

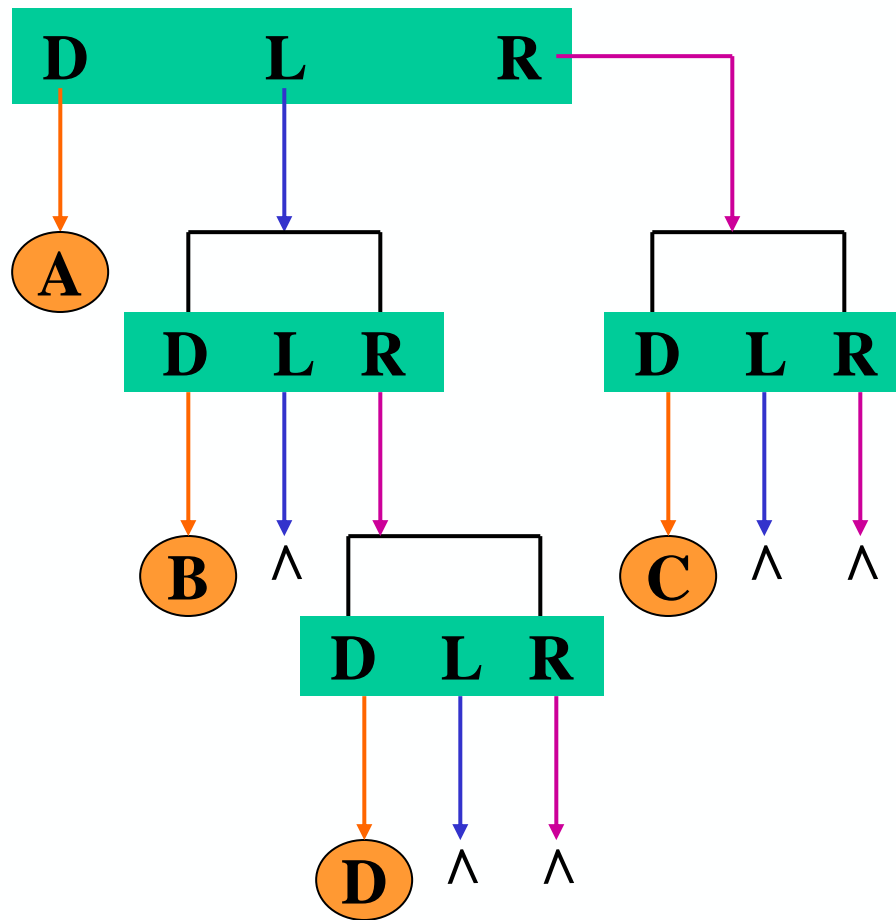
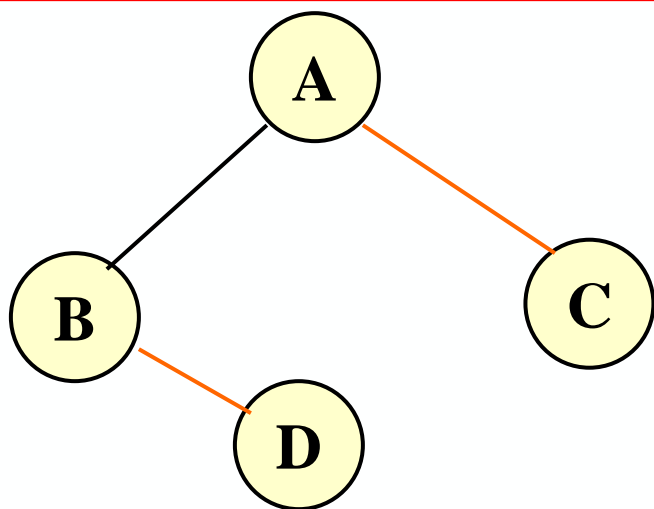
遍历的算法实现 - 先序遍历

若二叉树为空，则空操作
否则

访问根结点 (D)

前序遍历左子树 (L)

前序遍历右子树 (R)



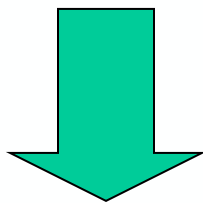
先序遍历序列: **A B D C**

遍历的算法实现 - - 用递归形式格外简单!

