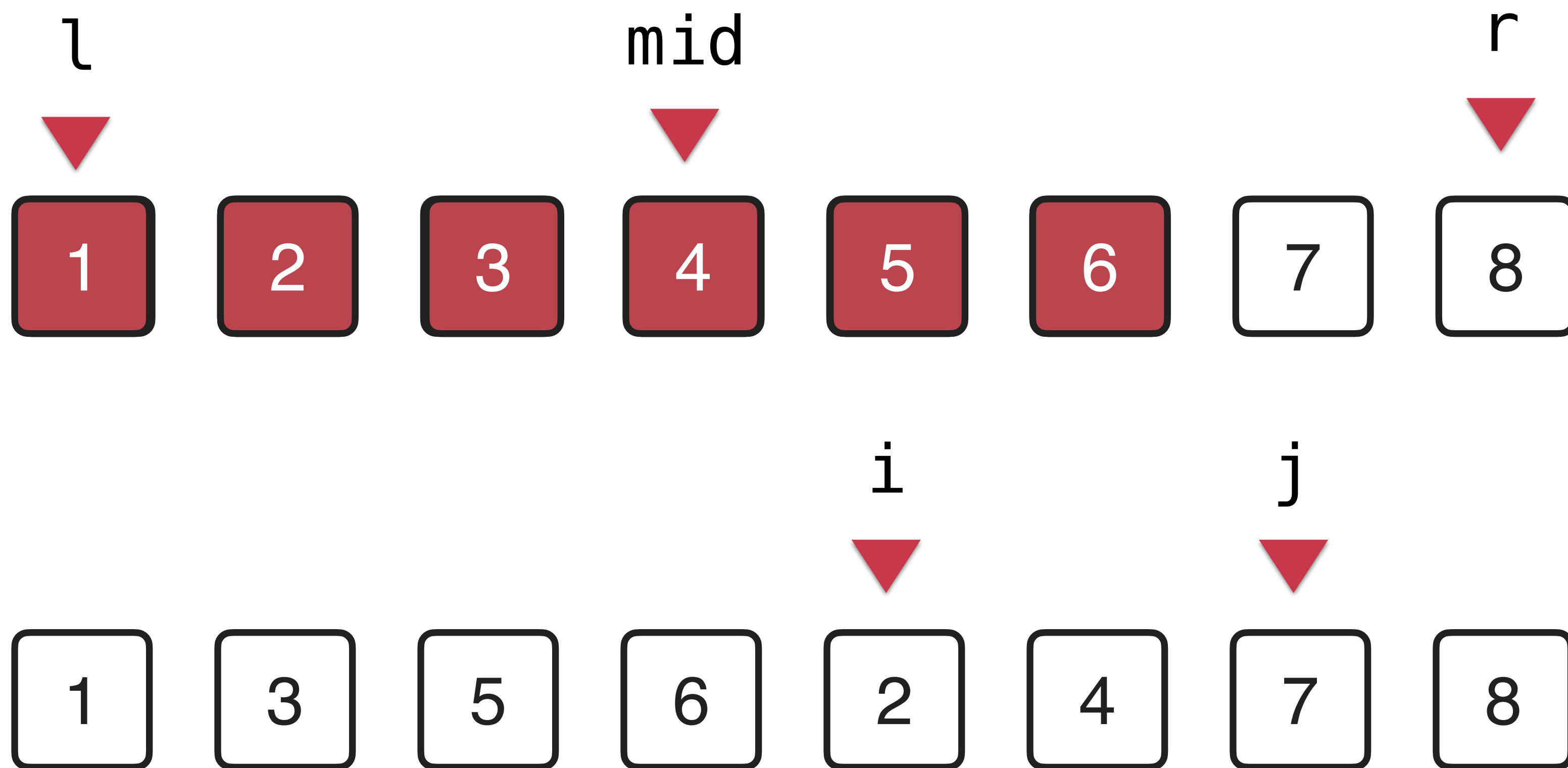


归并过程

6 不和任何数字形成逆序数对

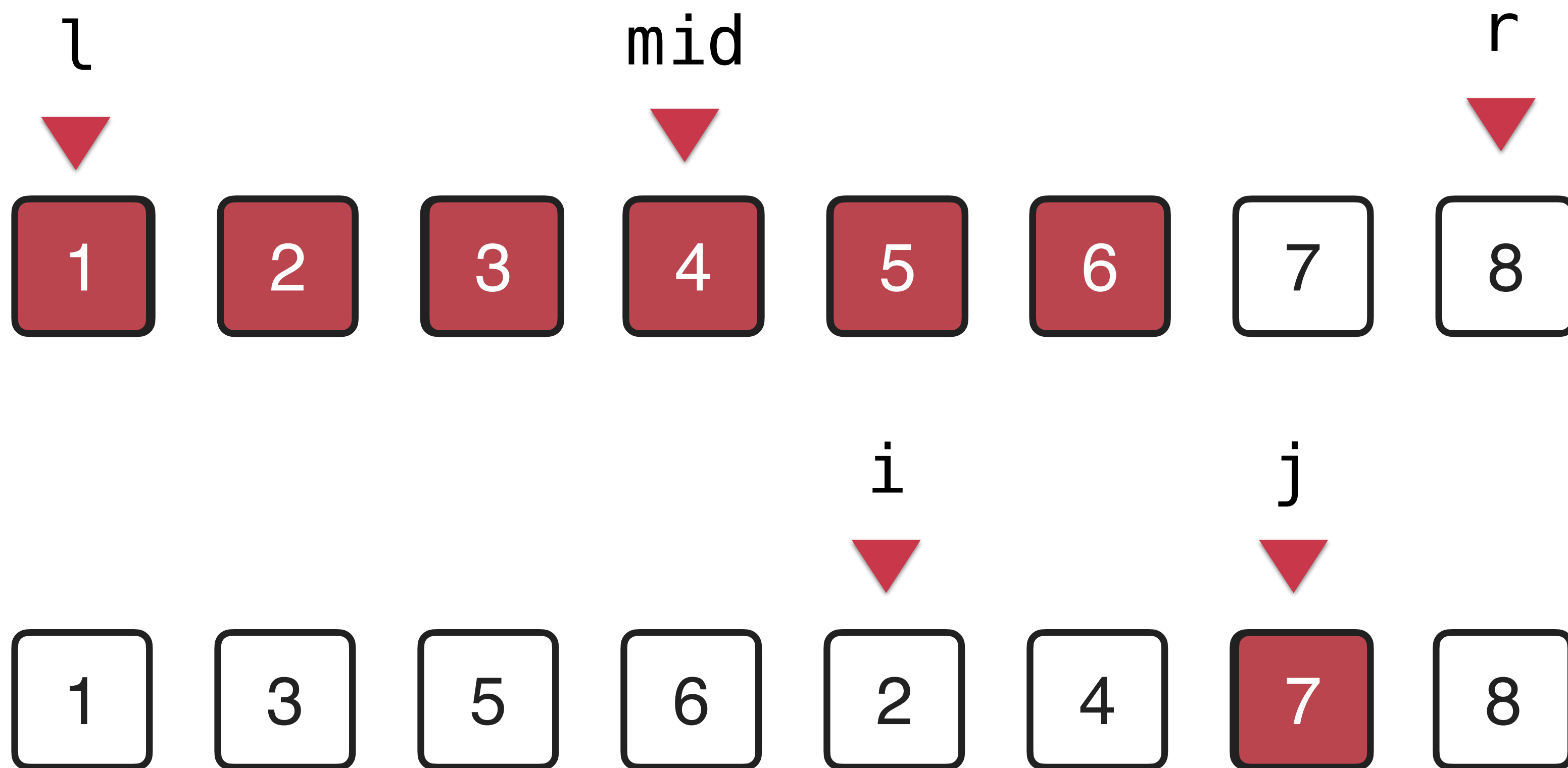


归并过程

