Parcial 1.1

Kurth Aguilar - 20181242

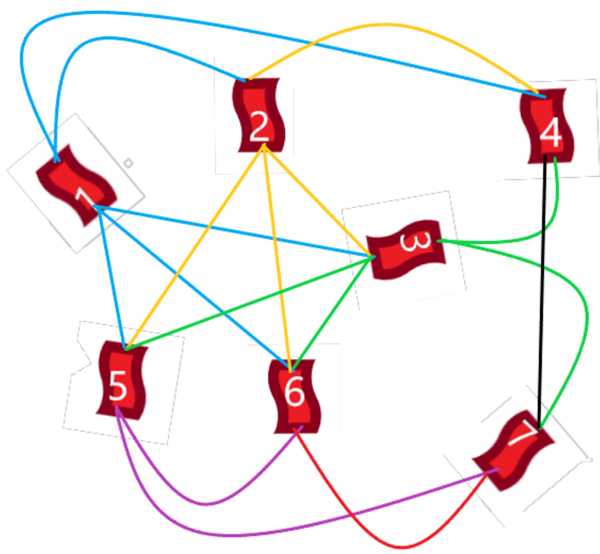
14 de agosto de 2018

Solucion Problema 1

- **Nodos:** $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- **Vertices:**

$$\left\langle \left\{ \begin{bmatrix} \langle 1,2\rangle & \langle 1,3\rangle & \langle 1,4\rangle \\ \langle 1,5\rangle & \langle 1,6\rangle & \langle 2,3\rangle \\ \langle 2,4\rangle & \langle 2,5\rangle & \langle 2,6\rangle \\ \langle 3,4\rangle & \langle 3,5\rangle & \langle 3,6\rangle \\ \langle 3,7\rangle & \langle 4,7\rangle & \langle 5,6\rangle \\ \langle 5,7\rangle & \langle 6,7\rangle & \end{bmatrix} \right\} \right\rangle$$

- **Grafo:**



Solucion Problema 2

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

- **Caso Base:** $n = 1$

$$1 = \frac{1(1+1)}{2}$$
$$1 = \frac{1(2)}{2}$$
$$1 = \frac{2}{2}$$
$$1 = 1$$

- **Caso Inductivo:** $\forall\ n$
  - **Hipotesis Inductiva:** Suponiendo que el Axioma $p5$ de Peano se cumple, en el cual dice que una propiedad $p(n)$ se cumple en los sucesores si el predecesor cumple con la propiedad. Entonces si suponemos que $p(n)$ es verdadera nuestra hipotesis inductiva seria:

    $$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$
  - **Sucesor:** $n + 1$
  - **Demostracion:**

    $$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n} i &= \frac{n+1(n+1+1)}{2} \\ &= \frac{n+1(n+2)}{2} \\ &= \frac{n+1[(n+1)+1]}{2} \end{aligned}$$

    ***Nota:** Con esta induccion o demostracion, se puede cumplir la hipotesis inductiva $\forall n$, en la cual la propiedad $p(n)$ se cumple.

Solucion Problema 3

$$\sum_{i=1}^{n} 1 \ = 1 + 2 + 3 + 4 + \ \ldots \ + n$$

$$\sum(n) \begin{cases} 0 & \text{si } n = 0 \\ (n - i + 1) & \text{si } n = s(a) \ y \ i = s(b) \end{cases}$$

Solucion Problema 4

$$a \oplus b = b \oplus a$$

- **Caso Base:**
  - $a = 0$

$$0 \oplus b = b \oplus 0$$
$$b = b$$

- $b = 0$

$$a \oplus 0 = 0 \oplus a$$
$$a = a$$

- **Caso Inductivo:** $\forall\ a$
  - **Hipotesis Inductiva:**

$$a \oplus b = b \oplus a$$

  - **Sucesor:** $s(a)$
  - **Demostracion:**

$$s(a) \oplus b = b \oplus s(a)$$
$$s(a \oplus b) = b \oplus s(a)$$
$$s(a \oplus b) = s(b \oplus a)$$

***Nota:** Gracias al caso base e hipotesis inductiva, se puede llegar a concluir que esto se cumple para el sucesor de cualquier numero en este caso: $s(a)$, y su suma con otro numero: b, tanto normal como viceversa, demostrando asi la comutatividad.

Solucion Problema 5

- **Funcion:** $a \geq b$

$$a \geq b = \begin{cases} s(o) & \text{si } b = o \\ o & \text{si } a = o \\ i \geq j & \text{si } a = s(i)\ \&\ b = s(j) \end{cases}$$

- **Demostrar:**

$$((n \oplus n) \geq n) = s(o)$$

  - **Caso Base:** $n = 1$

$$((1 \oplus 1) \geq 1) = s(0)$$
$$((2) \geq 1) = s(0)$$
$$(2 \geq 1) = s(0)$$

- **Caso Inductivo:** $\forall\ n$
  - **Hipotesis Inductiva:**

$$((n \oplus n) \geq n) = s(0)$$

  - **Sucesor:** $n+1 \quad \vee \quad s(n)$
  - **Demostracion:**

Usando s(n)

$$((s(n) \oplus s(n)) \geq s(n)) = s(0)$$

$$((s(s(n \oplus n)) \geq s(n)) = s(0)$$

***Nota:** De acuerdo con los casos expuestos de la funcion $a \geq b$, los numeros cualquiera i y j, se expresan en la funcion $i \geq j$ cuando sus sucesores $s(i) \geq s(j)$. Entonces la funcion demostrada $((s(s(n \oplus n)) \geq s(n))$ se cumple.

$$(s(n) \geq s(n) \ominus s(n)) = s(o)$$

$$(s(n) \geq 0) = s(0)$$

***Nota:** Con esto no se llega a la hipotesis inductiva, sin embargo se llega a demostrar la expresion. Porque gracias al caso $a \geq b = s(0)\ si\ b = 0$. Y en este caso $(s(n) \geq 0) = s(0)$

Usando: $n+1$

$$((n \oplus 1 \oplus n \oplus 1) \geq n \oplus 1) = s(0)$$

$$(n \oplus 1 \oplus n \oplus 1 \geq n \oplus 1) = s(0)$$

$$(n \oplus 1 \geq n \oplus 1 \ominus n \ominus 1) = s(0)$$

$$(n \oplus 1 \geq 0) = s(0)$$

***Nota:** Al igual que en el anterior no se llega a la hipotesis inductiva;sin embargo, se puede demostrar la expresion. Porque los casos de la funcion $a \geq b$, deja en explicito que la funcion es igual a $s(0)$, cuando $b = 0$, en este caso dejamos en claro que se cumple porque $(n \oplus 1 \geq 0) = s(0)$