Задание состоит в поиске наибольшего и наименьшего значений нелинейной целевой функции f(x,y) на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$\begin{cases}
g_1(x,y) \ge 0 \\
g_2(x,y) \ge 0 \\
g_3(x,y) \ge 0
\end{cases} .$$
(1)

Решение строится методами математического анализа, изученными на младших курсах. Вместе с тем, решение нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений не может быть найдено с помощью карандаша и бумаги. Потребуется один из математических пакетов, например, Mathematica.

Математический пакет может работать с комплексными числами, однако, в данной задаче, использующей отношения "больше-меньше", учитываются только вещественные числа. Комплексные корни уравнений во внимание не принимаются.

Решение задачи состоит из трёх этапов.

На первом этапе ведётся поиск "обычного" экстремума функции f(x,y).

Точки $(x_i,y_i)\,,\;i=1,\,2,\,\dots\,,\;$ подозрительные на экстремум, находятся как решение системы уравнений

$$\begin{cases}
\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = 0 \\
\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = 0
\end{cases}$$
(2)

Система (2) может иметь несколько вещественных решений либо не иметь ни одного. Те из решений, которые противоречат требованиям (1), следует отбросить.

Для подтверждения либо опровержения подозрений в каждой из точек (x_i, y_i) можно рассмотреть второй дифференциал, то есть квадратичную форму относительно элементарных приращений dx, dy. Матрица этой квадратичной формы имеет вид

$$\left(\begin{array}{c|c}
\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2}\Big|_{x=x_i, y=y_i} & \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x \partial y}\Big|_{x=x_i, y=y_i} \\
\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y \partial x}\Big|_{x=x_i, y=y_i} & \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}\Big|_{x=x_i, y=y_i}
\end{array}\right).$$
(3)

Если все собственные числа матрицы положительны, в точке (x_i, y_i) подтверждается минимум. Если все собственные числа отрицательны, в точке (x_i, y_i) подтверждается максимум. Если среди собственных чисел есть как положительные, так и отрицательные, подтверждается отсутствие экстремума. Если среди собственных чисел матрицы есть значения одного знака, а также нули, второй дифференциал (3) бессилен. Нужно дополнительное исследование, которое исполнитель должен организовать сам.

Точки подтверждённого "обычного" экстремума заносятся в некий рабочий список.

На втором этапе ведётся поиск условных экстремумов, то есть экстремумов на границе множества Ω . Для этого нужно найти "обычные" экстремумы функции Лагранжа

$$L_j(x, y, \lambda_j) = f(x, y) - \lambda_j g_j(x, y), \qquad j = 1, 2, 3.$$
 (4)

Точки, подозрительные на условный экстремум функции (4), но нарушающие требования (1), следует отбросить.

Точки подтверждённого условного экстремума пополняют рабочий список.

На третьем этапе ведётся поиск крайних точек множества Ω , то есть, точек (x_i, y_i) , являющихся решениями систем уравнений

$$\begin{cases} g_k(x,y) = 0 \\ g_\ell(x,y) = 0 \end{cases}, \qquad k \neq \ell.$$
 (5)

Точки, удовлетворяющие системе (5), но нарушающие требования (1), следует отбросить.

Крайние точки множества Ω пополняют рабочий список.

С каждым из названных этапов понижается размерность того многообразия, из которого извлекаются точки для пополнения рабочего списка.

Если бы все функции в постановке задачи были функциями не двух, а n переменных, то для решения задачи потребовалось бы n+1 этапов, и крайние точки разыскивались бы на последнем из них.

В завершение исследования сравниваются все точки из рабочего списка, из них выбираются точки наименьшего и наибольшего значений целевой функции.

К рассмотрению принимаются отчёты, содержащие не только ответы, но и промежуточные выкладки.

Ниже даётся список индивидуальных типовых заданий.

Вариант 1.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 4x^{2} + 7x^{6} - 16xy^{2} + 20x^{3}y^{3} + 8y^{4} + 5y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 8x^2 - 10x^4 - 32xy - 10y^2 - 20x^2y^3 - 5y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 1 - 2x^4 - 3x^6 - 8x^2y^2 + 12x^3y^3 - 13y^4 - 6y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 3 - 8x^4 - 8x^6 + 28x^2y - 7y^2 - 4x^3y^2 - y^4 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 8x^{2} + 8x^{6} - 32xy^{2} - 32x^{3}y^{3} + 17y^{4} + 19y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 3 - x^4 - 2x^6 + 4x^2y - 12y^2 - 8x^3y^2 - 11y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - x^4 - 10x^6 + 40x^3y - 12y^2 + 4x^2y^3 - 9y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 3 - 8x^2 - x^4 - 32xy^2 - 4x^2y^3 - 13y^4 - 6y^6 \ge 0.$$

Вариант 3.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 3x^4 + 7x^6 - 4x^2y + y^2 - 28x^3y^3 + 17y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 4x^2 - 5x^6 - 8xy - 2y^2 + 20x^3y^2 - 13y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 1 - 3x^2 - 5x^4 + 20x^2y - 14y^2 - 12xy^2 - 11y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 2x^2 - 7x^4 - 28x^2y^2 - 8xy^3 - 16y^4 - 10y^6 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 2x^4 + 7x^6 - 8x^2y + 2y^2 - 20x^3y^3 + 5y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - x^4 - 9x^6 - 4x^2y^2 - 20x^3y^3 - 4y^4 - 5y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 10x^2 - 9x^6 + 12x^3y - 3y^2 + 40xy^2 - 10y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 1 - 7x^2 - x^4 - 28xy - 14y^2 + 4x^2y^2 - 2y^4 \ge 0.$$