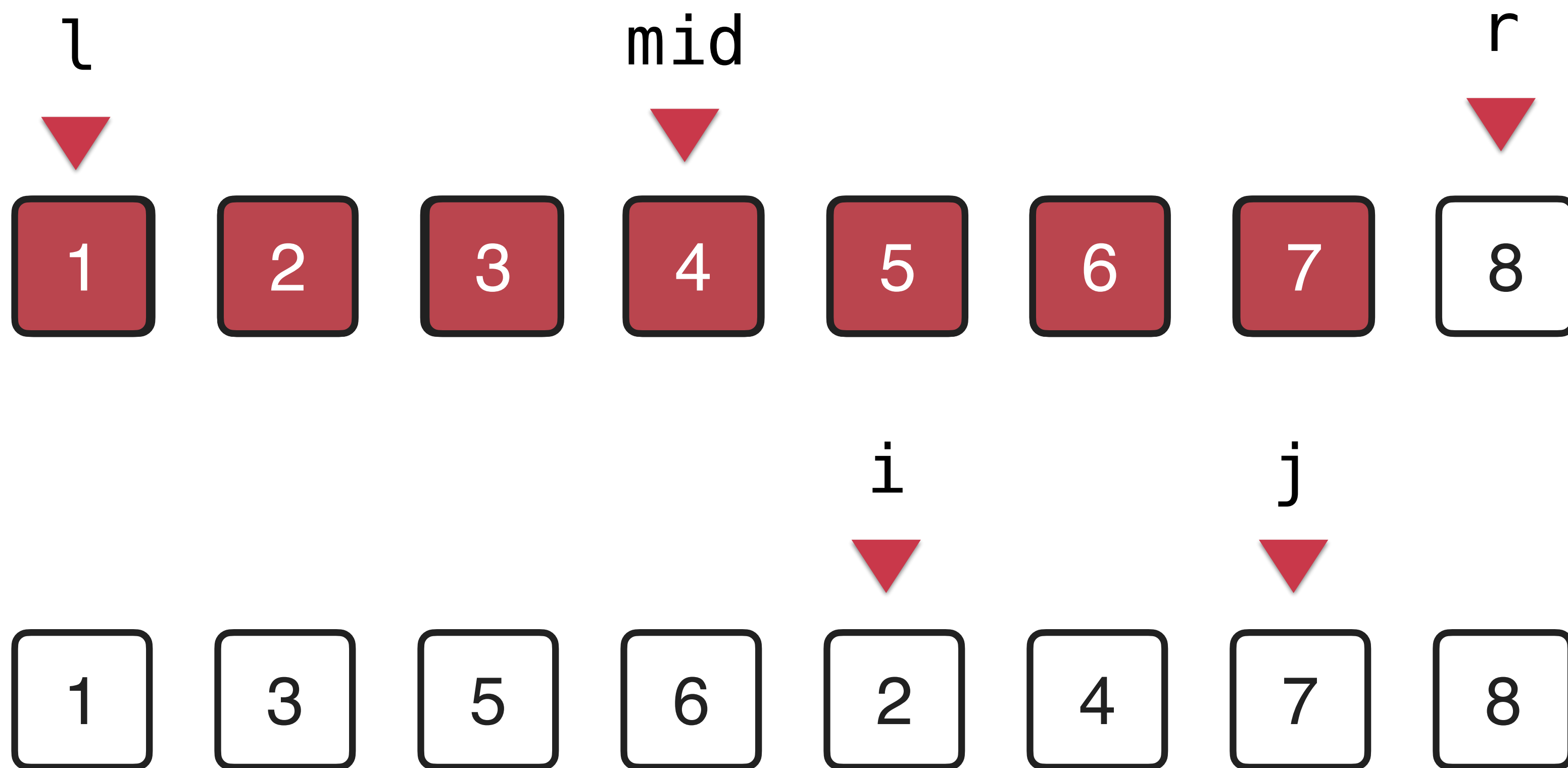


归并过程

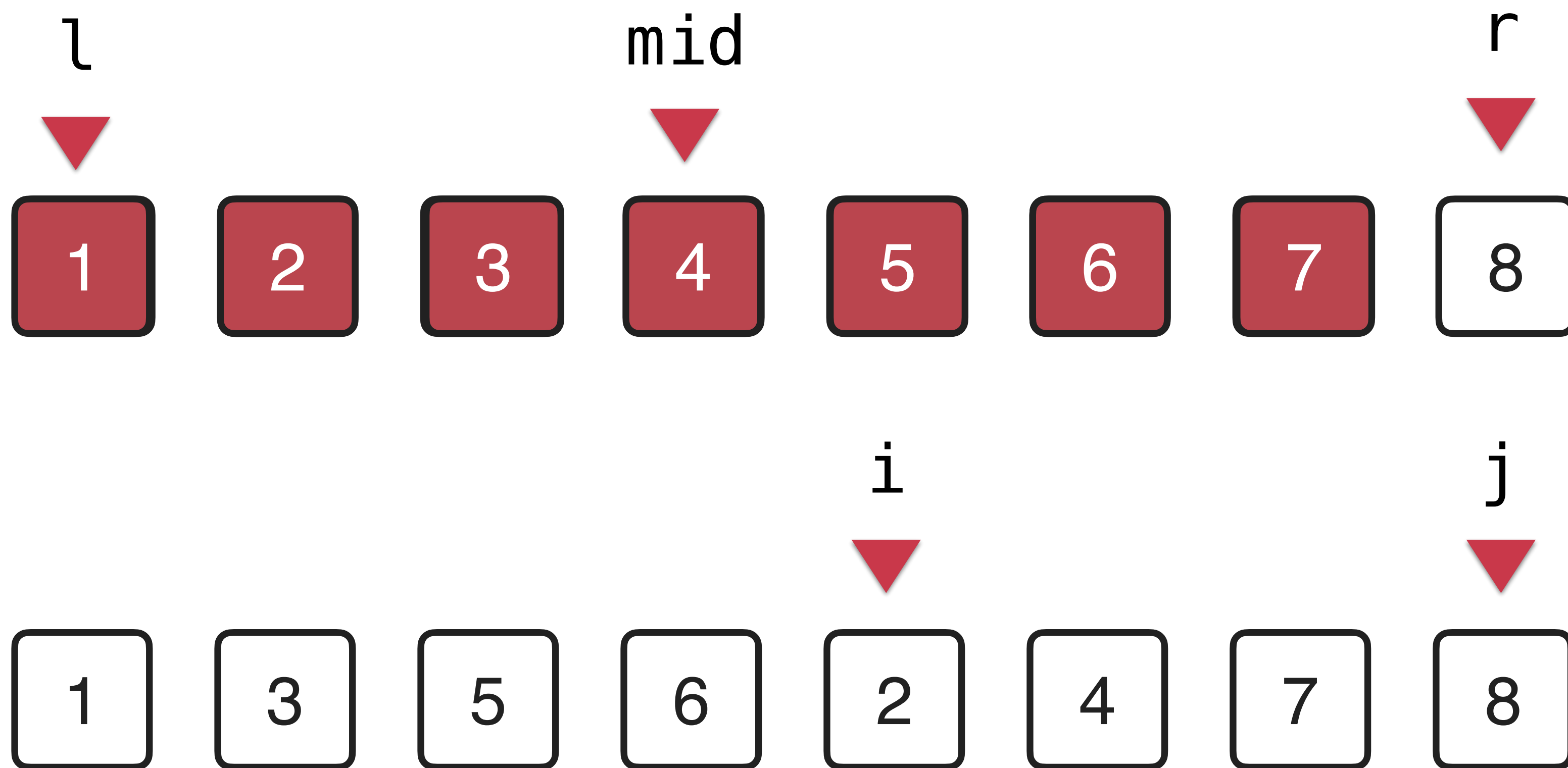
7 不和任何数字形成逆序数对



归并过程

