

# Folyadékszcintillációs spektroszkópia

KÜRTI ZOLTÁN

B csoport

Mérés dátuma: 2021. december 9.

Beadás dátuma: 2021. december 23.

# 1. Bevezetés

A folyadékszintillációs spektroszkópia előnye, hogy kis áthatoló képességű sugárzás mérésére is alkalmas. Ezen sugárzások mérése más módszerekkel nem előnyös, mivel mind a detektor esetleges burkolása, mind a minta önárnyékolása a kis áthatoló képességű sugárzás mérését lehetetlenné vagy nagyon nehézkessé teszi. A folyadékszintilláció lehetővé teszi ilyen sugárzások spektrumának mérését is. Ilyen az alfa és béta sugárzás. A mérés feltétele, hogy a sugárforrást fel lehessen oldani. Az oldatban a sugárzás fékeződés során az energiájának egy részét elektromágneses sugárzásként adja le. Ez a sugárzás túl nagy energiájú az ideális detektáláshoz, ezért további két feloldott anyag az oldószerben a nagyobb energiájú fotonokat több kisebb energiájú fotonná konvertálják. Ezeknek a hullámhossza már ideális a detektálásra, fotoelektron-sokszorozóval mértük meg a bomlás után keletkezett fotonok számát.

A mérés során a  $^{14}\text{C}$  béta bomló izotóp sugárzását vizsgáltuk. A béta sugárzásérdekes abból a szempontból, hogy a bomlás során három részecske között oszlik el a felszabaduló energia. Ez azt jelenti, hogy az elektron energiáját nem rögzíti egyértelműen a impulzus és energia megmaradása.

$$^{14}\text{C} \rightarrow ^{14}\text{N}^+ + e^- + \bar{\nu}_e \quad (1)$$

Az anya elem és a termékek nyugalmi tömegének különbségét  $Q/c^2$ -tel jelöljük,

$$Q = (m_{^{14}\text{C}} - m_{^{14}\text{N}^+} - m_{e^-} - m_{\bar{\nu}_e}) c^2. \quad (2)$$

Ezen szén izotóp esetében  $Q = 156\text{keV}$ . Ez a keletkező elektron maximális energiája, amennyiben eltekintünk az atommag visszalökődéséhez szükséges energiáról (a  $^{14}\text{C}$  atommag több mint  $10^4$ -szer nehezebb, mint az elektron). A neutrínó tömege nem nulla, de ezen számolások során nullának tekinthető, hiszen máig a legpontosabb mérések nem tudtak 0-tól különböző alsó határt meghatározni az elektron neutrínó tömegére, a felső határ pedig  $1\text{eV}$  alatt van.

## 2. Kiértékelés

### 2.1. Átlagos energia

Mag és részecskefizika előadáson bizonyos feltevésekkel levezettük, hogy az elektron átlagos energiája  $Q/3$  lesz. A feltevések a valóságban nem pontosan teljesülnek, az eltérést az  $F(Z, E)$  és  $S(Z, E)$  függvények tartalmazzák.

A mérés alapján az átlagos energiát a következőképpen határoztam meg. A kalibrálás után öt spektrumot vettünk fel. Ezekre egyenként kiszámoltam az empirikus energia átlagot,

$$E = \frac{\sum_i N_i E_i}{\sum_i N_i}. \quad (3)$$

$E_i$  az  $i$ -edik csatornához tartozó energia,  $N_i$  pedig a beütésszám az  $i$ -edik csatornában. A kapott átlagos energiák rendre  $49,553\text{keV}$ ,  $49,521\text{keV}$ ,  $49,553\text{keV}$ ,  $49,631\text{keV}$  és  $49,617\text{keV}$  lettek. Az átlagok átlaga meghatározza a kombinált átlagos energiát, a szórást pedig az empirikus szórás formulával határozom meg,