回忆:

```
long Factorial ( long n ) {  
    if ( n == 0 ) return 1; //基本项  
    else return n * Factorial (n-1); //归纳项}
```

则三种遍历算法可写出:



先序遍历算法

```
Status PreOrderTraverse(BiTree T){  
    if(T==NULL) return OK; //空二叉树  
    else{  
        cout<<T->data; //访问根结点  
        PreOrderTraverse(T->lchild); //递归遍历左子树  
        PreOrderTraverse(T->rchild); //递归遍历右子树  
    }  
}
```

```

Status PreOrderTraverse(BiTree T){
    if(T==NULL) return OK; else{
        cout<<T->data;
        PreOrderTraverse(T->lchild);
        PreOrderTraverse(T->rchild); }
    }

```

先序序列: **ABDC**

左是空返回

左是空返回
右是空返回

左是空返回
右是空返回

主程序

Pre(T)

T → A

printf(A);
pre(T → L);
pre(T → R);

T → B

printf(B);
pre(T → L);
pre(T → R);

T → C

printf(C);
pre(T → L);
pre(T → R);

T → Λ

返回

T → D

printf(D);
pre(T → L);
pre(T → R);

T → Λ

返回

T → Λ

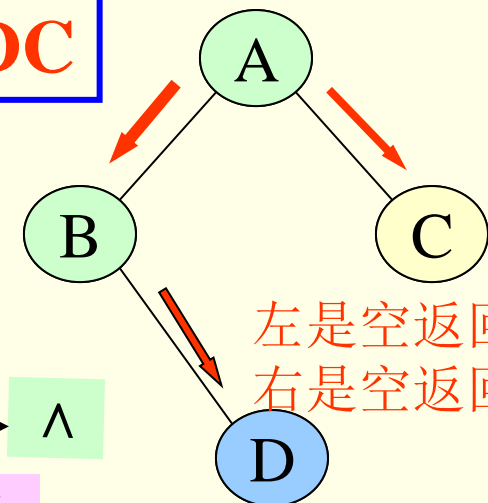
返回

T → Λ

返回

T → Λ

返回



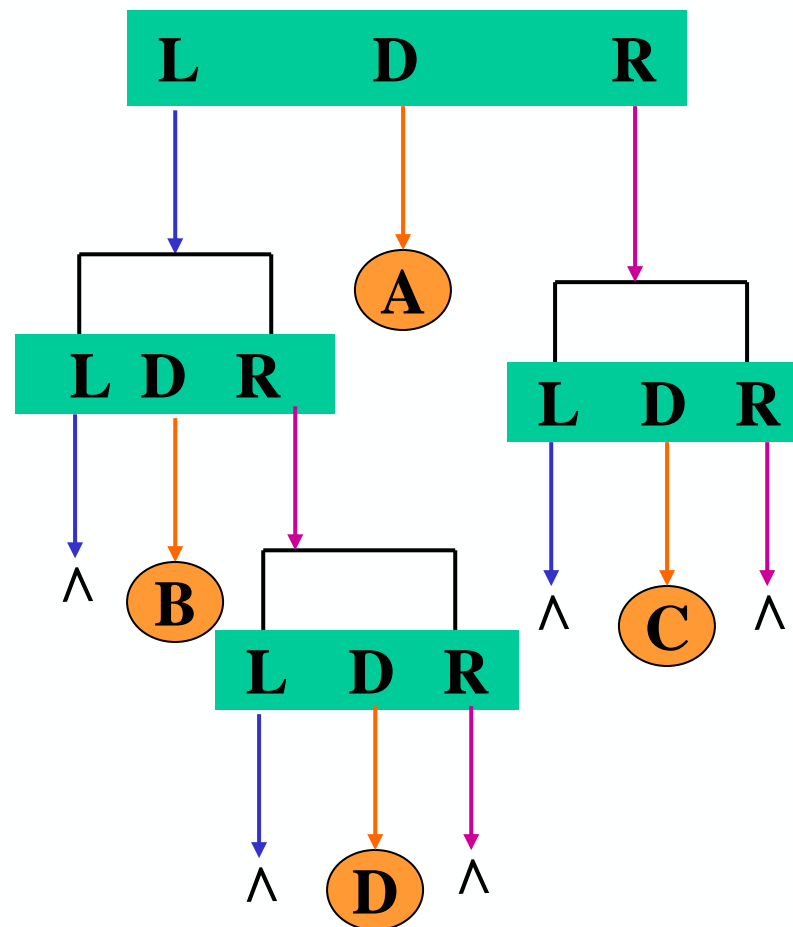
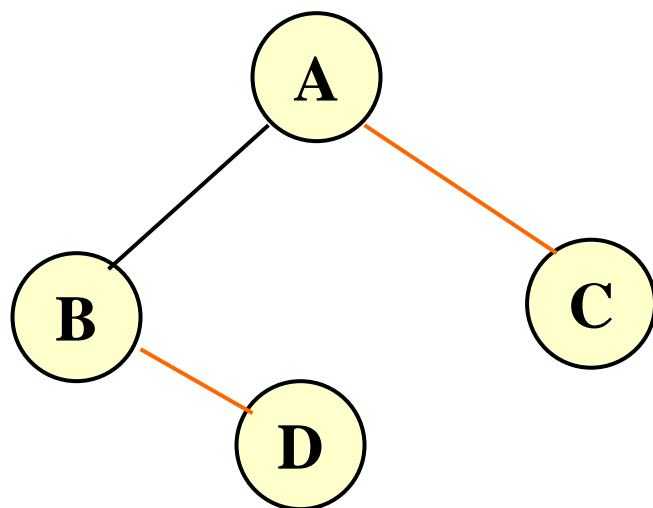
遍历的算法实现 - 中序遍历