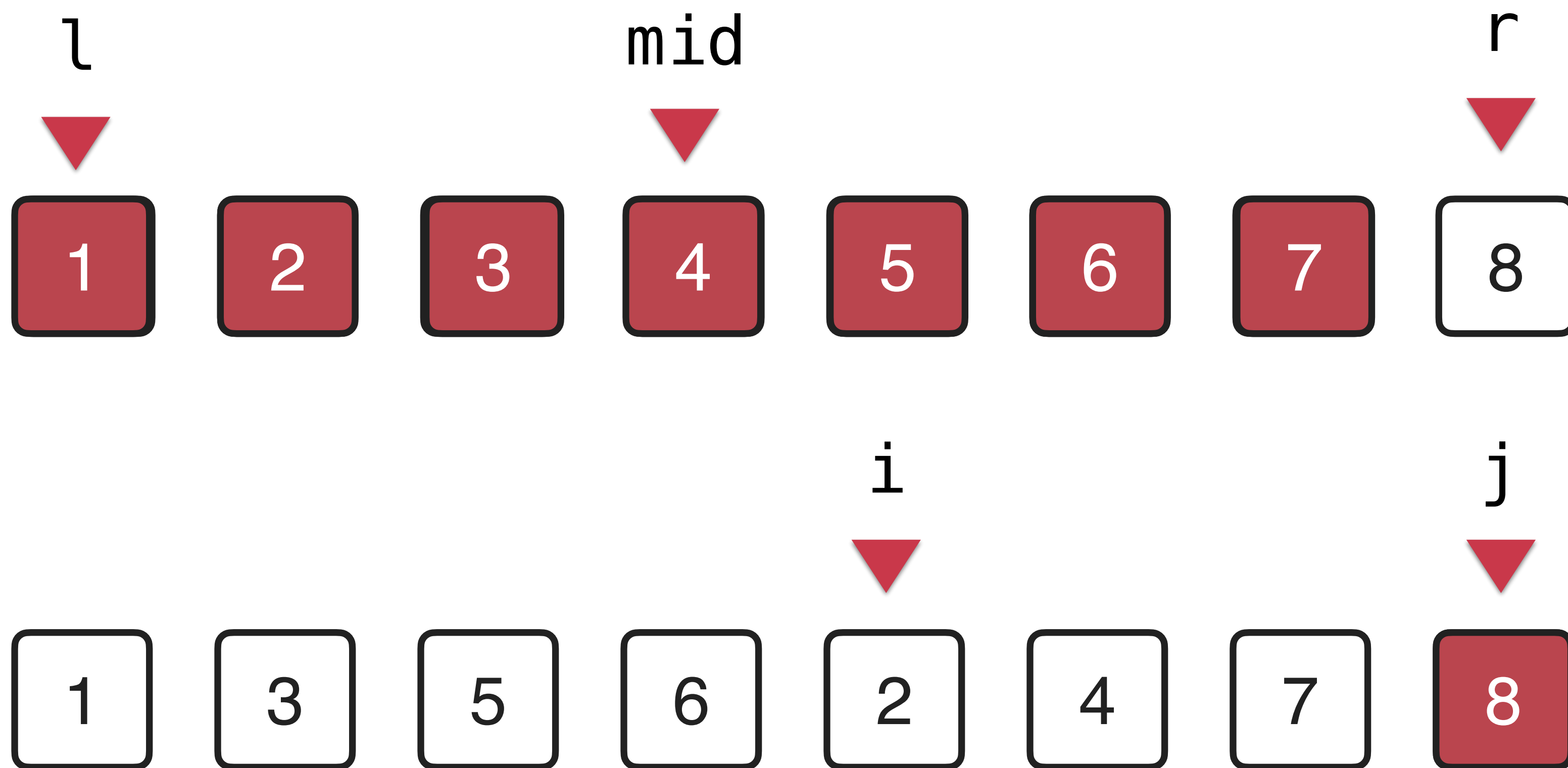


归并过程

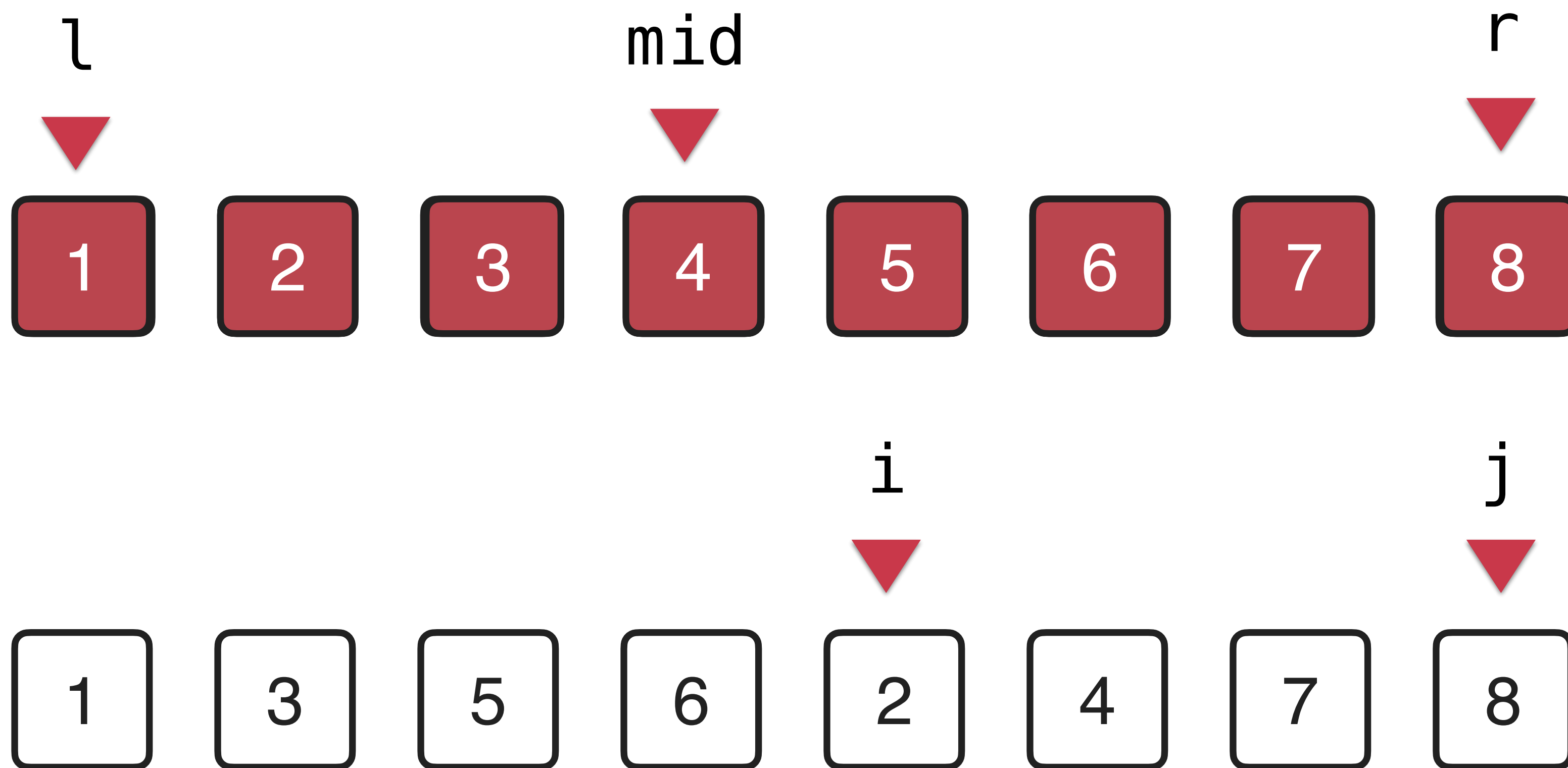


归并过程

8 不和任何数字形成逆序数对

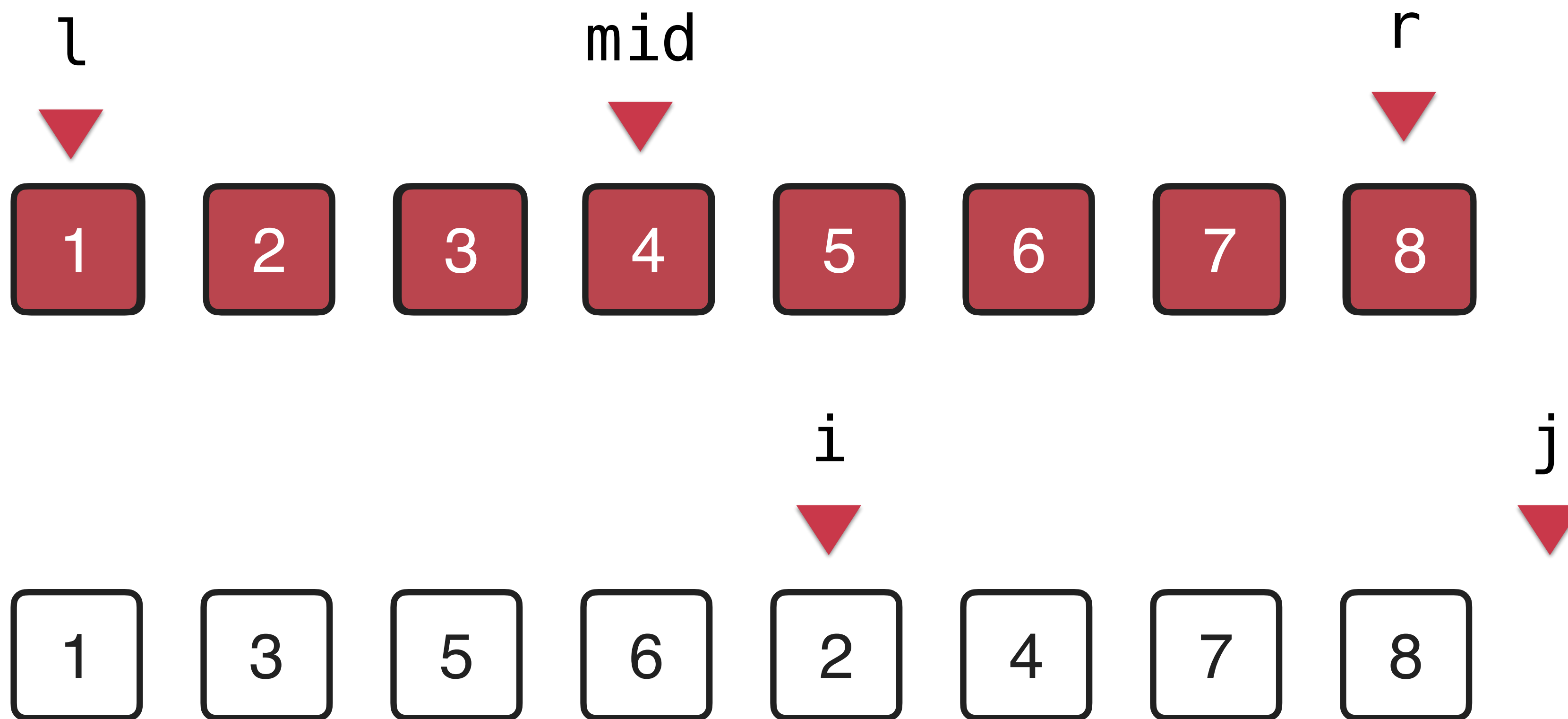