Вариант 5.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 8x^{2} + 2x^{6} + 24xy^{2} - 4x^{3}y^{3} + 6y^{4} + y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 5x^2 - 10x^4 + 16xy - 4y^2 + 40x^2y^3 - 10y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 1 - 5x^4 - 9x^6 - 8x^2y - 2y^2 + 8x^3y^3 - 2y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - x^4 - 7x^6 - 28x^3y - 10y^2 - 4x^2y^2 - 10y^4 \ge 0.$$

Вариант 6.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 2x^{2} + 3x^{6} + 8xy^{2} - 12x^{3}y^{3} + 3y^{4} + 11y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 10x^2 - 4x^6 + 40xy - 19y^2 + 16x^3y^3 - 4y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 6x^2 - 4x^4 + 20xy^2 - 16x^2y^3 - 5y^4 - 4y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 5x^2 - 8x^6 - 32x^3y - 13y^2 - 16xy^2 - 4y^4 \ge 0.$$

$$f(x,y) = x^2 + 4x^6 + 4xy + 4y^2 - 16x^3y^2 + 6y^4$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 3x^2 - 2x^4 + 12xy - 14y^2 - 4x^2y^2 - y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 7x^4 - 5x^6 + 16x^2y - 4y^2 + 20x^3y^2 - 7y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 7x^2 - 2x^6 + 4x^3y^2 + 28xy^3 - y^4 - 9y^6 \ge 0.$$

Вариант 8.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 7x^{2} + 3x^{4} + 28xy + 14y^{2} + 12x^{2}y^{2} + 11y^{4}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - x^2 - x^4 - 4x^2y - 4y^2 - 4xy^3 - 2y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 2x^2 - 5x^6 - 8xy^2 + 20x^3y^3 - 8y^4 - 12y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 1 - x^2 - x^4 - 4x^2y^2 - 4xy^3 - 2y^4 - y^6 \ge 0.$$

Вариант 9.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = x^2 + 7x^6 + 4xy + 3y^2 - 20x^3y^2 + 5y^4$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 5x^2 - 2x^4 + 20xy - 6y^2 - 8x^2y^3 - 10y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 2x^4 - 2x^6 + 8x^2y - 7y^2 + 8x^3y^3 - 6y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 4x^4 - 10x^6 + 16x^2y^2 - 40x^3y^3 - 7y^4 - 13y^6 \ge 0.$$

Вариант 10.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 6x^4 + x^6 - 24x^2y + 8y^2 + 4x^3y^3 + 11y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 3 - 3x^4 - 4x^6 - 16x^3y - 4y^2 - 12x^2y^2 - 11y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 1 - 8x^4 - 3x^6 + 32x^2y - 19y^2 + 4x^3y^2 - y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 6x^2 - x^6 + 24xy - 14y^2 - 4x^3y^2 - y^4 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 3x^{2} + x^{4} + 12xy + 5y^{2} - 4x^{2}y^{2} + 4y^{4}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 7x^2 - 7x^4 + 28xy - 13y^2 - 28x^2y^3 - 10y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 1 - x^2 - x^6 - 4x^3y - 8y^2 + 4xy^2 - 8y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 1 - 6x^2 - 8x^4 - 28x^2y - 7y^2 + 16xy^3 - 4y^6 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 6x^4 + 7x^6 - 24x^2y^2 + 28x^3y^3 + 16y^4 + 14y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 6x^2 - 3x^6 - 12x^3y - 9y^2 + 4xy^3 - y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 9x^2 - 8x^6 - 24x^3y - 6y^2 - 36xy^2 - 15y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 1 - 3x^2 - 10x^4 - 32x^2y^2 + 8xy^3 - 8y^4 - 2y^6 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 4x^4 + 8x^6 - 16x^2y^2 + 32x^3y^3 + 14y^4 + 14y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 3 - 3x^2 - 7x^6 - 12xy - 13y^2 + 24x^3y^2 - 6y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 7x^4 - 10x^6 + 28x^2y - 16y^2 - 40x^3y^2 - 10y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 1 - 9x^2 - 4x^6 + 12x^3y - 3y^2 + 8xy^2 - 2y^4 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 7x^{2} + 3x^{6} - 28xy^{2} - 12x^{3}y^{3} + 14y^{4} + 14y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 10x^2 - 7x^6 + 28x^3y - 9y^2 - 40xy^3 - 20y^6 \ge 0$$

$$g_2(x,y) = 1 - 8x^2 - 5x^4 - 32xy - 14y^2 - 20x^2y^3 - 15y^6 \ge 0$$

$$g_3(x,y) = 1 - 8x^4 - 3x^6 + 12x^3y - 9y^2 - 32x^2y^3 - 19y^6 \ge 0$$
.

