

# 算法与数据结构体系课程

liuyubobobo

# 线段树（区间树）

Segment Tree

# 为什么使用线段树

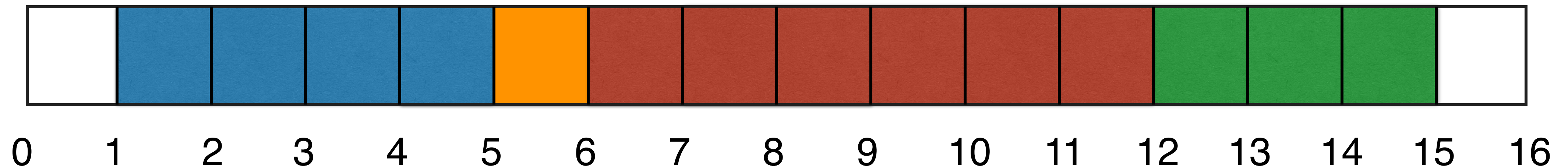
# 为什么要使用线段树

对于有一类问题，我们关心的是线段（或者区间）

# 为什么要使用线段树

最经典的线段树问题：区间染色

有一面墙，长度为 $n$ ，每次选择一段儿墙进行染色



$m$ 次操作后，我们可以看见多少种颜色？

# 为什么要使用线段树

最经典的线段树问题：区间染色

m次操作后，我们可以看见多少种颜色？

m次操作后，我们可以在 $[i, j]$ 区间内看见多少种颜色？

# 为什么要使用线段树

m次操作后，我们可以在[i, j]区间内看见多少种颜色？

使用数组实现

染色操作（更新区间）	$O(n)$
查询操作（查询区间）	$O(n)$

# 为什么要使用线段树

另一类经典问题：区间查询

32	26	17	55	72	19	8	46	22	68	28	33	62	92	53	16
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

查询一个区间 $[i, j]$ 的最大值，最小值，或者区间数字和

实质：基于区间的统计查询



# 为什么要使用线段树

实质：基于区间的统计查询

2017年注册用户中消费最高的用户？ 消费最少的用户？ 学习时间最长的用户？

某个太空区间中天体总量？

使用数组实现

更新	$O(n)$
查询	$O(n)$

# 为什么要使用线段树

	使用数组实现	使用线段树
更新	$O(n)$	$O(\log n)$
查询	$O(n)$	$O(\log n)$

# 为什么要使用线段树

32	26	17	55	72	19	8	46	22	68	28	33	62	92	53	16
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