归并过程



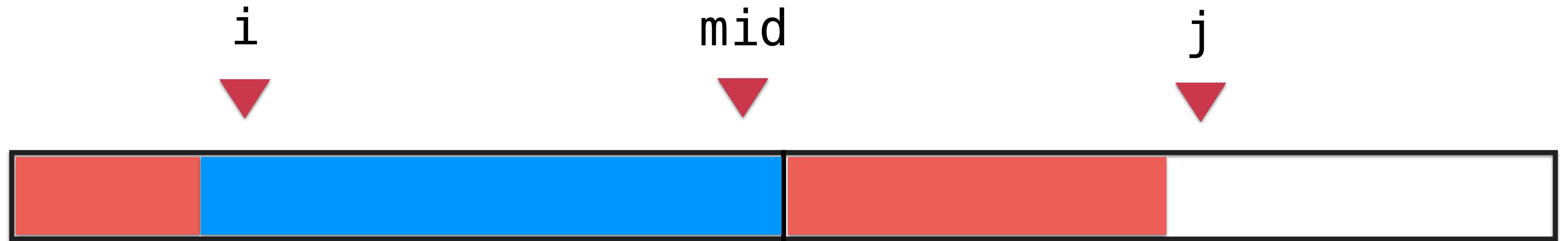
归并过程

后面区间的元素归并上来时，和前面区间剩余元素形成逆序数对



使用归并排序法求解逆序数对个数问题