Вариант 15.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 8x^{2} + 3x^{6} - 32xy + 8y^{2} - 12x^{3}y^{3} + 7y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 8x^4 - 5x^6 - 32x^2y^2 - 4x^3y^3 - 10y^4 - y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 3 - x^2 - 9x^6 + 36x^3y - 18y^2 + 4xy^2 - 9y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 3 - 10x^2 - 2x^4 - 8x^2y - 4y^2 + 40xy^2 - 16y^4 \ge 0.$$

Вариант 16.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 2x^{2} + 10x^{4} + 8xy^{2} + 32x^{2}y^{3} + 2y^{4} + 8y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 5x^2 - 7x^4 - 20x^2y - 5y^2 - 20xy^2 - 6y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 3 - 2x^2 - 8x^6 - 32x^3y^2 + 8xy^3 - 11y^4 - 13y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 9x^4 - 5x^6 - 12x^2y - 3y^2 - 20x^3y^3 - 14y^6 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 8x^4 + 9x^6 - 32x^2y + 15y^2 - 36x^3y^3 + 16y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 4x^2 - 6x^6 - 16xy^2 + 24x^3y^3 - 8y^4 - 9y^6 \ge 0$$

$$g_2(x,y) = 3 - 8x^2 - 8x^6 + 32x^3y^2 - 16xy^3 - 15y^4 - 4y^6 \ge 0$$

$$g_3(x,y) = 3 - 9x^2 - 9x^4 - 36x^2y^2 - 32xy^3 - 11y^4 - 8y^6 \ge 0$$
.

Вариант 18.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 2x^{2} + 10x^{6} - 8xy + 7y^{2} + 40x^{3}y^{2} + 19y^{4}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 8x^4 - 6x^6 - 24x^3y - 10y^2 - 32x^2y^2 - 18y^4 \ge 0$$

$$g_2(x,y) = 2 - 10x^4 - 8x^6 - 32x^3y - 8y^2 - 16x^2y^3 - 4y^6 \ge 0$$

$$g_3(x,y) = 2 - 6x^2 - 6x^6 + 24xy^2 - 24x^3y^3 - 10y^4 - 15y^6 \ge 0$$
.

Вариант 19.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 8x^{2} + 8x^{6} + 32x^{3}y^{2} - 32xy^{3} + 8y^{4} + 8y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - x^4 - 6x^6 - 4x^2y - 7y^2 - 24x^3y^3 - 11y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 7x^2 - 7x^4 - 20xy^2 - 28x^2y^3 - 5y^4 - 8y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 3 - 10x^4 - 2x^6 + 8x^3y^2 + 40x^2y^3 - 5y^4 - 20y^6 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 5x^4 + 8x^6 - 24x^3y^2 + 20x^2y^3 + 6y^4 + 7y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 4x^4 - 7x^6 - 16x^2y - 5y^2 + 12x^3y^2 - 3y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 8x^2 - 9x^4 + 32xy^2 - 4x^2y^3 - 16y^4 - y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 2x^4 - 4x^6 + 16x^3y - 14y^2 + 8x^2y^3 - 12y^6 \ge 0.$$

Вариант 21.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 10 x^4 + 6 x^6 - 40 x^2 y + 17 y^2 + 24 x^3 y^3 + 6 y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 4x^2 - 7x^4 + 16xy^2 - 12x^2y^3 - 6y^4 - 3y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 3x^4 - x^6 + 4x^3y - 8y^2 - 12x^2y^3 - 6y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 3 - 3x^2 - 9x^6 - 12xy - 7y^2 + 36x^3y^2 - 12y^4 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 2x^{2} + 4x^{6} + 8xy + 7y^{2} - 16x^{3}y^{2} + 7y^{4}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - x^4 - 7x^6 + 4x^2y - 5y^2 + 28x^3y^3 - 7y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 6x^2 - 5x^6 + 24xy - 8y^2 - 20x^3y^3 - 13y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 4x^2 - 6x^6 - 4xy^2 - 24x^3y^3 - y^4 - 12y^6 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 9x^{2} + 4x^{4} + 28xy^{2} + 16x^{2}y^{3} + 7y^{4} + 9y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 3 - 6x^2 - 2x^6 - 8x^3y - 8y^2 + 24xy^2 - 6y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 3 - 3x^4 - x^6 - 4x^3y^2 + 12x^2y^3 - 9y^4 - 10y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 3 - 2x^2 - x^6 - 4x^3y^2 - 8xy^3 - 3y^4 - 12y^6 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 9x^{2} + 10x^{4} - 16xy^{2} - 24x^{2}y^{3} + 4y^{4} + 6y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 4x^2 - 6x^4 - 16xy - 4y^2 + 8x^2y^3 - 2y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 3 - 4x^2 - 10x^4 + 40x^2y - 16y^2 - 8xy^3 - 2y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 4x^2 - 5x^6 - 20x^3y - 15y^2 - 16xy^3 - 6y^6 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 9x^{2} + 9x^{6} + 36xy + 19y^{2} + 32x^{3}y^{3} + 8y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 3 - 8x^4 - 4x^6 + 16x^3y^2 - 24x^2y^3 - 13y^4 - 6y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 10x^2 - x^6 + 4x^3y^2 - 40xy^3 - 9y^4 - 10y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 1 - x^4 - 4x^6 + 4x^2y - 3y^2 - 8x^3y^2 - 2y^4 \ge 0.$$

Вариант 26.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 2x^4 + 5x^6 + 16x^3y + 4y^2 - 8x^2y^3 + 2y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 3 - 8x^2 - 6x^4 - 12xy - 3y^2 - 16x^2y^2 - 4y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 3 - 3x^2 - 8x^4 + 28x^2y - 7y^2 - 12xy^2 - 13y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - x^2 - 7x^4 + 4xy - 3y^2 + 28x^2y^3 - 12y^6 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 2x^{2} + 3x^{4} + 4xy^{2} + 12x^{2}y^{3} + y^{4} + 6y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 3 - 6x^2 - 10x^6 - 28x^3y - 7y^2 + 24xy^2 - 9y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 5x^4 - 7x^6 + 28x^3y^2 - 20x^2y^3 - 16y^4 - 10y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 7x^2 - 3x^4 - 12x^2y^2 - 12xy^3 - 4y^4 - 3y^6 \ge 0.$$