若二叉树为空，则空操作
否则：

中序遍历左子树 (L)

访问根结点 (D)

中序遍历右子树 (R)



中序遍历序列：B D A C

中序遍历算法

```
Status InOrderTraverse(BiTree T){  
    if(T==NULL) return OK; //空二叉树  
    else{  
        InOrderTraverse(T->lchild); //递归遍历左子树  
        cout<<T->data; //访问根结点  
        InOrderTraverse(T->rchild); //递归遍历右子树  
    }  
}
```

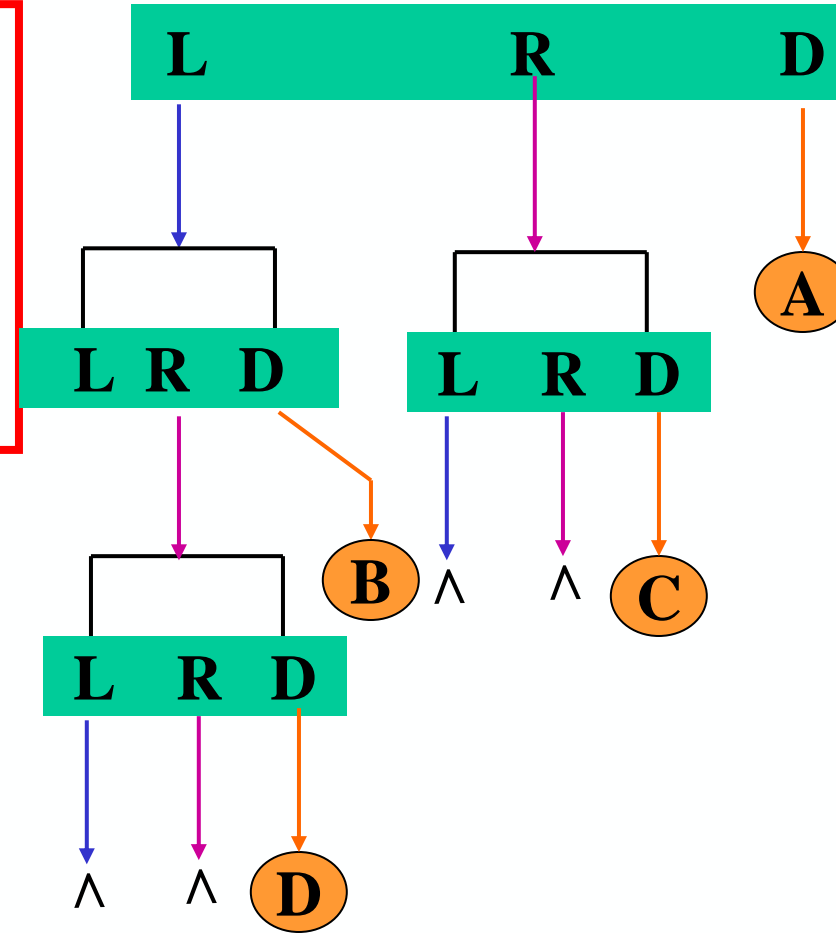
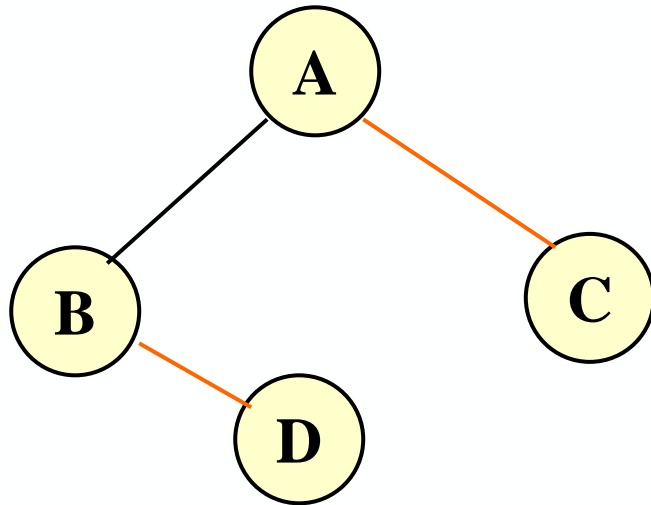
遍历的算法实现 - 后序遍历