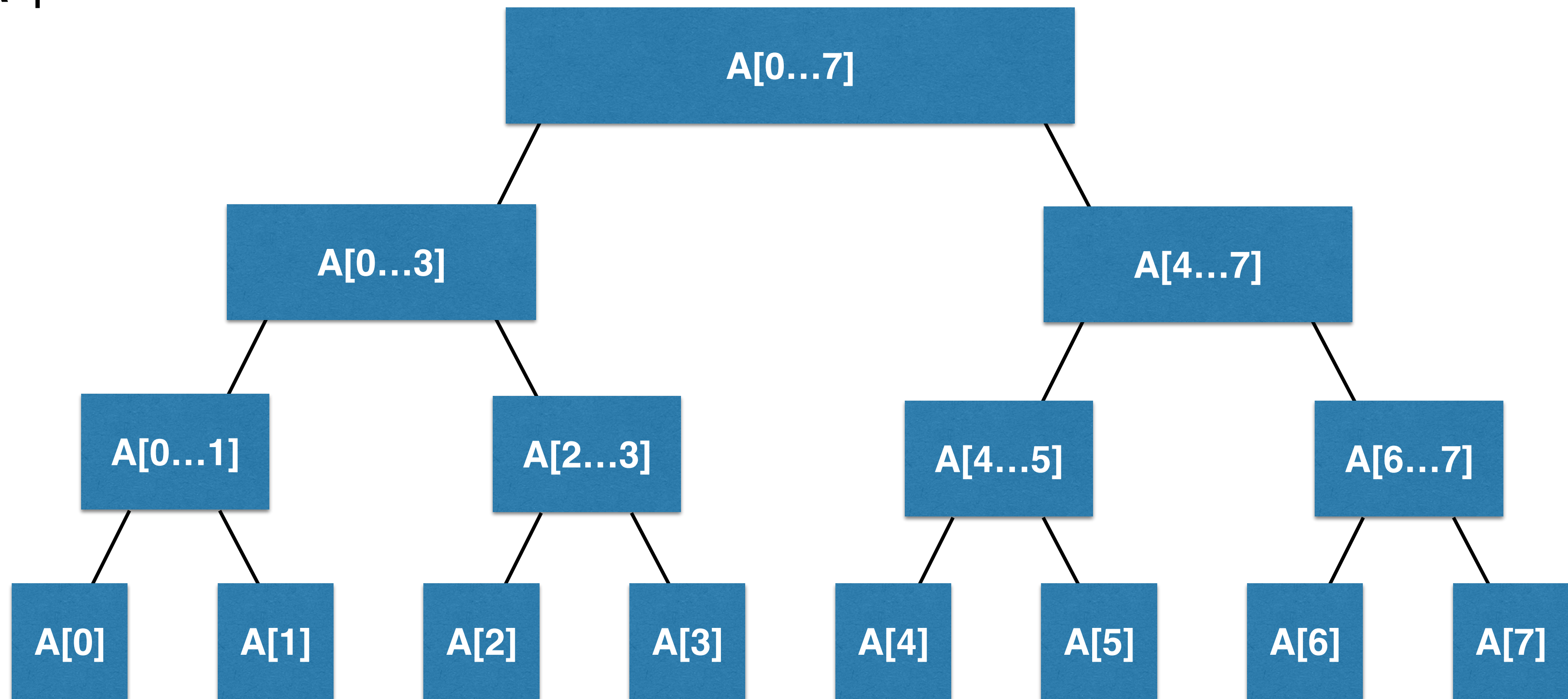
对于给定区间

更新：更新区间中一个元素或者一个区间的值

查询一个区间 $[i, j]$ 的最大值，最小值，或者区间数字和

# 什么是线段树

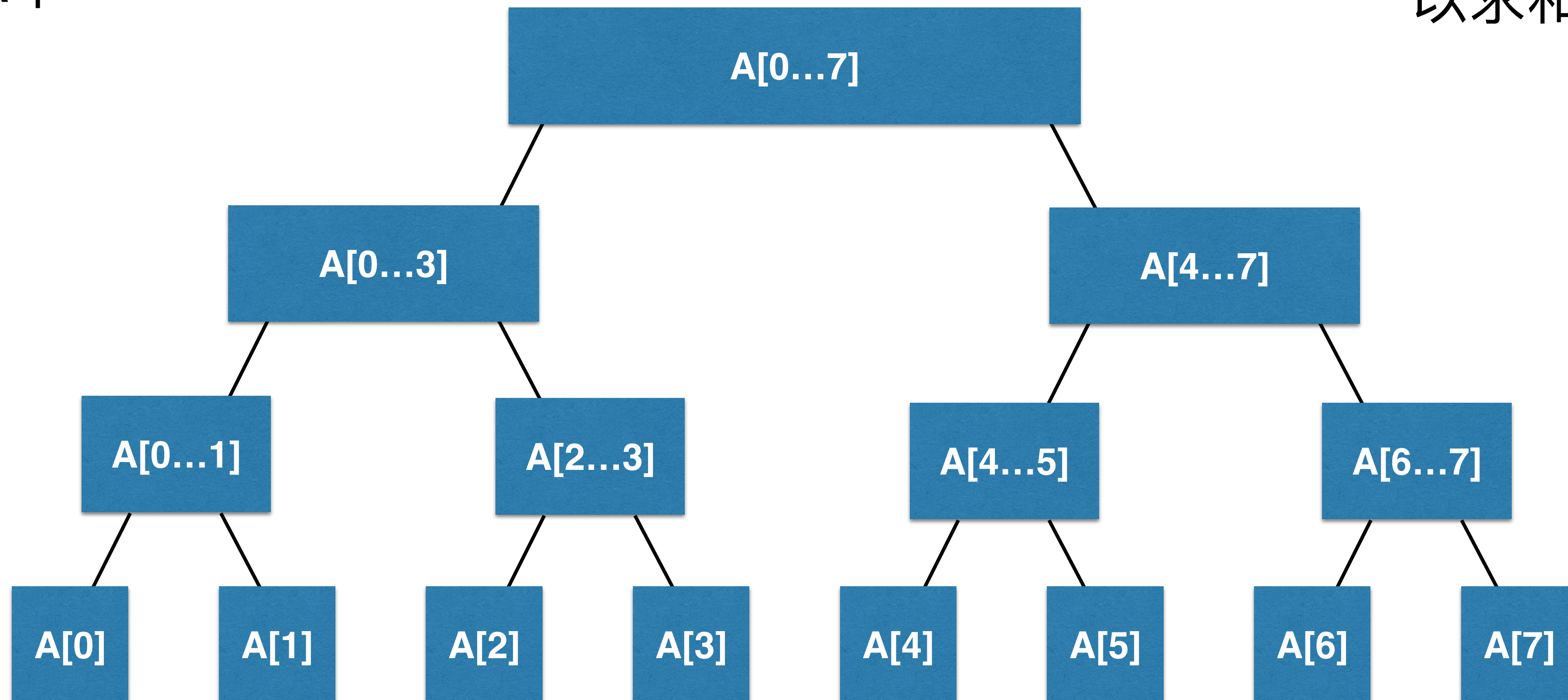
在数组A中



# 什么是线段树

在数组A中

以求和为例

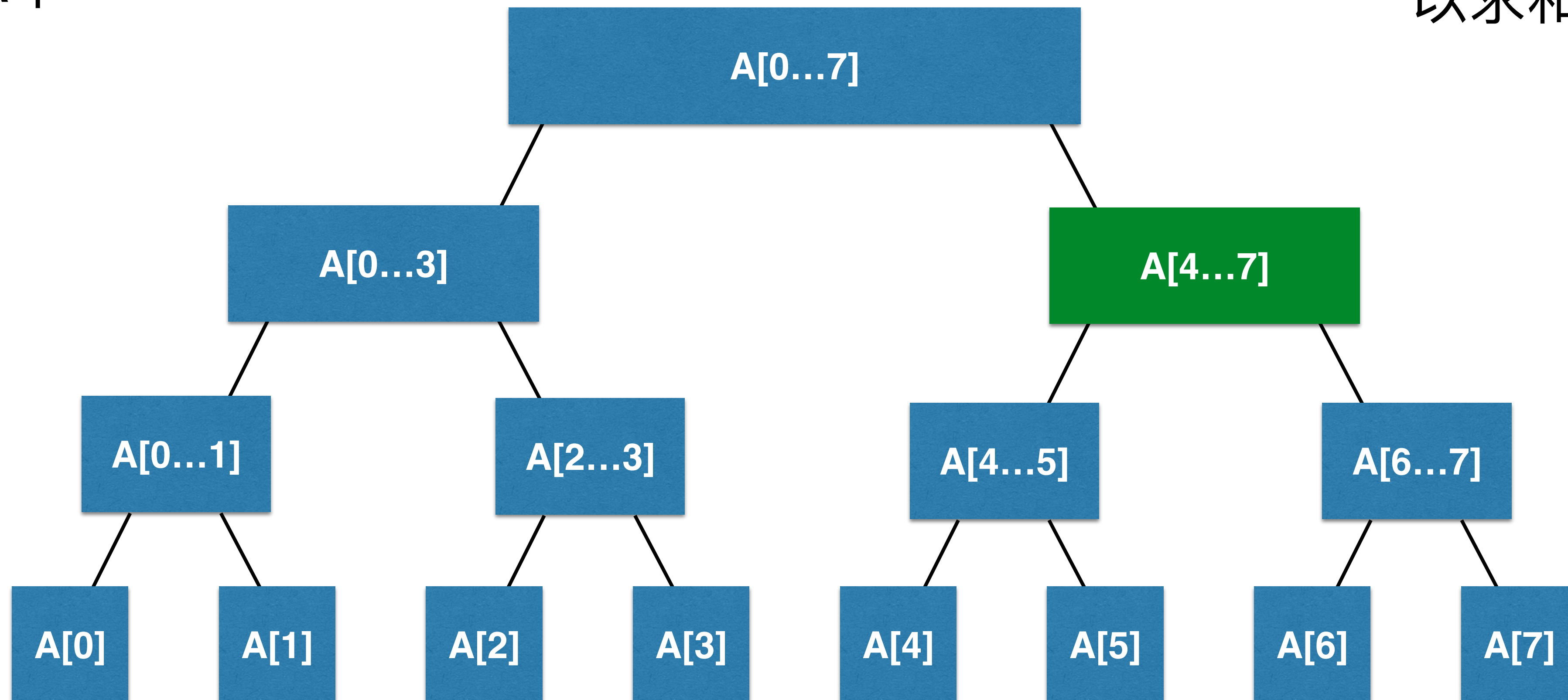




# 什么是线段树

在数组A中

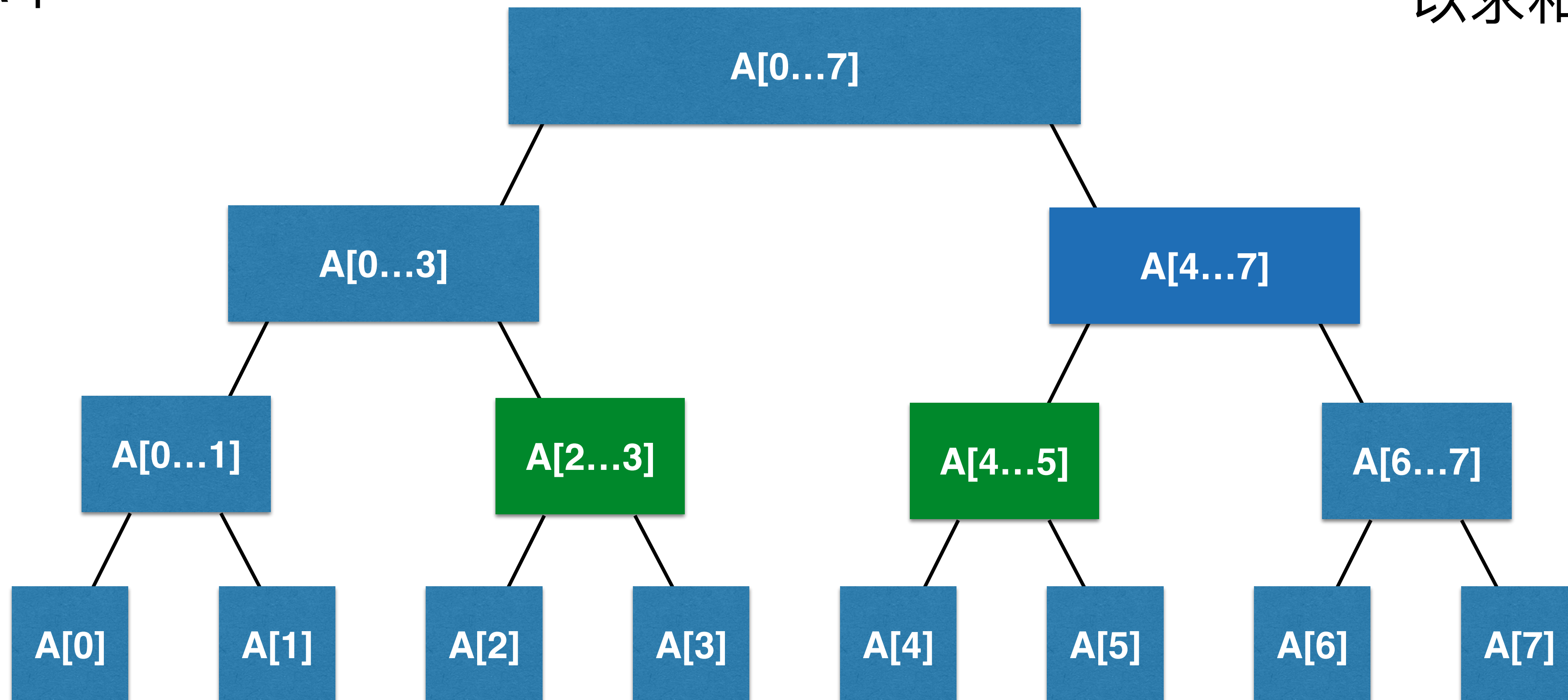
以求和为例



# 什么是线段树

在数组A中

以求和为例

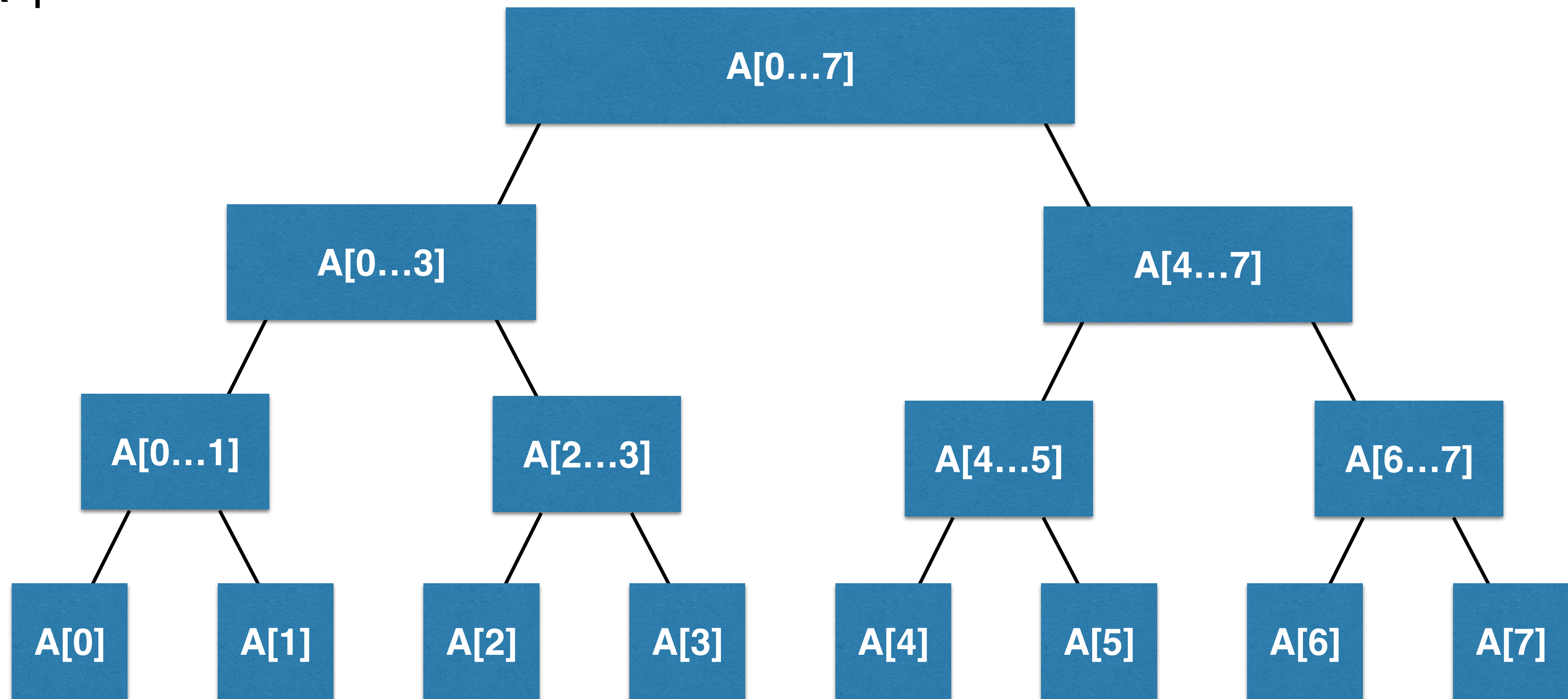