Вариант 28.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 4x^{2} + 4x^{4} + 12x^{2}y + 3y^{2} + 16xy^{3} + 12y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 4x^2 - 8x^4 + 16xy^2 - 4x^2y^3 - 11y^4 - y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 8x^2 - 4x^4 - 28xy - 7y^2 + 4x^2y^3 - y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 1 - 7x^2 - 5x^6 + 28xy^2 - 20x^3y^3 - 9y^4 - 15y^6 \ge 0.$$

Вариант 29.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = x^4 + 7x^6 - 4x^2y + 2y^2 - 28x^3y^2 + 7y^4$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 9x^2 - 6x^6 - 36xy - 13y^2 - 24x^3y^3 - 16y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 3 - 4x^2 - 4x^4 + 16xy - 4y^2 - 12x^2y^2 - 3y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 1 - 9x^4 - 2x^6 - 8x^3y - 13y^2 + 12x^2y^3 - 3y^6 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 7x^{2} + 5x^{4} - 28xy^{2} - 16x^{2}y^{3} + 9y^{4} + 4y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 3x^2 - 4x^6 - 8xy - 2y^2 + 16x^3y^3 - 6y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - x^4 - 4x^6 - 4x^2y^2 + 16x^3y^3 - 3y^4 - 13y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 1 - 5x^2 - 5x^6 + 8x^3y - 2y^2 - 20xy^2 - 11y^4 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 10 x^4 + 7 x^6 - 4 x^3 y + y^2 - 40 x^2 y^2 + 20 y^4$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 3 - 6x^2 - 4x^6 - 16x^3y - 10y^2 - 24xy^2 - 17y^4 \ge 0$$

$$g_2(x,y) = 2 - 10x^2 - 8x^4 + 12xy - 3y^2 - 32x^2y^3 - 17y^6 \ge 0$$

$$g_3(x,y) = 1 - 9x^2 - 10x^4 + 36xy - 12y^2 - 36x^2y^2 - 9y^4 \ge 0$$
.

$$f(x,y) = 9x^{2} + 8x^{4} + 28xy + 7y^{2} + 8x^{2}y^{3} + 2y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 10x^4 - 7x^6 - 40x^2y - 16y^2 - 28x^3y^2 - 9y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 3 - x^2 - 7x^4 + 8x^2y - 2y^2 - 4xy^2 - 9y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 2x^2 - 8x^4 + 32x^2y^2 + 8xy^3 - 16y^4 - 4y^6 \ge 0.$$

Вариант 33.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 4x^{2} + 5x^{6} + 16xy + 6y^{2} + 8x^{3}y^{2} + 2y^{4}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 3 - 8x^4 - 7x^6 + 32x^2y - 17y^2 + 24x^3y^3 - 6y^6 \ge 0$$

$$g_2(x,y) = 1 - 4x^4 - 9x^6 - 36x^3y - 12y^2 + 12x^2y^2 - 3y^4 \ge 0$$

$$g_3(x,y) = 3 - x^4 - 2x^6 + 8x^3y - 5y^2 + 4x^2y^3 - 7y^6 \ge 0$$
.

Вариант 34.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 3x^{2} + x^{6} + 12xy + 3y^{2} - 4x^{3}y^{2} + 6y^{4}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 10 x^2 - 2 x^6 - 8 x^3 y^2 - 40 x y^3 - 11 y^4 - 15 y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 1 - 5 x^2 - 4 x^4 - 16 x y - 4 y^2 + 16 x^2 y^2 - 14 y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 2 x^4 - 5 x^6 + 20 x^3 y^2 - 8 x^2 y^3 - 6 y^4 - 11 y^6 \ge 0.$$

Вариант 35.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 10 x^{2} + 6 x^{6} - 32 x y + 8 y^{2} + 24 x^{3} y^{2} + 10 y^{4}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 9x^2 - 8x^4 - 36xy - 15y^2 + 4x^2y^3 - y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 3 - 4x^4 - 8x^6 - 32x^3y^2 + 16x^2y^3 - 8y^4 - 14y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 1 - 2x^2 - 6x^4 + 4xy^2 - 24x^2y^3 - y^4 - 12y^6 \ge 0.$$

Вариант 36.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 3x^{2} + 7x^{6} + 4xy^{2} - 12x^{3}y^{3} + y^{4} + 3y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 5x^2 - 2x^6 - 20xy - 16y^2 - 8x^3y^2 - 2y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 7x^2 - 3x^6 + 12x^3y^2 - 28xy^3 - 10y^4 - 14y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 1 - 2x^4 - 7x^6 - 8x^2y^2 + 28x^3y^3 - 13y^4 - 16y^6 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 3x^{2} + 10x^{4} - 12xy + 8y^{2} - 40x^{2}y^{3} + 18y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - x^2 - x^6 - 4x^3y - 7y^2 + 4xy^2 - 8y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 1 - 4x^2 - 2x^6 + 8x^3y^2 - 12xy^3 - 13y^4 - 3y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 5x^2 - 2x^4 - 20xy - 14y^2 + 8x^2y^2 - 13y^4 \ge 0.$$

Вариант 38.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 8x^{2} + 7x^{4} + 32xy + 11y^{2} + 28x^{2}y^{3} + 8y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 6x^2 - 3x^4 + 24xy - 15y^2 + 12x^2y^2 - 13y^4 \ge 0$$

$$g_2(x,y) = 3 - 10x^2 - x^6 + 40xy^2 - 4x^3y^3 - 16y^4 - 11y^6 \ge 0$$

$$g_3(x,y) = 3 - 6x^2 - 10x^6 + 24xy - 15y^2 + 40x^3y^3 - 21y^6 \ge 0$$
.