若二叉树为空，则空操作
否则

后序遍历左子树 (L)

后序遍历右子树 (R)

访问根结点 (D)



后序遍历序列: **D B C A**

后序遍历算法

```
Status PostOrderTraverse(BiTree T){  
    if(T==NULL) return OK; //空二叉树  
    else{  
        PostOrderTraverse(T->lchild); //递归遍历左子树  
        PostOrderTraverse(T->rchild); //递归遍历右子树  
        cout<<T->data; //访问根结点  
    }  
}
```


遍历算法的分析

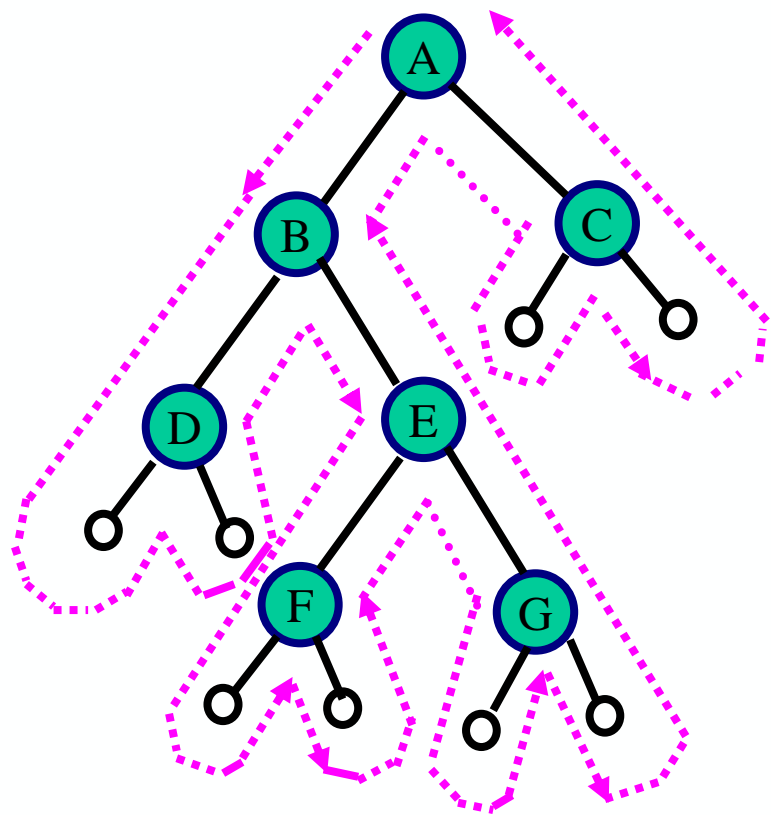
```
Status PreOrderTraverse(BiTree T){  
    if(T==NULL) return OK;  
    else{  
        cout<<T->data;  
        PreOrderTraverse(T->lchild);  
        PreOrderTraverse(T->rchild);  
    }  
}
```

```
Status InOrderTraverse(BiTree T){  
    if(T==NULL) return OK;  
    else{  
        InOrderTraverse(T->lchild);  
        cout<<T->data;  
        InOrderTraverse(T->rchild);  
    }  
}
```

```
Status PostOrderTraverse(BiTree T){  
    if(T==NULL) return OK;  
    else{  
        PostOrderTraverse(T->lchild);  
        PostOrderTraverse(T->rchild);  
        cout<<T->data;  
    }  
}
```