# 线段树基础



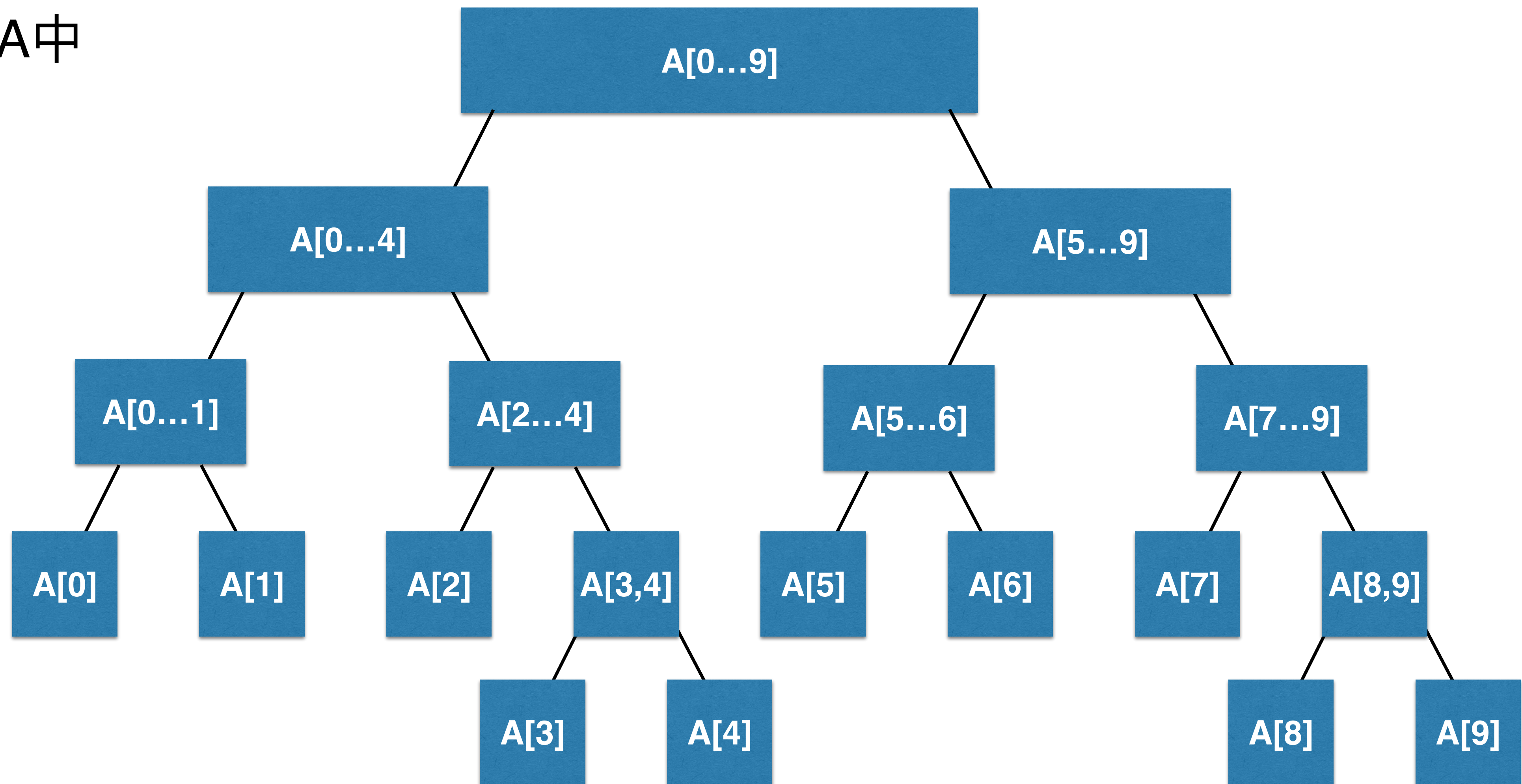
# 什么是线段树

在数组A中



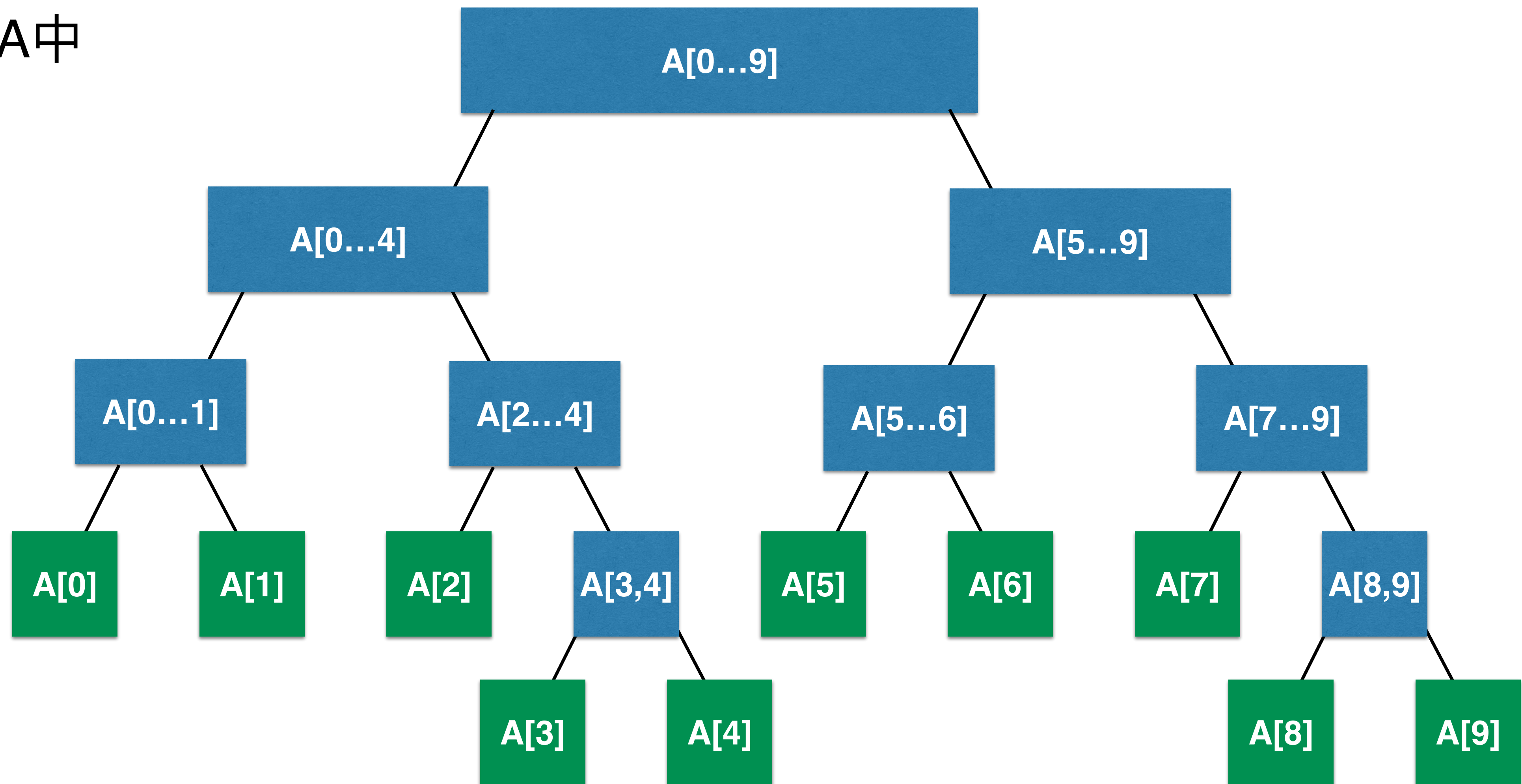
# 什么是线段树

在数组A中



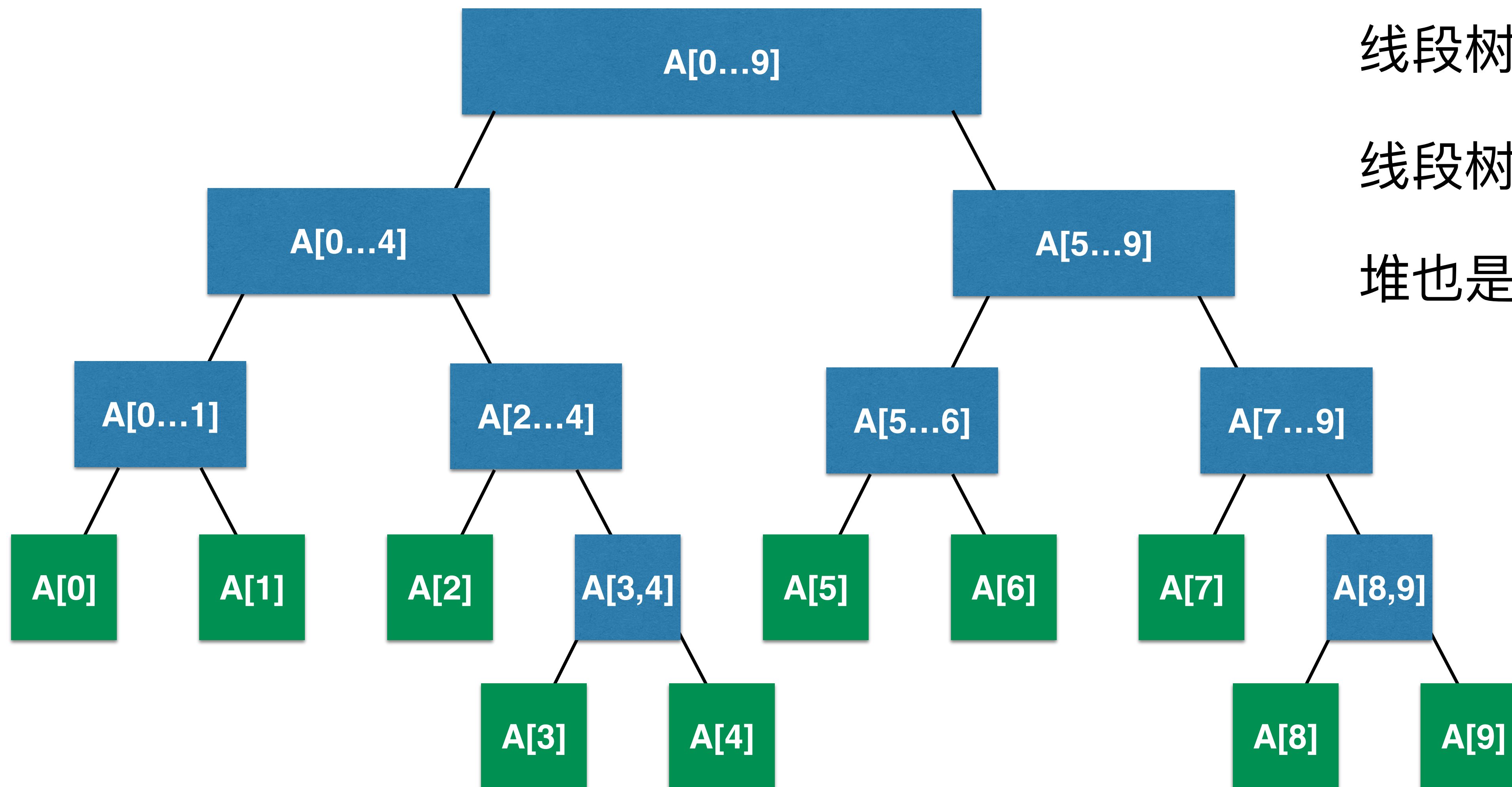
# 什么是线段树

在数组A中





# 什么是线段树



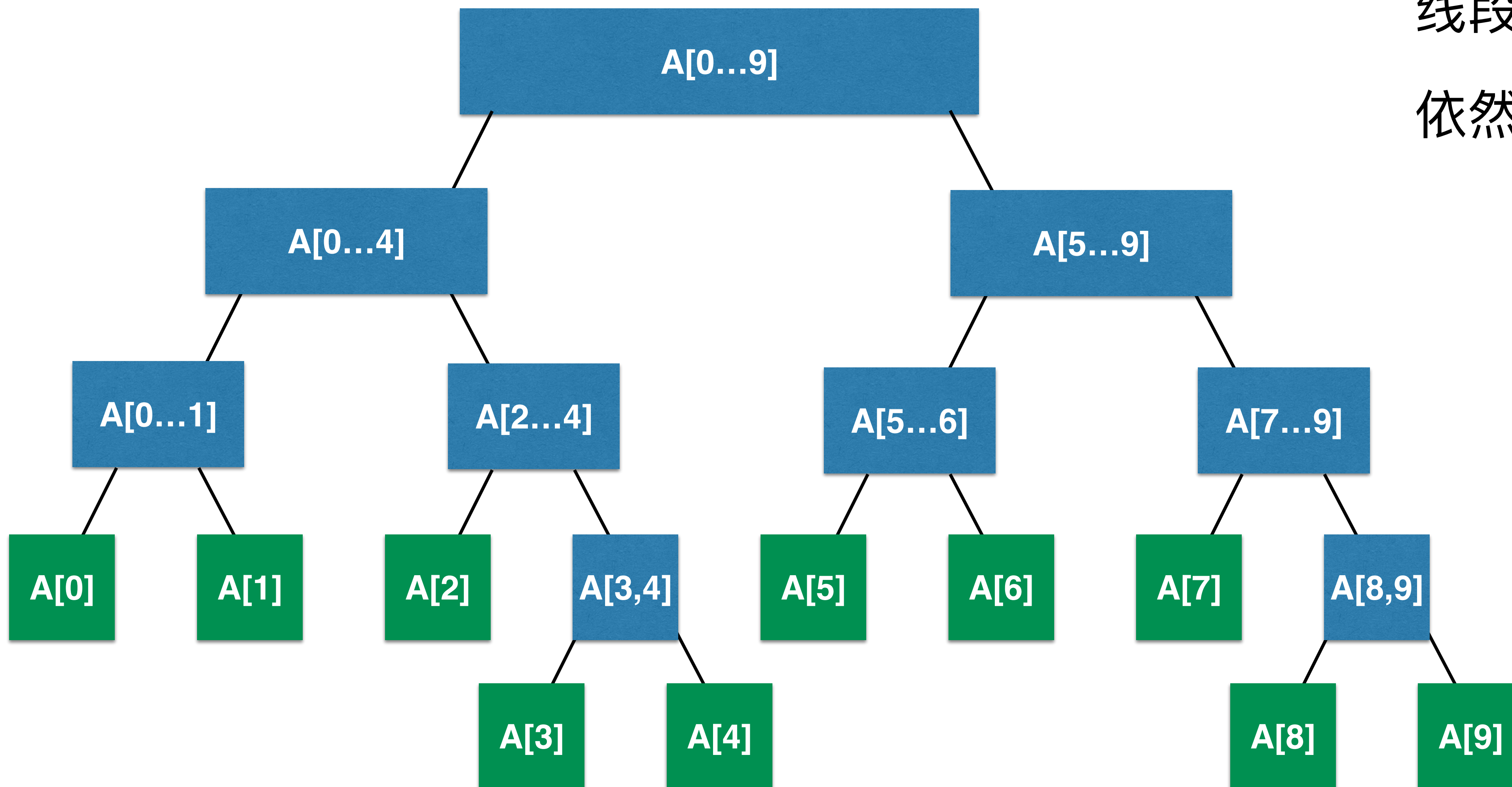
线段树不是完全二叉树

线段树是平衡二叉树

堆也是平衡二叉树

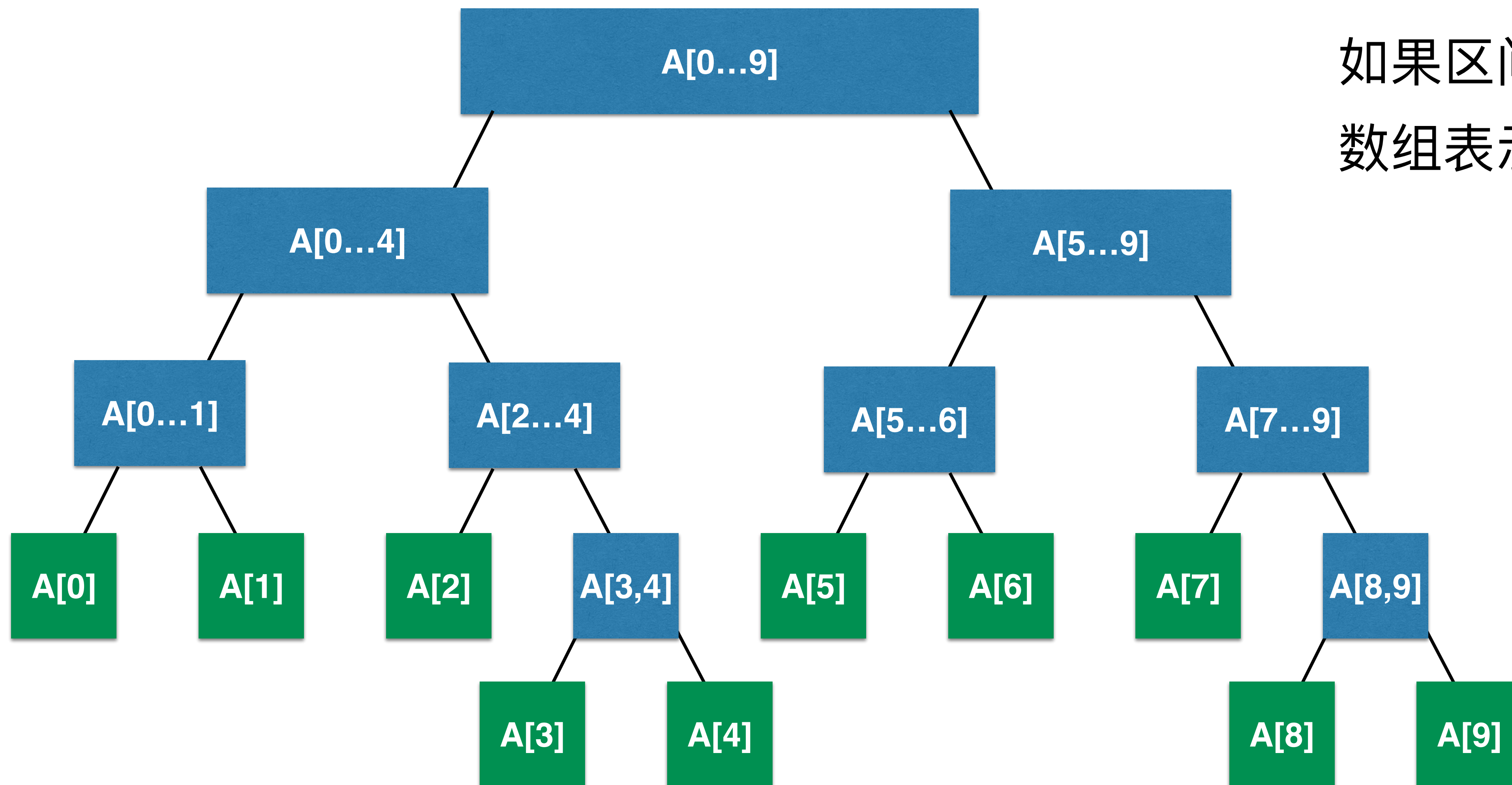
# 什么是线段树

线段树是平衡二叉树  
依然可以用数组表示



看做满二叉树

# 什么是线段树



如果区间有n个元素  
数组表示需要有多少节点?