后面区间的元素归并上来时，和前面区间剩余元素形成逆序数对



如果 $\text{arr}[j] < \text{arr}[i]$ $\text{res} += (\text{mid} - i + 1)$

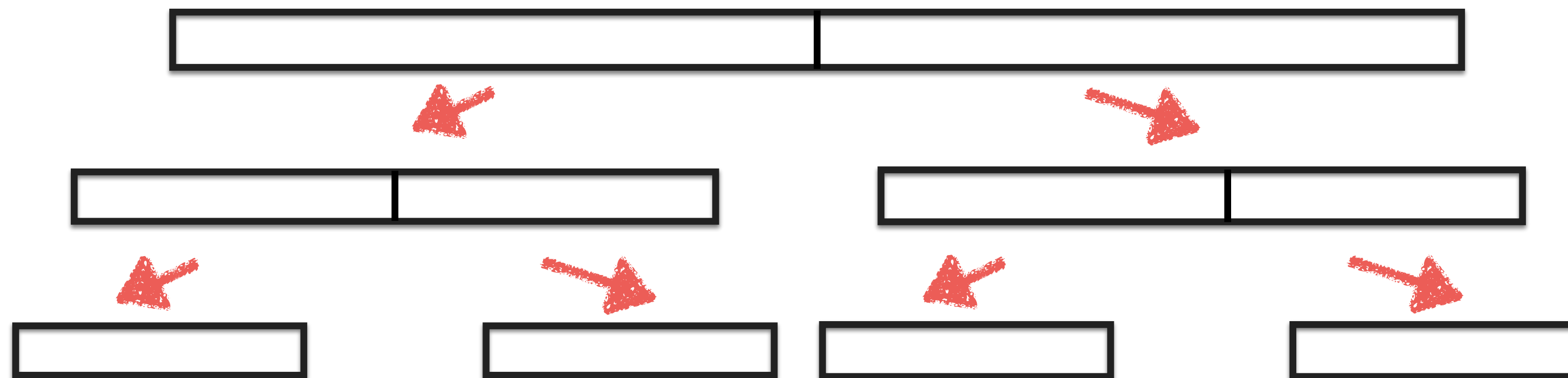
实践：使用归并排序法求解逆序数对个数问题

归并排序法总结

归并排序法

递归算法

分治算法



归并排序法

时间复杂度分析

$O(n\log n)$

加入对 merge 的优化，
对有序数组，是 $O(n)$ 的

归并排序法

优化 1：判断是否需要 merge

优化 2：对小规模数据使用插入排序

优化 3：只创建一个临时空间

归并排序算法不是原地排序算法

空间复杂度 $O(n)$

归并排序法

自顶向下的归并排序

自底向上的归并排序

归并排序法

解决逆序对数问题

使用自底向上的归并排序？

使用插入排序法优化？

归并排序法

其他

欢迎大家关注我的个人公众号：是不是很酷



算法与数据结构体系课程

liuyubobobo