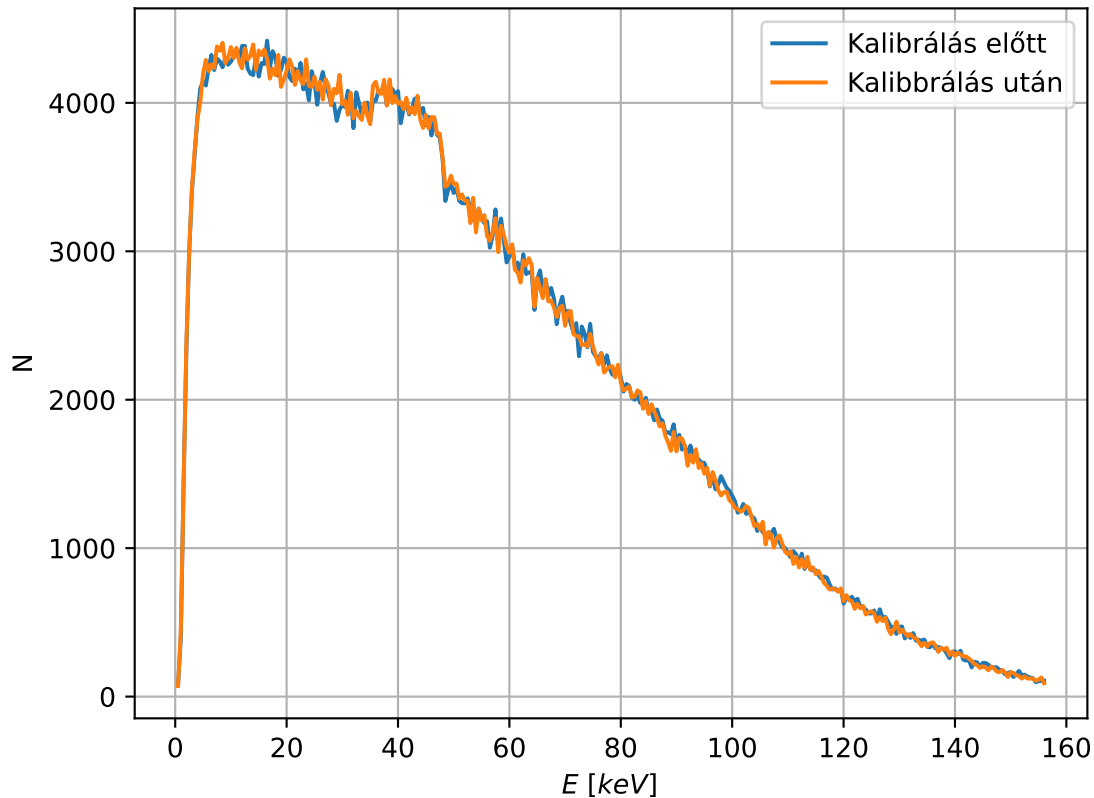
$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum (E - \bar{E})^2. \quad (4)$$

$\bar{E}$  az öt mért átlagos energia átlaga. Ezek alapján az átlagos energia kalibrálás után  $E = (49,575 \pm 0,047)\text{keV}$ . A várt érték  $Q/3 = 52\text{keV}$  statisztikailag szignifikánsan különbözik a mért átlagos energiától.

Ennek oka, hogy a kimenő elektron nem pontosan síkhullám, hiszen kölcsönhat az atommag töltésével. Ezt a fermi-függvény  $F(Z, E)$  korrigálná. További hiba, hogy  $156\text{keV}$  már összemérhető az elektron tömegével, így relativisztikus effektusok felléphetnek. Feltételeztük, hogy a kirepülő elektron és antineutrínó iránya független. Ezeket és még más hibákat az  $S(Z, E)$  alakfaktor veszi figyelembe. Ismerve, hogy az előadáson elvégzett számolás mennyi egyszerűsítést használt, a mérési eredmény szerintem reálisan megközelíti a  $Q/3$  értéket, persze a különbség statisztikailag szignifikáns, emlékeztetve arra, hogy az elhanyagolt effektusok természetesen léteznek és fontosak.

Egymintás t-próbával is megvizsgáltam, hogy statisztikailag szignifikánsan különbözik-e a mért átlag a várt  $Q/3$  energiától. A különbség statisztikailag szignifikáns volt,  $p = 3.4 \cdot 10^{-8}$  p-értékkel.

## 2.2. Kalibrálás hatása



1. ábra. A kalibrálás előtti és utáni összesített spektrum.

A kalibrálás előtti és utáni felvett spektrumok összehasonlítására két módszert használtam. Az egyik a páros t-próba volt, a másik a Wilcoxon próba volt. A t-próba feltételezi, hogy a két spektrum közötti eltérés gauss eloszlás. Mivel tudjuk, hogy mindegyik csatornában Poisson eloszlású a beütések száma, így az eltérés eloszlását is meg tudjuk határozni. Nagy beütés számok esetében valóban normál Gauss eloszlás lesz, mivel a Poisson eloszlás közelíthető Gauss eloszlással nagy beütésszám esetén. Viszont viszonylag sok csatornában a beütésszám 100 alatti, ezek esetében már megkérdőjelezhető az eltérés Gauss eloszlással aló közelítésének helyessége. Amennyiben ez valóban problémát okoz, használható a Wilcoxon próba, mivel ennek nem feltétele, hogy az eltérés normál eloszlás legyen.