# 什么是线段树

如果区间有 $n$ 个元素 数组表示需要有多少节点?

0层: 1

1层: 2

2层: 4

3层: 8

...

$h-1$ 层:  $2^{(h-1)}$

对满二叉树:

$h$ 层, 一共有  $2^h - 1$  个节点 (大约是 $2^h$ )

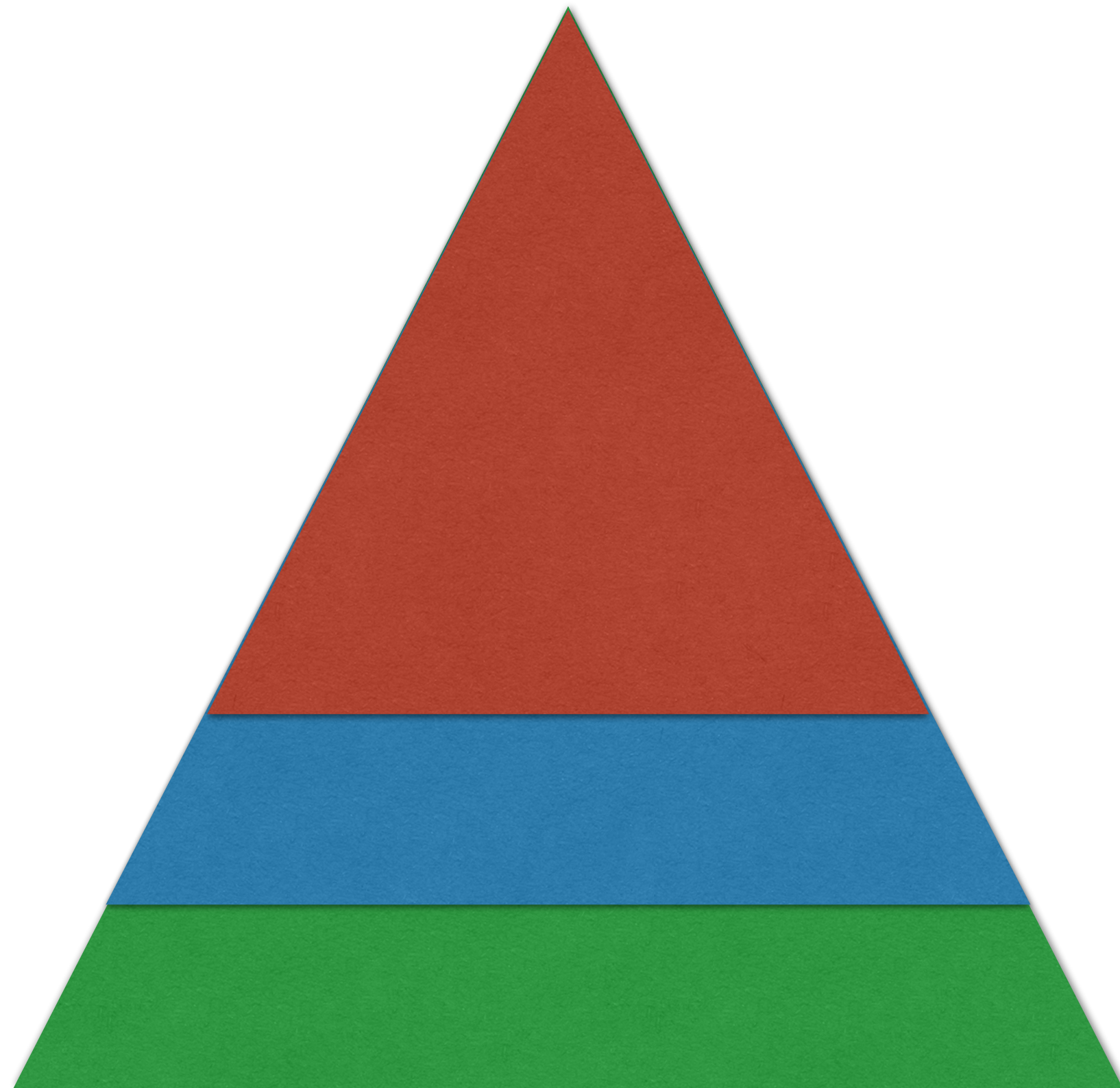
最后一层( $h-1$ 层), 有  $2^{(h-1)}$ 个节点

最后一层的节点数大致等于前面所有层节点之和



# 什么是线段树

如果区间有 $n$ 个元素 数组表示需要有多少节点？



如果 $n=2^k$  只需要 $2n$ 的空间



最坏情况，如果 $n=2^k+1$  需要 $4n$ 的空间



# 什么是线段树

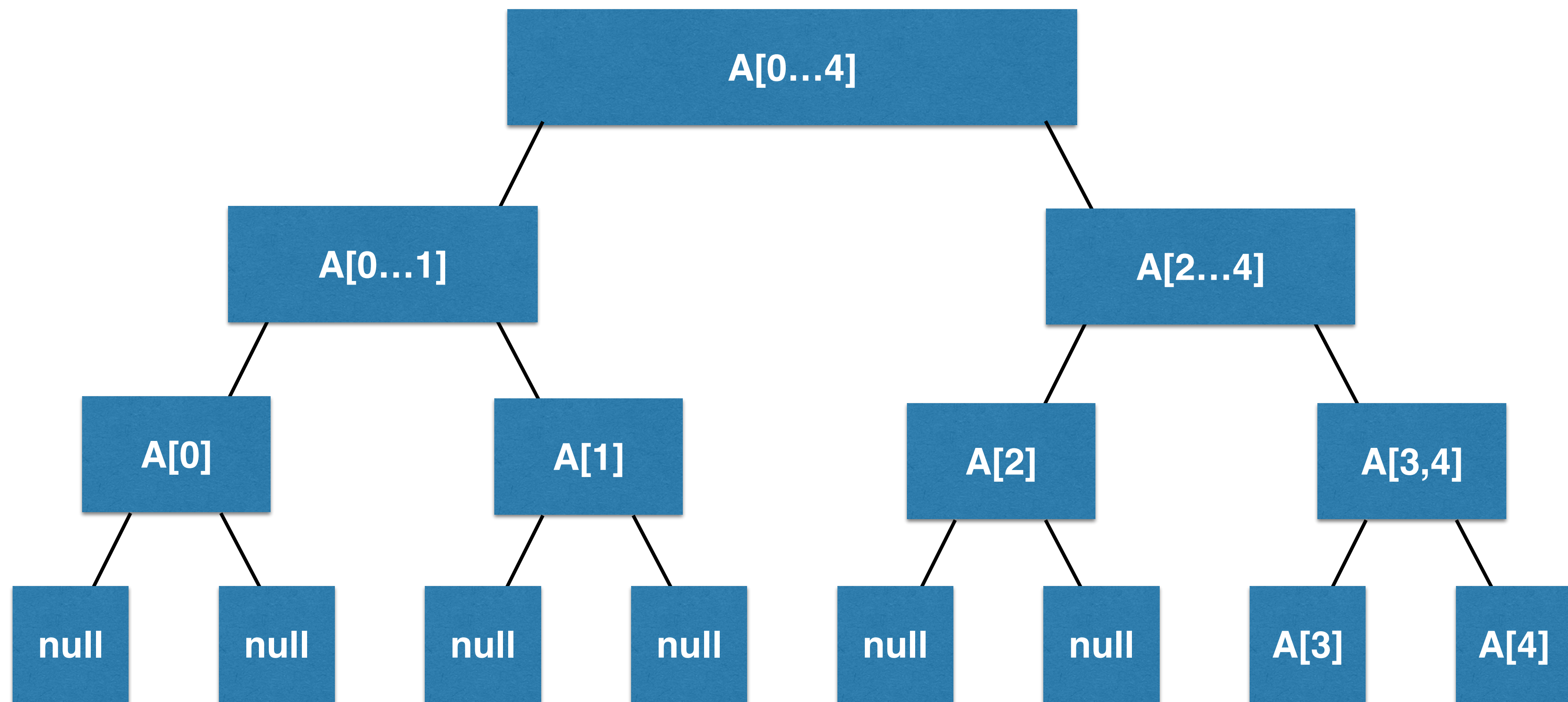
如果区间有 $n$ 个元素 数组表示需要有多少节点?