Вариант 39.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = x^4 + 10x^6 + 40x^3y + 17y^2 + 4x^2y^3 + 2y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 8x^4 - 8x^6 - 24x^2y^2 + 16x^3y^3 - 6y^4 - 4y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 5x^2 - x^6 - 20xy - 16y^2 - 4x^3y^3 - 8y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 9x^2 - 10x^6 - 32x^3y - 8y^2 + 20xy^2 - 5y^4 \ge 0.$$

Вариант 40.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 3x^{2} + 8x^{4} + 12xy + 8y^{2} + 24x^{2}y^{2} + 6y^{4}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - x^2 - x^4 + 4x^2y - 2y^2 - 4xy^2 - 3y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 1 - 4x^2 - 2x^6 - 16xy - 13y^2 + 8x^3y^2 - 8y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 3 - x^2 - 10x^4 - 4xy - 11y^2 + 12x^2y^3 - 3y^6 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 10 x^{2} + x^{6} + 40 x y + 17 y^{2} - 4 x^{3} y^{3} + 6 y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 6x^4 - 4x^6 + 16x^3y - 11y^2 - 4x^2y^2 - y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 3 - 9x^2 - 4x^4 + 36xy - 17y^2 - 4x^2y^3 - y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 3 - 10x^2 - 6x^4 + 24x^2y^2 - 20xy^3 - 12y^4 - 5y^6 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 2x^4 + 10x^6 - 36x^3y + 9y^2 + 8x^2y^2 + 12y^4$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 3 - 8x^4 - 2x^6 + 8x^3y^2 + 32x^2y^3 - 3y^4 - 11y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 5x^2 - 10x^4 + 36x^2y - 9y^2 - 4xy^2 - y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 5x^2 - 9x^6 - 36x^3y - 10y^2 - 20xy^2 - 10y^4 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 8x^{2} + 6x^{6} + 32xy + 16y^{2} - 4x^{3}y^{2} + y^{4}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - x^4 - 10 x^6 + 40 x^3 y^2 + 4 x^2 y^3 - 20 y^4 - 3 y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 5 x^2 - x^6 + 20 x y - 6 y^2 + 4 x^3 y^3 - 8 y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 1 - 6 x^4 - 7 x^6 + 24 x^2 y - 10 y^2 - 28 x^3 y^3 - 9 y^6 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 10 x^{2} + 10 x^{4} + 40 x y^{2} - 40 x^{2} y^{3} + 21 y^{4} + 16 y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 5x^2 - 6x^4 + 24x^2y^2 + 8xy^3 - 17y^4 - 2y^6 \ge 0$$

$$g_2(x,y) = 1 - x^4 - 5x^6 + 4x^2y^2 - 20x^3y^3 - 5y^4 - 14y^6 \ge 0$$

$$g_3(x,y) = 2 - 3x^2 - 8x^6 + 12xy - 9y^2 + 32x^3y^3 - 11y^6 \ge 0$$
.

$$f(x,y) = 9x^4 + 4x^6 + 20x^2y + 5y^2 + 16x^3y^2 + 6y^4$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 7x^2 - 7x^6 + 28x^3y^2 - 28xy^3 - 14y^4 - 17y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 4x^4 - 4x^6 - 16x^3y^2 + 16x^2y^3 - 14y^4 - 14y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 6x^2 - 7x^4 - 28x^2y - 12y^2 + 24xy^2 - 10y^4 \ge 0.$$

Вариант 46.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 7x^4 + 3x^6 - 28x^2y + 14y^2 + 4x^3y^2 + y^4$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 9x^4 - 7x^6 + 36x^2y^2 - 8x^3y^3 - 17y^4 - 2y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 3 - x^2 - 5x^4 + 4xy^2 - 20x^2y^3 - 11y^4 - 14y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 1 - 6x^2 - 6x^6 - 24xy - 17y^2 + 24x^3y^2 - 12y^4 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 9x^{2} + 4x^{4} + 20xy^{2} - 12x^{2}y^{3} + 5y^{4} + 3y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 10 x^2 - 4 x^6 - 16 x y^2 - 16 x^3 y^3 - 4 y^4 - 7 y^6 \ge 0$$

$$g_2(x,y) = 1 - 7x^4 - 2x^6 + 28x^2y - 18y^2 + 8x^3y^2 - 10y^4 \ge 0$$

$$g_3(x,y) = 1 - 8x^2 - 10x^4 - 32xy - 13y^2 + 40x^2y^3 - 13y^6 \ge 0$$
.