A páros t-próbánál ki kell számítani a két spektrum eltérését. Ennek átlaga  $\bar{x}_d$ . Az

eltérések szórását  $s_d$  jelöli. Ezen jelölésekkel

$$t = \frac{\bar{x}_d}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}}. \quad (5)$$

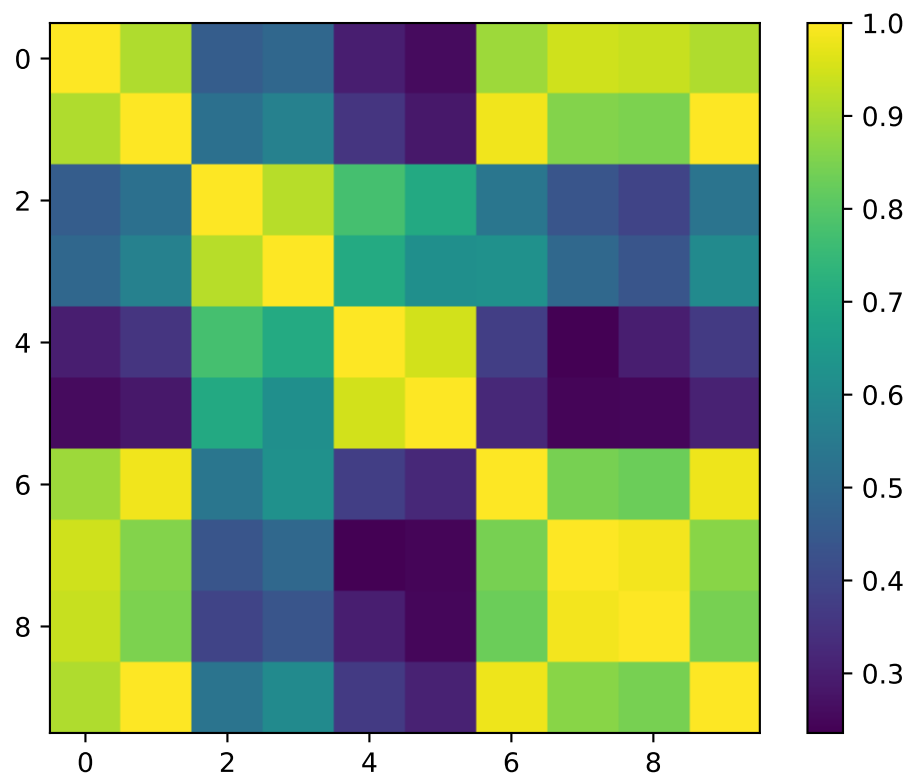
Ezt a  $t$  értéket kell összevetni a Student-eloszlással, amiből megkaptam a  $p$ -értéket. Ezt a tesztet elvégezve az első öt és utolsó öt spektrum összegére, a  $p$ -érték  $p = 0.54$  lett. Ez statisztikailag nem jelent szignifikáns különbséget a két spektrum között.

A Wilcoxon próba esetében a kiszámítandó érték

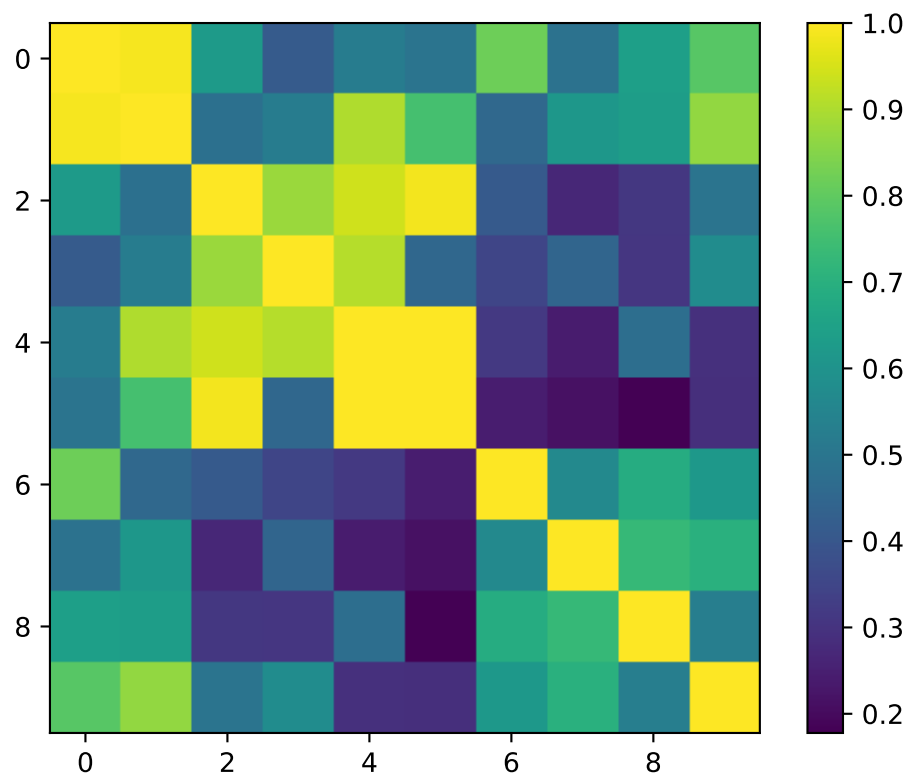
$$T = \sum_i \text{sgn}(x_i) R_i. \quad (6)$$