需要 $4n$ 的空间

我们的线段树不考虑添加元素，即区间固定

使用 $4n$ 的静态空间即可

# 什么是线段树

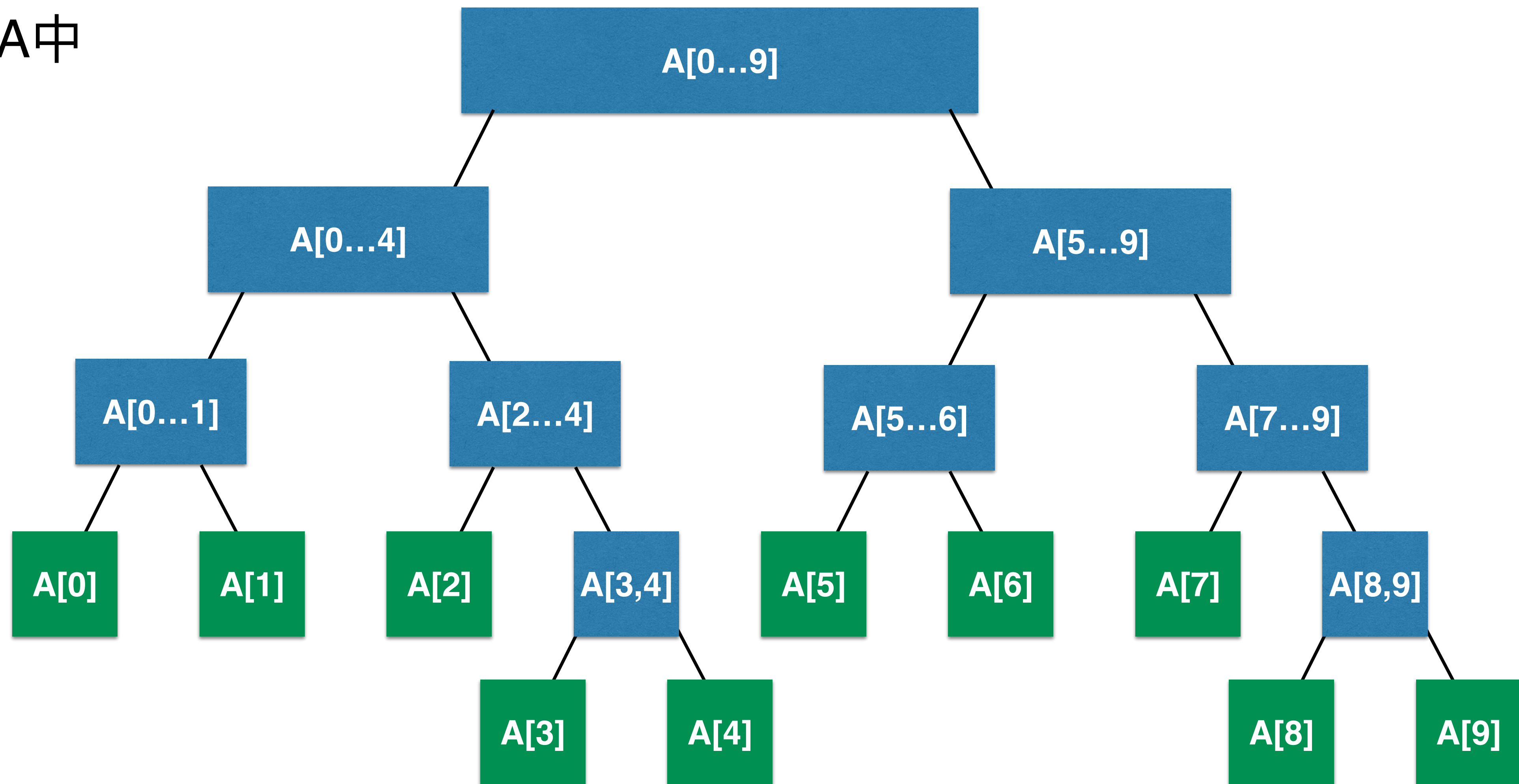


# 实践：线段树基础

# 创建线段树

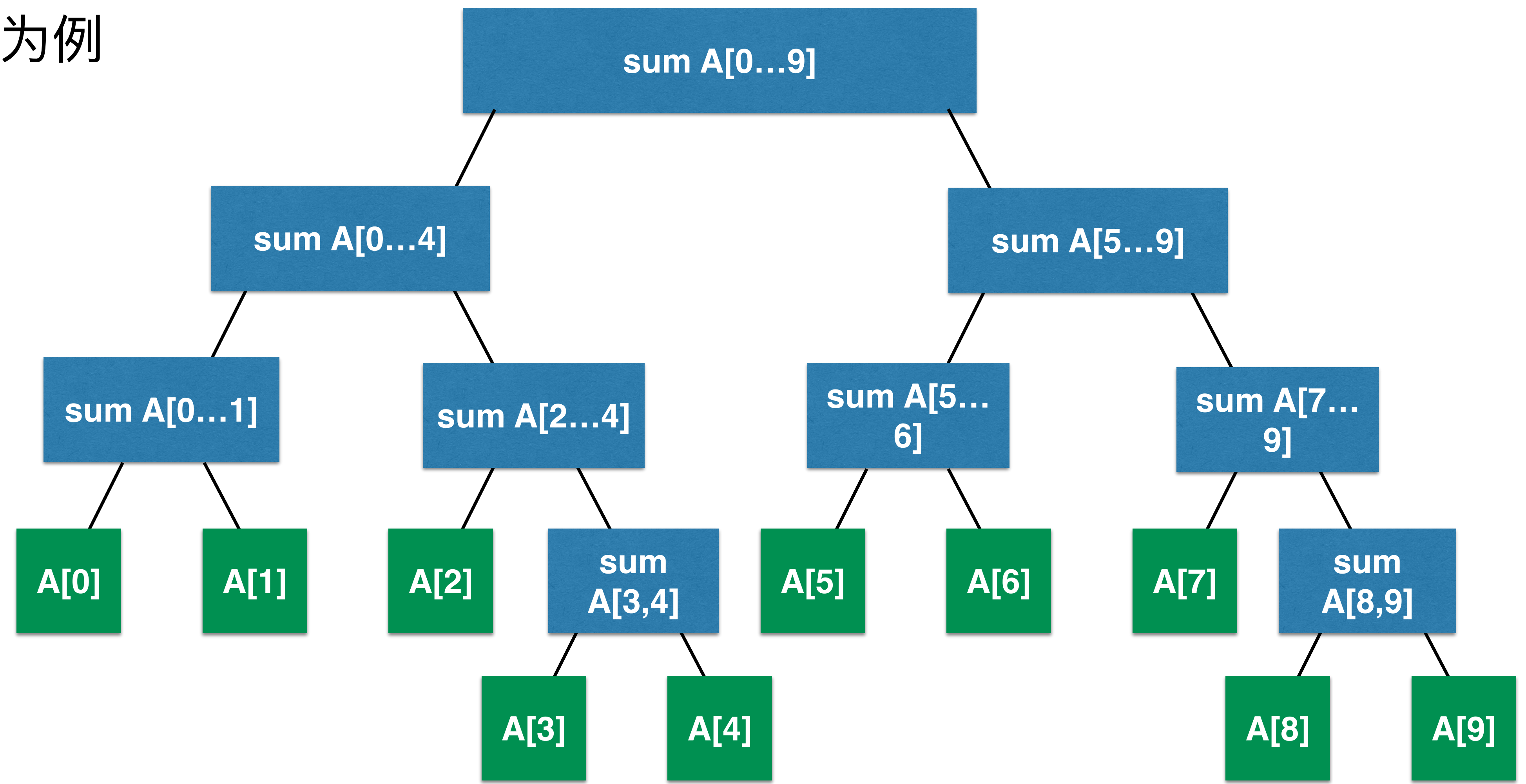
# 什么是线段树

在数组A中



# 创建线段树

以求和为例



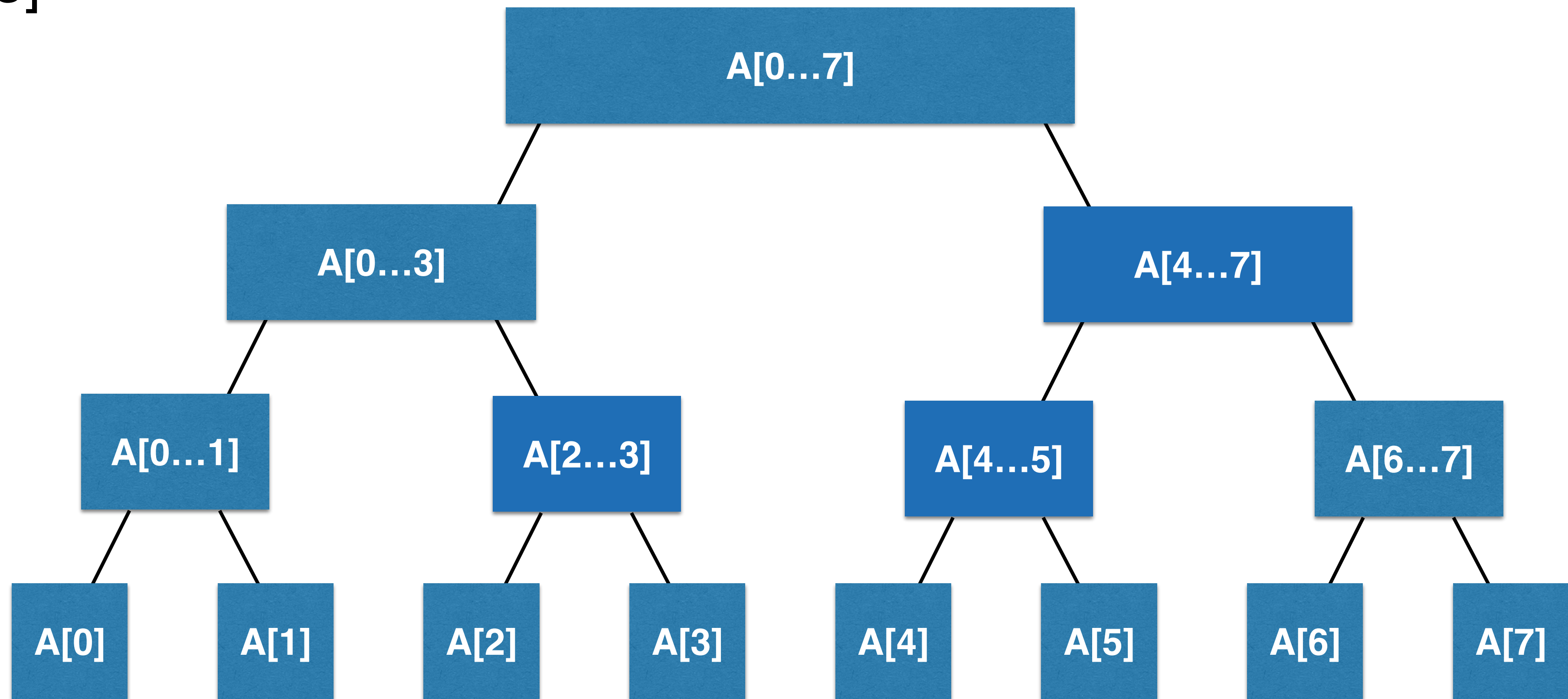
# 实践：创建线段树

# 线段树的查询



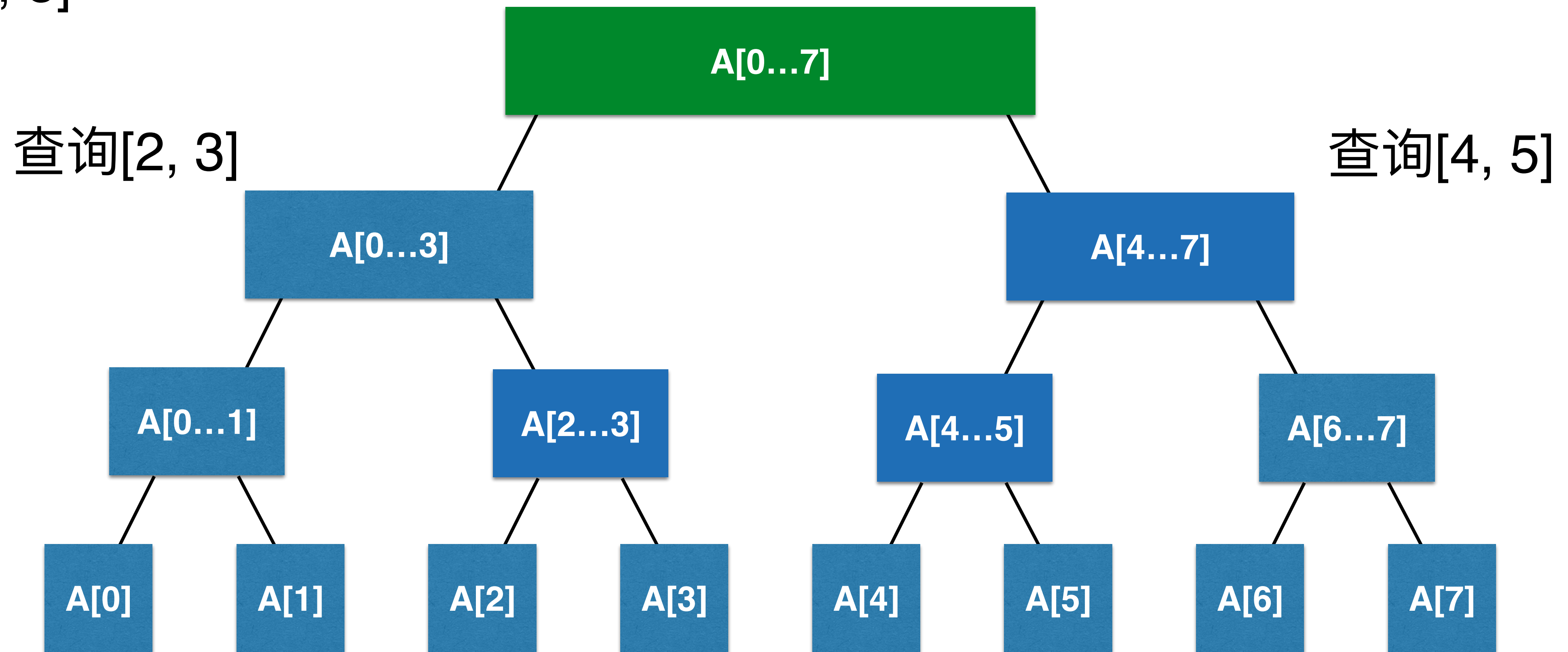
# 什么是线段树

查询[2, 5]



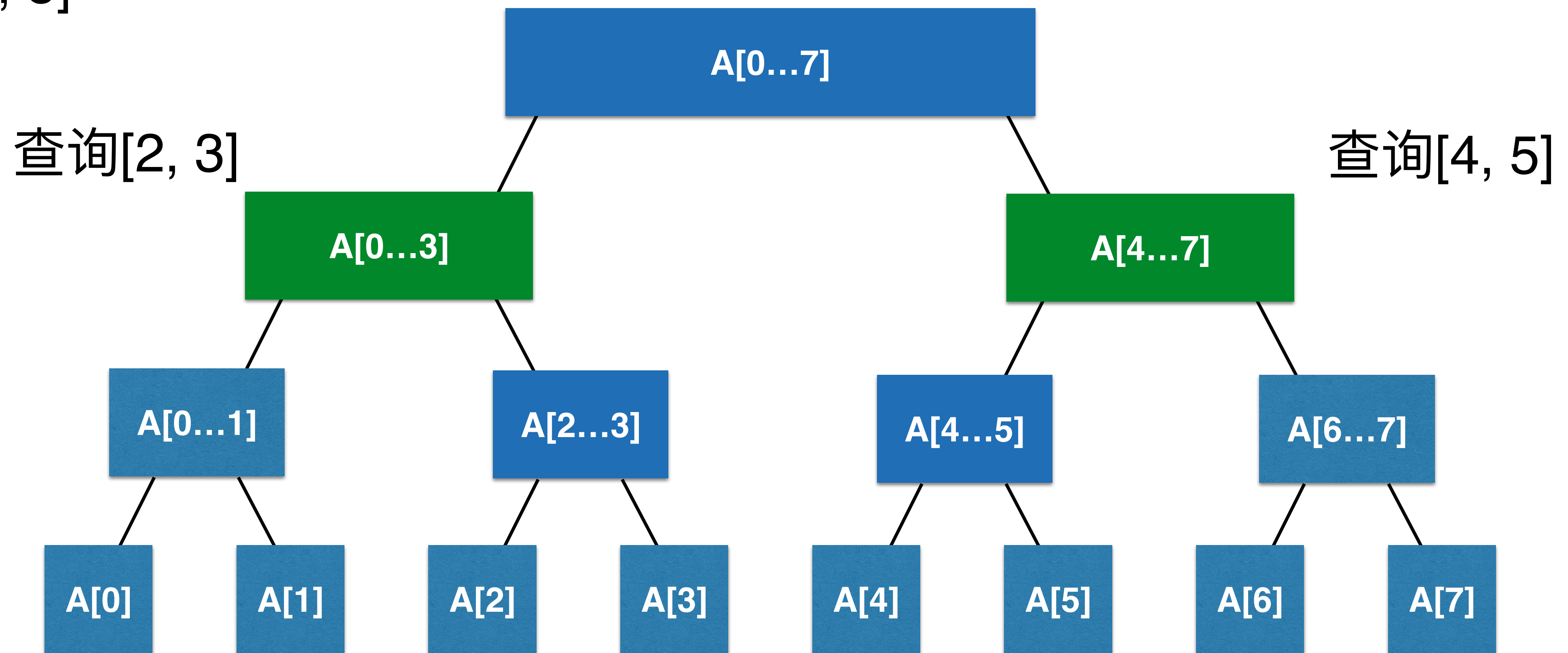
# 什么是线段树

查询[2, 5]