Вариант 48.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 5x^4 + 5x^6 - 20x^2y^2 + 20x^3y^3 + 13y^4 + 12y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 2x^2 - 7x^6 + 28x^3y^2 - 8xy^3 - 13y^4 - 4y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 6x^2 - 9x^4 + 20xy^2 - 36x^2y^3 - 5y^4 - 20y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 3x^2 - 4x^6 - 12xy^2 - 4x^3y^3 - 7y^4 - y^6 \ge 0.$$

Вариант 49.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 8x^{2} + 8x^{4} + 32xy^{2} + 32x^{2}y^{3} + 13y^{4} + 14y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 5x^2 - 5x^4 + 4xy - y^2 - 20x^2y^2 - 6y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 3 - 9x^2 - 10x^6 + 36xy - 18y^2 - 40x^3y^2 - 14y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 3 - x^2 - 10x^4 - 40x^2y - 15y^2 + 4xy^3 - 11y^6 \ge 0.$$

Вариант 50.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 2x^{2} + 5x^{6} + 8xy + 2y^{2} + 20x^{3}y^{3} + 12y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 3 - 9x^2 - 9x^6 - 36xy^2 - 16x^3y^3 - 18y^4 - 4y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 5x^4 - 9x^6 + 28x^3y^2 + 20x^2y^3 - 7y^4 - 10y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 3 - 7x^2 - 7x^4 - 28xy - 14y^2 - 28x^2y^2 - 11y^4 \ge 0.$$

Вариант 51.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = x^2 + 10x^4 + 36x^2y + 9y^2 - 4xy^3 + 11y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 4x^2 - 9x^6 - 8x^3y - 2y^2 + 16xy^2 - 5y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 3 - 9x^4 - 9x^6 - 36x^2y - 16y^2 + 12x^3y^3 - 3y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 1 - 10x^2 - 7x^4 - 8x^2y - 2y^2 - 40xy^2 - 10y^4 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 10 x^4 + 5 x^6 + 20 x^3 y^2 - 32 x^2 y^3 + 5 y^4 + 8 y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 3 - 10x^2 - 5x^4 - 20xy - 5y^2 - 12x^2y^3 - 3y^6 \ge 0$$

$$g_2(x,y) = 2 - 6x^2 - 5x^6 - 24xy - 11y^2 - 20x^3y^3 - 8y^6 \ge 0$$

$$g_3(x,y) = 3 - 4x^2 - 9x^4 + 36x^2y - 20y^2 + 16xy^2 - 12y^4 \ge 0$$
.

Вариант 53.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 5x^{2} + x^{4} + 20xy + 15y^{2} + 4x^{2}y^{2} + 7y^{4}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 7x^4 - 10x^6 + 28x^2y^2 - 40x^3y^3 - 17y^4 - 10y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 7x^2 - 10x^4 + 28xy - 7y^2 + 40x^2y^3 - 15y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 3 - 2x^4 - 5x^6 + 8x^2y - 5y^2 - 4x^3y^3 - y^6 \ge 0.$$

Вариант 54.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 9x^{2} + 6x^{4} - 16xy + 4y^{2} + 24x^{2}y^{3} + 13y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 2x^2 - 2x^4 + 8xy - 10y^2 + 8x^2y^2 - 8y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 1 - 7x^4 - 3x^6 - 12x^3y^2 - 28x^2y^3 - 12y^4 - 8y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 3 - 9x^4 - 7x^6 + 24x^2y - 6y^2 + 28x^3y^3 - 7y^6 \ge 0.$$

Вариант 55.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 10 x^4 + 8 x^6 - 40 x^2 y^2 - 28 x^3 y^3 + 10 y^4 + 7 y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 8x^4 - 8x^6 - 32x^3y^2 - 32x^2y^3 - 13y^4 - 18y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 6x^4 - 2x^6 - 24x^2y - 17y^2 + 4x^3y^2 - y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 3 - 2x^2 - 10x^6 - 40x^3y - 18y^2 + 8xy^3 - 6y^6 \ge 0.$$

Вариант 56.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 2x^{2} + 6x^{4} - 24x^{2}y + 16y^{2} - 8xy^{2} + 11y^{4}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 6x^4 - 6x^6 + 24x^2y^2 - 16x^3y^3 - 14y^4 - 4y^6 \ge 0$$

$$g_2(x,y) = 3 - 7x^2 - 10x^4 + 20xy - 5y^2 - 24x^2y^3 - 6y^6 \ge 0$$

$$g_3(x,y) = 2 - 7x^4 - 9x^6 + 36x^3y - 15y^2 - 28x^2y^2 - 11y^4 \ge 0$$
.

Вариант 57.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = x^2 + x^6 - 4xy + y^2 - 4x^3y^2 + 2y^4$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 6x^2 - 8x^6 + 24xy - 17y^2 + 28x^3y^3 - 7y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 3 - 8x^4 - 7x^6 + 12x^3y - 3y^2 + 32x^2y^3 - 13y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 1 - 2x^2 - 8x^6 - 8xy^2 - 32x^3y^3 - 3y^4 - 8y^6 \ge 0.$$

Вариант 58.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = x^2 + 9x^4 + 4xy + y^2 - 36x^2y^2 + 13y^4$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 9x^4 - 2x^6 + 8x^3y - 5y^2 + 36x^2y^3 - 20y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 9x^2 - 6x^6 - 36xy - 18y^2 - 12x^3y^2 - 3y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 8x^2 - 3x^4 - 12xy^2 - 4x^2y^3 - 3y^4 - y^6 \ge 0.$$

