Hoja de Trabajo No.2

Kurth Michael Aguilar Ecobar - 20181242

Fecha de entrega: 2 de agosto de 2018

Ejercicio No.1

Instrucciones: Demostrar utilizando induccion

$$\forall\ n.\ n^3 \geq n^2$$

donde $n \in \mathbb{N}$

Solucion:

- **Caso Base:** n = 0

$$0^3 \geq 0^2 \ = 0 \geq 0$$

- **Caso Inductivo** $n \in \mathbb{N}$

  Hipotesis inductiva:

$$n^3 \geq n^2 \ = n * (n^2) \geq (n^2)$$

  Sucesor: S(n) = (n+1)

  Demostracion:

  $(n+1)(n+1)^2 \geq (n+1)^2$

  $(n+1) \geq \frac{(n+1)^2}{(n+1)^2}$

  $(n+1) \geq 1$

  $n+1 \geq 1$

  $n \geq 1-1$

  $n \geq 0$

  Conclusion: En la demostracion sobre el caso inductivo se puede apreciar que no se demuestra totalmente la hipotesis inductiva. Eso sucede porque hay casos en cuales la demostracion no llega a la hipotesis inductiva, sin embargo se pudo demostrar que $\forall\ n$ siempre se cumplira la propiedad establecida, porque siempre sera mayor o igual que 0.

Ejercicio No.2

Instrucciones: Demostrar utilizando induccion la desigualdad de Bernoulli.

$$\forall\ n.(1+x)^n \geq nx$$

donde $n \in \mathbb{N}$, $x \in \mathbb{Q}$ y $x \geq -1$

Solucion:

- **Casos Base:** $n = 0$

$$\mathbf{n = 0}$$
$$(1+x)^0 \geq 0 * x$$
$$1 \geq 0$$

***Nota:** No se demuestra el caso base de $x = 0$ porque $x \in \mathbb{Q}$ con lo cual el caso base seria $x = \frac{0}{0}$ y esa expresion esta indeterminada en el lenguaje matematico .

- **Caso Inductivo:** $n \in \mathbb{N}$, $x \in \mathbb{Q}$ y $x \geq -1$

  Hipotesis Inductiva: $(1+x)^n \geq nx + 1$

  ***Nota:** En la hipotesis inductiva se acepta el consejo dado de el uso de $nx + 1$ para la demostracion del problema planteado.

  Sucesor: $n + 1$

  Demostracion:

  - $x > -1 \ = \ x + 1 > 0$ "Con lo cual multiplicamos esta expresión $x + 1$ en ambos lados de la desigualdad para no afectar la misma, y obtener un formato favorable para la demostracion".
  - $(x+1)(1+x)^n \geq (nx+1)(x+1)$
  - $(1+x)^{n+1} \geq nx^2 + nx + x + 1$
  - $(1+x)^{n+1} \geq nx^2 + x(n+1) + 1$ "Con esta expresion se demuestra que $\forall\ n$ y para $x \geq -1$, cumple la funcion deseada, porque la función cumple con evaluar cualquier numero y siempre dar un resultado de mayor o igual.