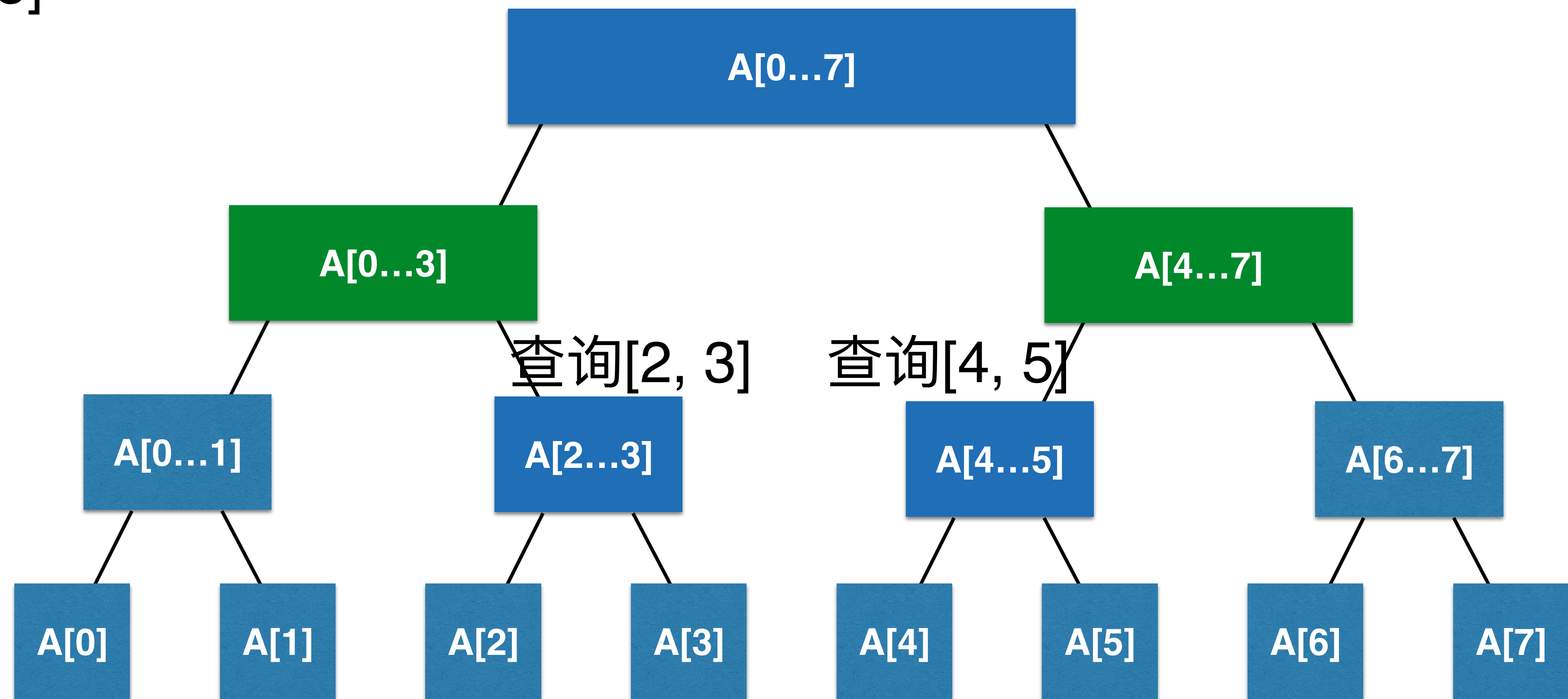
# 什么是线段树

查询[2, 5]



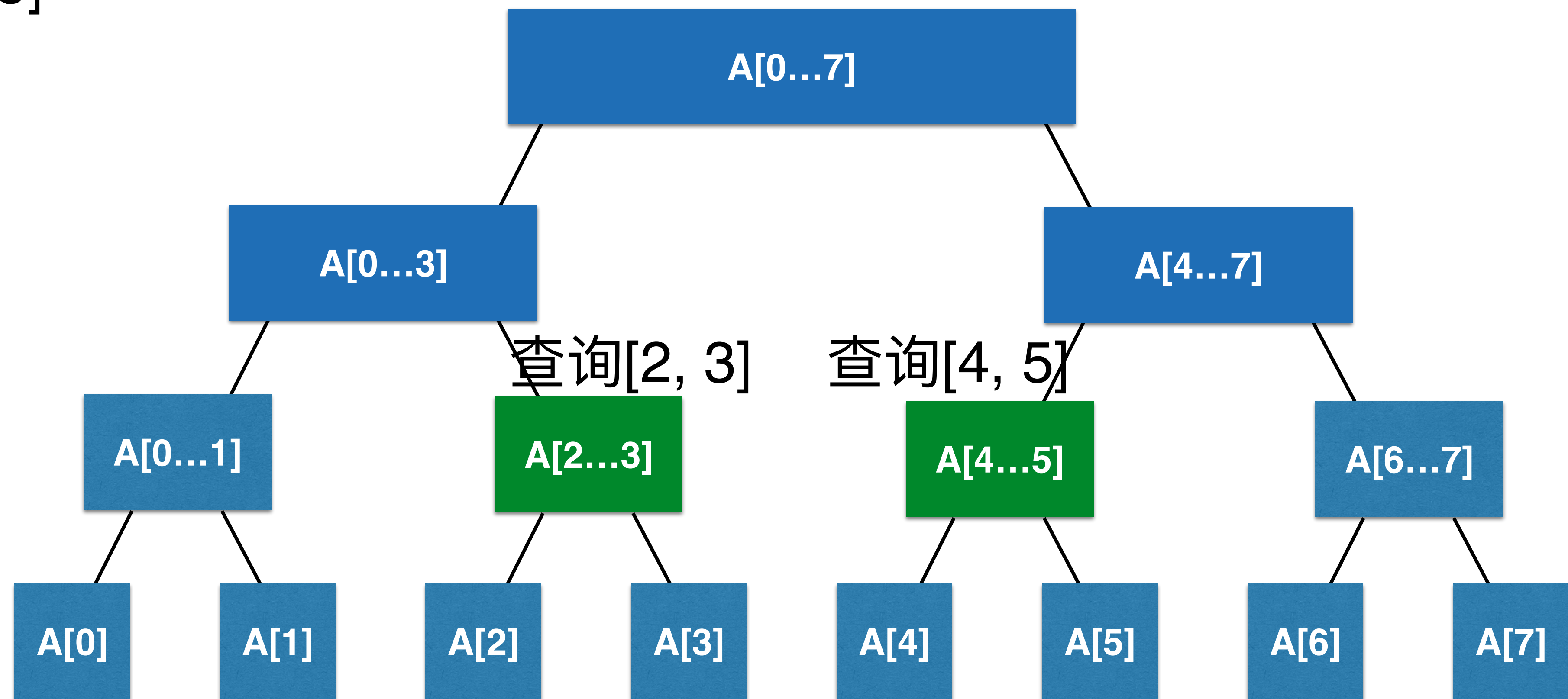
# 什么是线段树

查询[2, 5]



# 什么是线段树

查询[2, 5]