Вариант 59.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 5x^4 + 4x^6 + 16x^2y + 4y^2 + 16x^3y^3 + 12y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 4x^2 - 7x^6 - 28x^3y - 18y^2 + 16xy^2 - 4y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 10x^2 - 6x^4 + 40xy^2 - 24x^2y^3 - 16y^4 - 9y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 3 - x^4 - 6x^6 - 24x^3y - 11y^2 - 4x^2y^2 - 7y^4 \ge 0.$$

$$f(x,y) = x^2 + 5x^4 + 20x^2y + 6y^2 + 4xy^2 + 4y^4$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 6x^2 - 9x^6 + 24xy - 6y^2 + 24x^3y^3 - 6y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 4x^2 - 9x^6 - 36x^3y - 15y^2 + 8xy^2 - 2y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 3 - 10x^2 - 3x^4 - 24xy - 6y^2 - 12x^2y^3 - 13y^6 \ge 0.$$

Вариант 61.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 2x^{2} + 9x^{4} - 8xy + 6y^{2} + 36x^{2}y^{3} + 11y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 3 - 5x^2 - 3x^6 + 4xy - y^2 - 12x^3y^2 - 13y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 1 - 6x^4 - 5x^6 + 20x^3y - 9y^2 + 24x^2y^2 - 12y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 8x^4 - 8x^6 - 32x^3y^2 - 32x^2y^3 - 16y^4 - 18y^6 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 8x^{2} + 2x^{4} - 32xy + 17y^{2} - 8x^{2}y^{3} + 7y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 3 - 7x^2 - 5x^4 - 8xy^2 + 20x^2y^3 - 2y^4 - 12y^6 \ge 0$$

$$g_2(x,y) = 2 - 3x^2 - 6x^4 - 24x^2y^2 - 12xy^3 - 10y^4 - 6y^6 \ge 0$$

$$g_3(x,y) = 1 - 5x^4 - 5x^6 + 20x^2y - 10y^2 + 20x^3y^2 - 13y^4 \ge 0.$$

Вариант 63.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = x^2 + 6x^4 + 24x^2y + 13y^2 + 4xy^3 + 4y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 2x^2 - 10x^4 + 8xy - 5y^2 - 40x^2y^3 - 14y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 7x^2 - 3x^4 - 12x^2y - 4y^2 - 4xy^2 - y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 3 - 3x^4 - 2x^6 + 8x^3y^2 + 12x^2y^3 - 3y^4 - 5y^6 \ge 0.$$

Вариант 64.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 9x^4 + 9x^6 + 20x^3y^2 - 36x^2y^3 + 5y^4 + 10y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 4x^4 - 9x^6 + 16x^2y^2 - 8x^3y^3 - 15y^4 - 2y^6 \ge 0$$

$$g_2(x,y) = 2 - 5x^2 - 4x^6 - 20xy^2 - 16x^3y^3 - 8y^4 - 8y^6 \ge 0$$

$$g_3(x,y) = 1 - 6x^2 - 4x^6 - 24xy - 15y^2 + 4x^3y^2 - y^4 \ge 0$$
.

Вариант 65.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = x^4 + 9x^6 - 4x^2y^2 - 32x^3y^3 + 3y^4 + 8y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 5x^2 - 8x^4 + 20xy - 10y^2 + 12x^2y^2 - 3y^4 \ge 0$$

$$g_2(x,y) = 3 - 5x^2 - 7x^4 - 28x^2y - 14y^2 + 20xy^2 - 13y^4 \ge 0$$

$$g_3(x,y) = 2 - 9x^2 - 7x^6 + 28x^3y^2 - 16xy^3 - 12y^4 - 4y^6 \ge 0$$
.

Вариант 66.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 8x^{2} + 2x^{6} - 32xy + 12y^{2} + 8x^{3}y^{3} + 2y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 2x^2 - 5x^4 - 20x^2y - 12y^2 + 8xy^3 - 8y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 3 - 6x^2 - 7x^4 - 24xy^2 - 16x^2y^3 - 16y^4 - 4y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 3 - 5x^4 - 10x^6 - 20x^2y - 7y^2 - 20x^3y^2 - 5y^4 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 8x^{2} + 8x^{6} + 32xy + 15y^{2} + 32x^{3}y^{2} + 9y^{4}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 3 - 2x^2 - 8x^4 - 8xy - 4y^2 - 12x^2y^3 - 3y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 3 - 4x^2 - 3x^6 + 16xy - 7y^2 - 12x^3y^3 - 7y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 3 - 9x^2 - x^4 - 36xy^2 + 4x^2y^3 - 14y^4 - 4y^6 \ge 0.$$

Вариант 68.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 5x^2 + 3x^4 + 20xy + 12y^2 + 4x^2y^3 + y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 3 - 6x^2 - 9x^4 + 36x^2y - 17y^2 - 20xy^3 - 5y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 1 - x^2 - 9x^4 - 4xy^2 - 36x^2y^3 - 2y^4 - 17y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 2x^4 - 6x^6 - 24x^3y - 17y^2 - 8x^2y^3 - 2y^6 \ge 0.$$

Вариант 69.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 3x^2 + 8x^4 - 12xy + 10y^2 - 32x^2y^3 + 8y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - x^2 - 6x^6 + 24x^3y - 16y^2 + 4xy^3 - 8y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 1 - 9x^2 - 5x^4 - 36xy - 16y^2 - 20x^2y^2 - 14y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 5x^2 - 8x^4 - 32x^2y^2 - 20xy^3 - 16y^4 - 11y^6 \ge 0.$$

