Master-Theorem

Die Rekursion
$T(n) = aT(\frac{n}{b}) + cn^k$
$T(1) = c$
für Konstante a, b, c und k mit $a \geq 1$ und $b > 1$ hat die Laufzeit

$$T(n) \in \begin{cases} \Theta(n^k) & \text{wenn } a < b^k \\ \Theta(n^k \log n) & \text{wenn } a = b^k \\ \Theta(n^{\log_b a}) & \text{wenn } a > b^k \end{cases}$$

Master-Theorem (nach Brinkmeier)

Seien $a \geq 1$ und $b > 1$ Konstanten, $f(n)$ eine Funktion und sei $T(n)$ auf den nicht-negativen ganzen Zahlen definiert durch:
$T(n) = a * T(\frac{n}{b}) + f(n)$,
wobei $\frac{n}{b}$ entweder $\lfloor \frac{n}{b} \rfloor$ oder $\lceil \frac{n}{b} \rceil$ ist.

1. Gilt $f(n) \in \mathcal{O}(n^d)$ mit $d = \log_b a - \epsilon$ für $\epsilon > 0$, dann ist
   $T(n) \in \Theta(n^{log_b a})$
2. Gilt $f(n) \in \mathcal{O}(n^d)$ mit $d = \log_b a$, dann ist
   $T(n) \in \Theta(n^d \log(n))$
3. Gilt $f(n) \in \Omega(n^d)$ mit $d = \log_b a + \epsilon$ für $\epsilon > 0$, und ist $af(\frac{n}{b}) \leq cf(n)$ für eine Konstante $c < 1$ und alle hinreichend großen n, dann ist
   $T(n) \in \Theta(f(n))$