$x_i$  az összetartozó csatornában a különbségek.  $R_i$ -k a csatornaszámok egy permutációja. Ez az  $R_i$  permutáció olyan, hogy  $i < j \Rightarrow |x_{R_i}| < |x_{R_j}|$ . A kapott  $T$  érték és a szabadsági fokok száma alapján (csatornaszám-1) a  $p$  érték megkapható a  $T$ -re vonatkozó eloszlásból. Ez a próba  $p = 0.25$  értéket ad, ami erősebb eredmény, de még mindig nem mondható statisztikusan szignifikáns különbségnek.

Érdekességgként kiszámoltam mind a 10 felvett spektrum statisztikáit, és ábrázoltam őket egy két dimenziós ábrán. A sorok és oszlopok az eloszlások sorszámát jelölik, a pixel színe pedig a  $p$ -értéket.

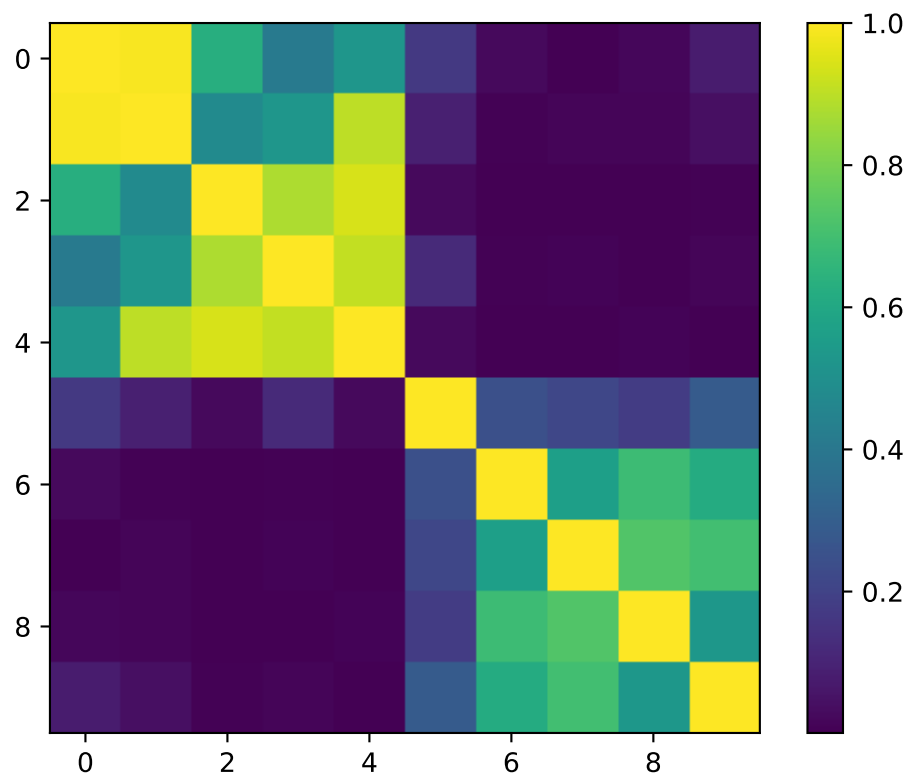


2. ábra. A felett spektrumok t-próba alapján kapott p-értékek.



3. ábra. A felett spektrumok Wilcoxon-próba alapján kapott p-értékek.

Amennyiben az első öt és második öt eloszlás hasonlóak, mivel ugyan azon beállítá-  
sok mellett készült spektrumok, és a két csoport szignifikánsan különböznek, ezeknek az  
ábráknak "blokkokból" kellene állniuk. Ezt a 4. ábra szemlélteti.



4. ábra. Szignifikánsan különböző beállítások esetén ilyen ábrára számítok.

A kalibrálás nem változtatta meg a felett spektrumot statisztikailag szignifikáns módon.