# 实践：线段树的查询

# Leetcode上线段树相关的问题

# 实践：线段树解决Leetcode 303问题



# 实践：数组解决Leetcode 303问题

实践：数组解决Leetcode 307问题 - TLE

线段树更新一个位置

实践： 线段树更新一个位置

# 实践：线段树解决Leetcode 307问题

# 线段树

使用数组实现

使用线段树

更新

$O(n)$

$O(\log n)$

查询

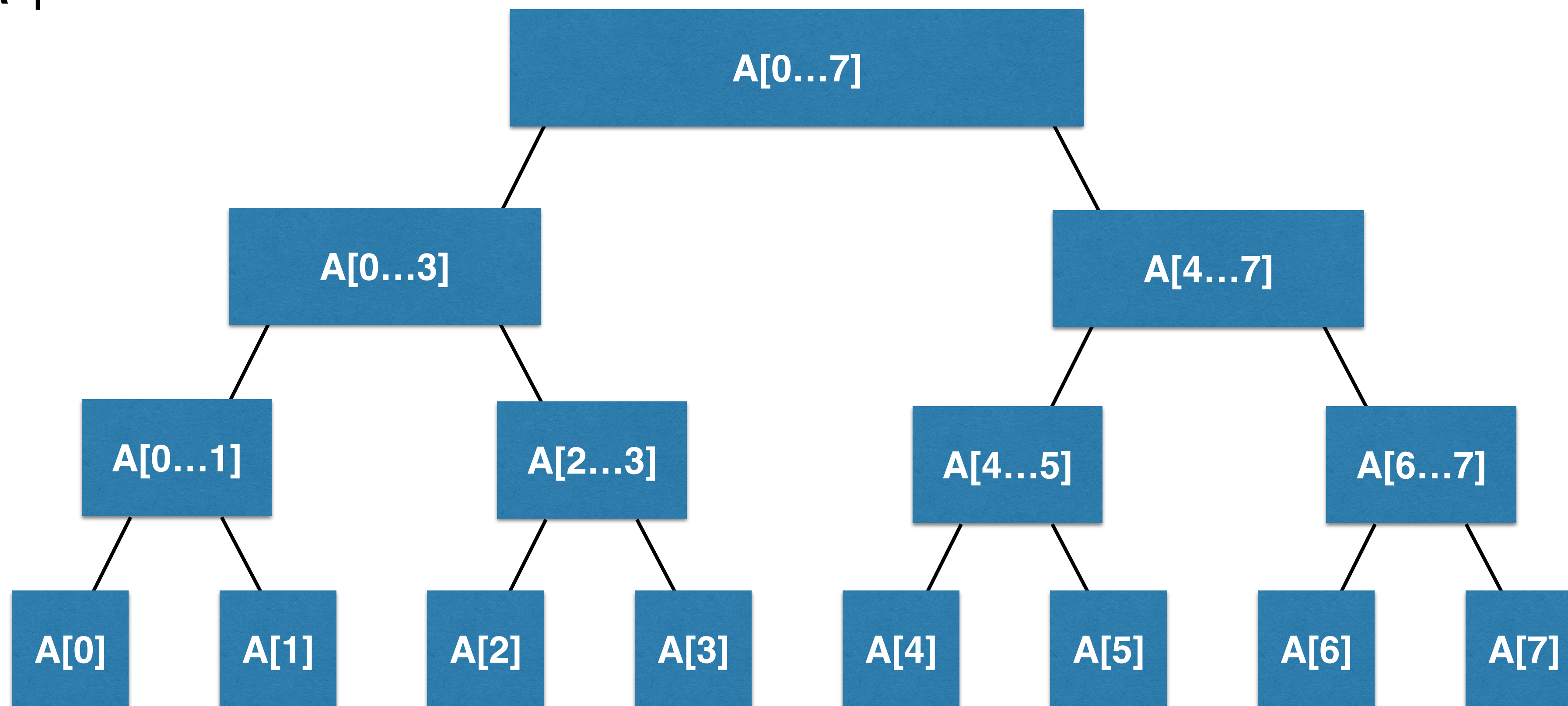
$O(n)$

$O(\log n)$

更多线段树相关的问题

# 线段树

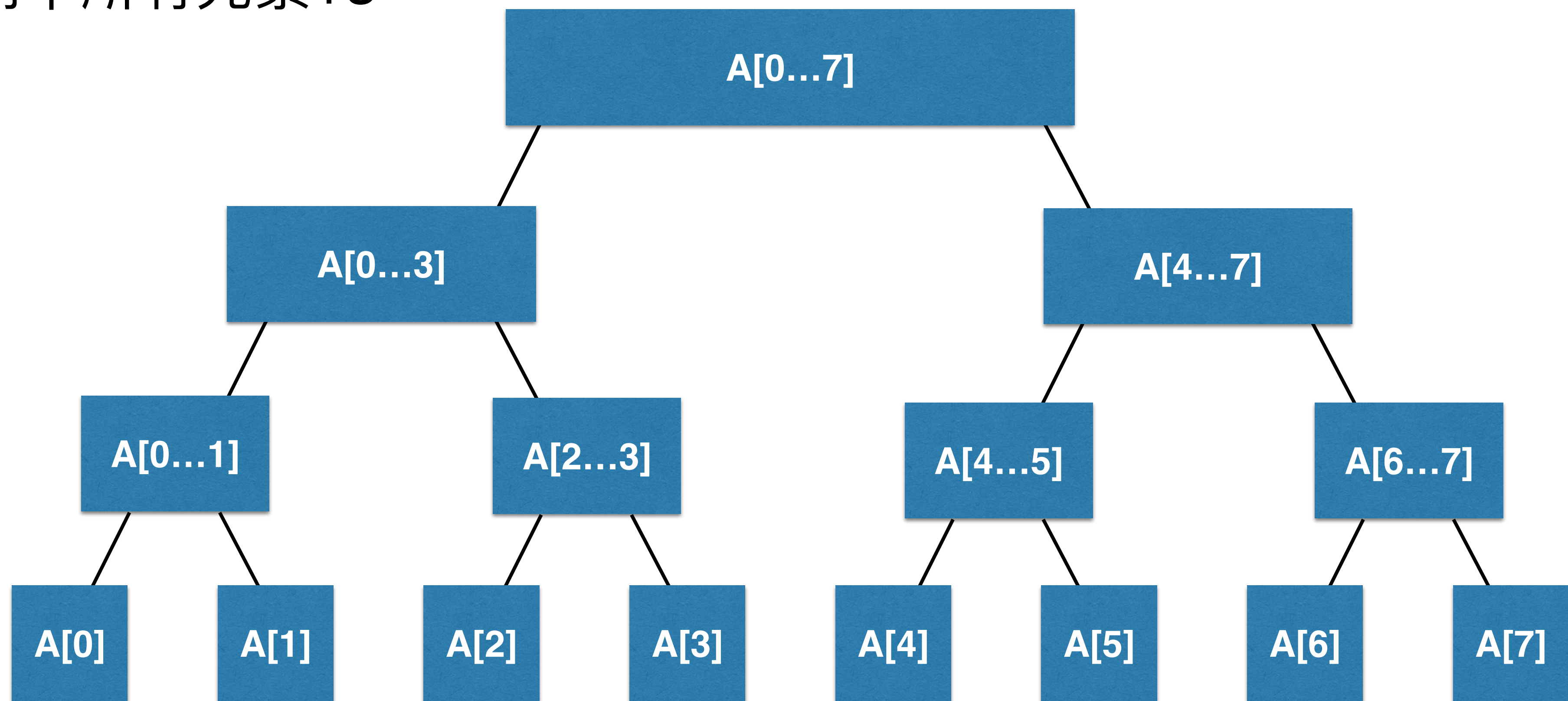
在数组A中





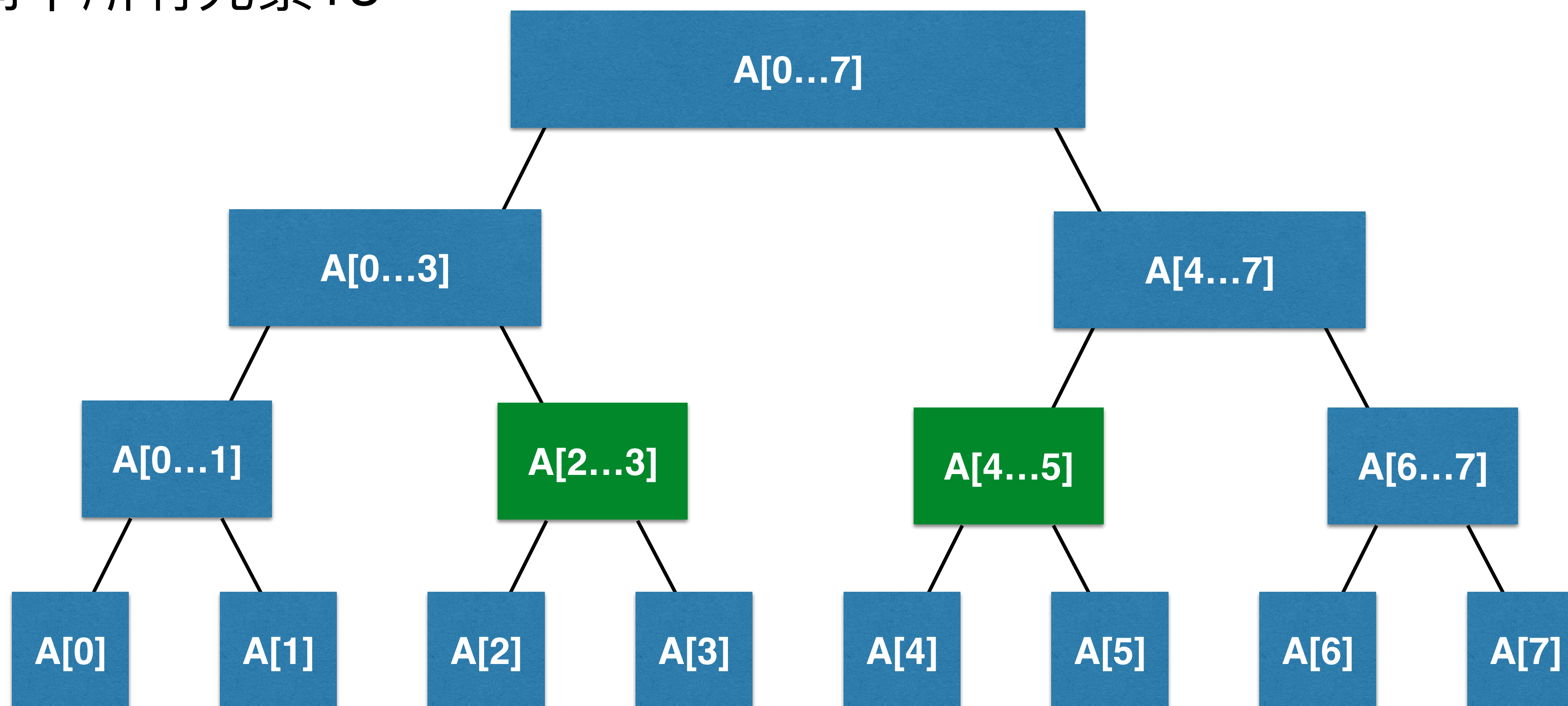
# 对于一个区间进行更新

将[2,5]区间中所有元素+3



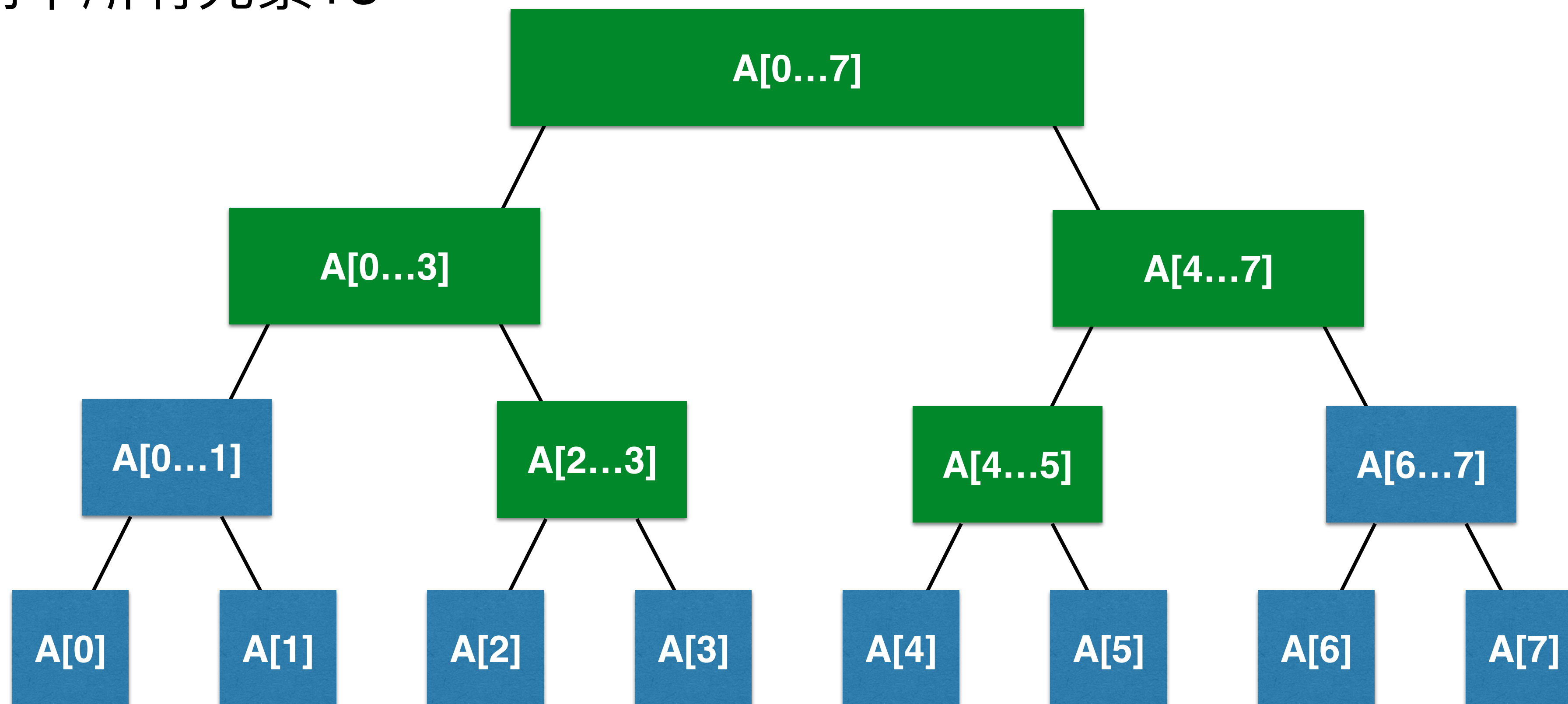
# 对于一个区间进行更新

将[2,5]区间中所有元素+3