Вариант 70.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 9x^{2} + 3x^{4} + 12xy^{2} + 12x^{2}y^{3} + 3y^{4} + 11y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 6x^2 - 5x^6 + 24xy - 14y^2 + 20x^3y^2 - 7y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 1 - 6x^2 - 5x^4 - 20x^2y^2 - 24xy^3 - 5y^4 - 15y^6 \ge 0$$

$$g_3(x,y) = 1 - x^4 - 4x^6 - 4x^2y - 12y^2 + 4x^3y^3 - y^6 \ge 0$$
.

$$f(x,y) = 5x^{2} + 9x^{6} + 20xy + 13y^{2} - 36x^{3}y^{2} + 12y^{4}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - x^2 - 7x^6 + 4x^3y^2 + 4xy^3 - y^4 - 5y^6 \ge 0$$

$$g_2(x,y) = 1 - x^2 - x^4 - 4xy^2 - 4x^2y^3 - y^4 - 5y^6 \ge 0$$

$$g_3(x,y) = 1 - 6x^2 - 2x^4 + 20xy - 5y^2 - 8x^2y^3 - 10y^6 \ge 0$$
.

Вариант 72.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 3x^{2} + 8x^{4} - 12xy + 4y^{2} - 4x^{2}y^{3} + y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 3 - 9x^2 - x^6 + 36xy^2 + 4x^3y^3 - 15y^4 - 2y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 1 - 2x^2 - 8x^4 - 8xy - 6y^2 + 32x^2y^2 - 15y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 7x^2 - 8x^6 + 28x^3y - 7y^2 - 20xy^2 - 5y^4 \ge 0.$$

Вариант 73.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 8x^4 + 7x^6 - 32x^2y + 12y^2 - 28x^3y^3 + 14y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 10x^2 - 2x^6 - 40xy^2 - 8x^3y^3 - 17y^4 - 13y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 4x^4 - x^6 - 4x^3y^2 - 8x^2y^3 - 5y^4 - 2y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 7x^2 - 3x^6 - 28xy - 12y^2 - 8x^3y^3 - 2y^6 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 5x^4 + 6x^6 - 8x^2y + 2y^2 - 24x^3y^2 + 15y^4$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 2x^2 - 2x^4 - 8x^2y^2 - 8xy^3 - 5y^4 - 3y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 10x^2 - x^6 + 4x^3y^2 + 40xy^3 - 5y^4 - 11y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 4x^2 - 6x^4 + 16xy - 12y^2 + 24x^2y^2 - 6y^4 \ge 0.$$

Вариант 75.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 5x^{2} + 9x^{6} + 20xy + 7y^{2} - 4x^{3}y^{3} + y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 2x^4 - 3x^6 - 12x^3y - 4y^2 - 8x^2y^2 - 8y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 3 - 8x^2 - x^6 + 4x^3y - 10y^2 + 32xy^2 - 13y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 1 - 9x^2 - x^4 - 8xy - 2y^2 + 4x^2y^3 - 3y^6 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 7x^{2} + 4x^{4} - 28xy^{2} - 16x^{2}y^{3} + 18y^{4} + 5y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 7x^2 - 7x^4 + 28x^2y - 18y^2 + 28xy^3 - 11y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - 7x^2 - 6x^4 - 16x^2y - 4y^2 - 28xy^2 - 9y^4 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 1 - 8x^2 - 9x^4 - 28xy - 7y^2 + 8x^2y^3 - 2y^6 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 9x^4 + 5x^6 - 36x^2y + 16y^2 - 20x^3y^3 + 16y^6$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 7x^2 - 5x^4 + 28xy - 18y^2 + 20x^2y^2 - 5y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 3 - 7x^4 - x^6 + 4x^3y - 11y^2 - 28x^2y^3 - 17y^6 \ge 0$$

$$g_3(x,y) = 2 - 9x^4 - 9x^6 + 16x^2y^2 - 16x^3y^3 - 4y^4 - 4y^6 \ge 0.$$

Вариант 78.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 2x^{2} + 6x^{6} - 24x^{3}y + 7y^{2} - 8xy^{3} + 10y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 7x^2 - 9x^4 + 36x^2y - 17y^2 + 16xy^2 - 4y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 1 - 5x^4 - 7x^6 + 20x^2y - 10y^2 + 28x^3y^3 - 16y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 3 - 7x^4 - 7x^6 + 12x^3y - 3y^2 + 28x^2y^3 - 17y^6 \ge 0.$$

Вариант 79.

Найти наибольшее и наименьшее значения нелинейной функции

$$f(x,y) = 3x^4 + 2x^6 - 8x^3y + 2y^2 - 12x^2y^2 + 6y^4$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 2 - 9x^2 - 6x^4 + 24x^2y - 8y^2 + 36xy^2 - 10y^4 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 2 - x^2 - 10x^6 - 40x^3y - 15y^2 + 4xy^3 - 8y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 8x^2 - 2x^6 + 32xy - 11y^2 - 4x^3y^3 - y^6 \ge 0.$$

$$f(x,y) = 7x^{2} + 7x^{4} - 28xy + 14y^{2} + 28x^{2}y^{3} + 7y^{6}$$

на множестве Ω , заданном нелинейными ограничениями

$$g_1(x,y) = 1 - 6x^4 - 9x^6 - 24x^2y - 8y^2 + 36x^3y^3 - 14y^6 \ge 0,$$

$$g_2(x,y) = 1 - 6x^2 - 2x^4 + 8x^2y^2 - 24xy^3 - 6y^4 - 6y^6 \ge 0,$$

$$g_3(x,y) = 2 - 8x^2 - 10x^4 - 32xy - 8y^2 - 40x^2y^2 - 11y^4 \ge 0.$$