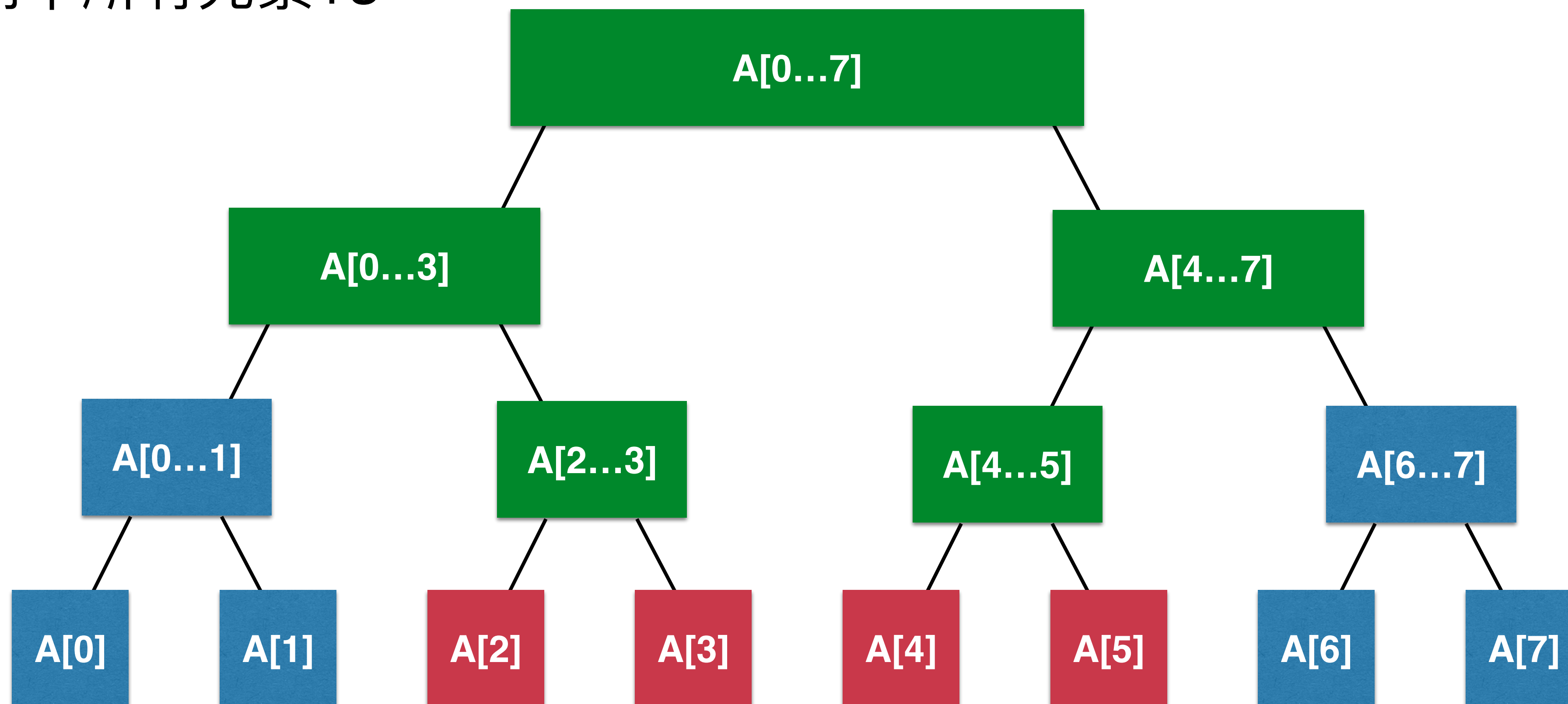
# 对于一个区间进行更新

将[2,5]区间中所有元素+3



# 对于一个区间进行更新

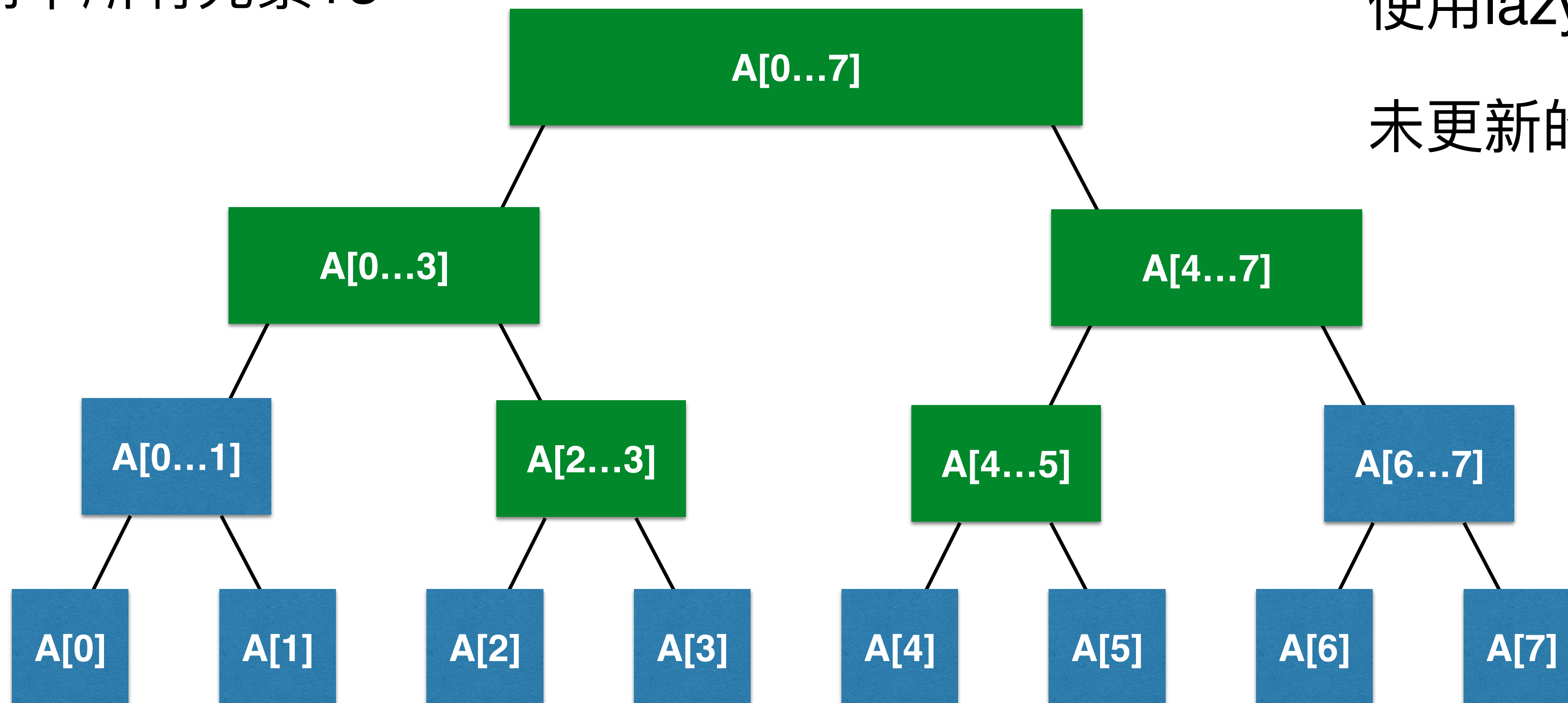
将[2,5]区间中所有元素+3



# 懒惰更新

将[2,5]区间中所有元素+3

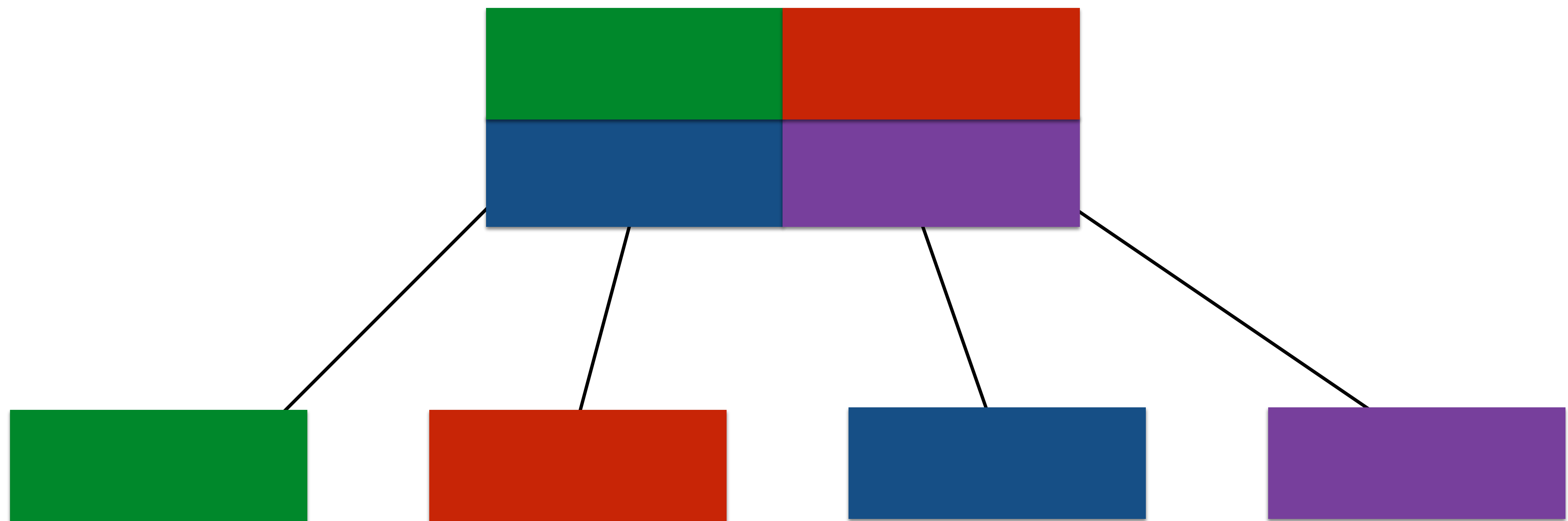
使用lazy数组记录  
未更新的内容



# 二维线段树

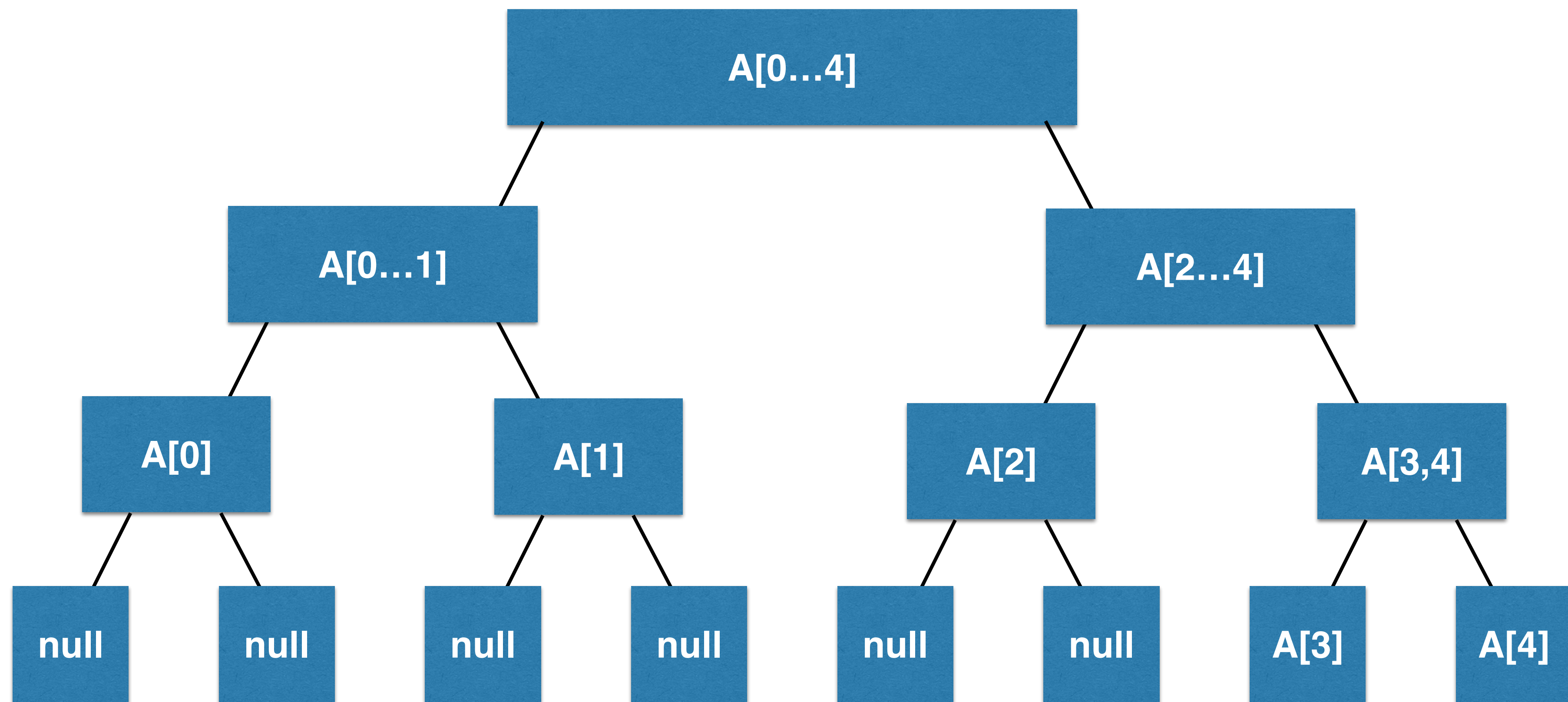


# 二维线段树





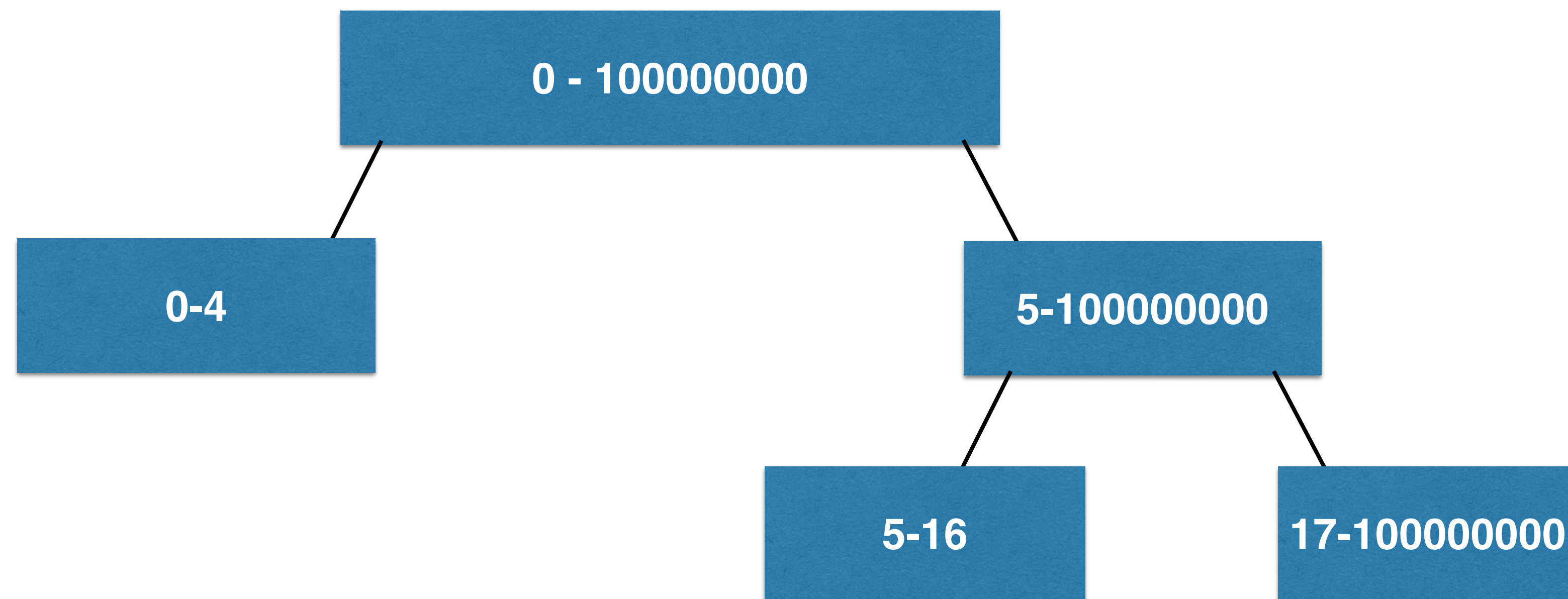
# 动态线段树





# 动态线段树

关注[5, 16]



# 区间操作相关另外一个重要数据结构

树状数组

Binary Index Tree

# 区间相关的问题

RMQ

Range Minimum Query

# 线段树（区间树）

Segment Tree

# 其他

欢迎大家关注我的个人公众号：是不是很酷



# 算法与数据结构体系课程

liuyubobobo