遍历算法的分析

如果去掉输出语句，从递归的角度看，三种算法是完全相同的，或说这三种算法的访问路径是相同的，只是访问结点的时机不同。

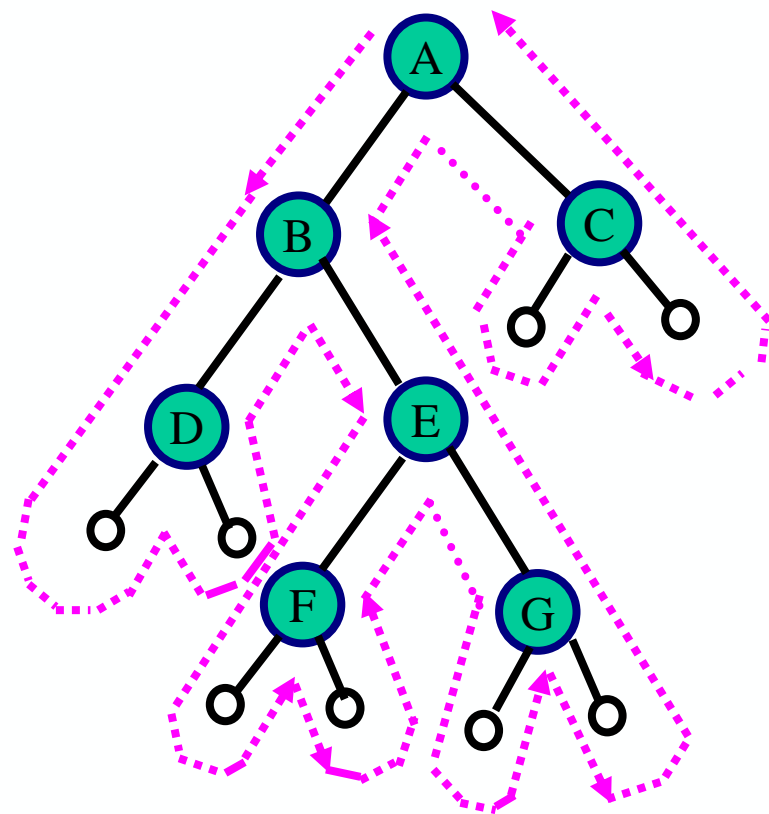


从虚线的出发点到终点的路径上，每个结点经过3次。

第1次经过时访问 = 先序遍历
第2次经过时访问 = 中序遍历
第3次经过时访问 = 后序遍历

遍历算法的分析

时间效率: $O(n)$ //每个结点只访问一次
空间效率: $O(n)$ //栈占用的最大辅助空间

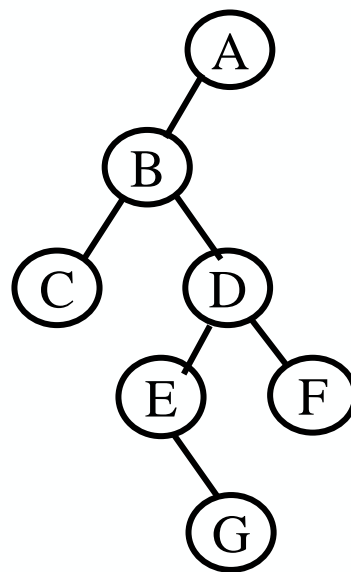
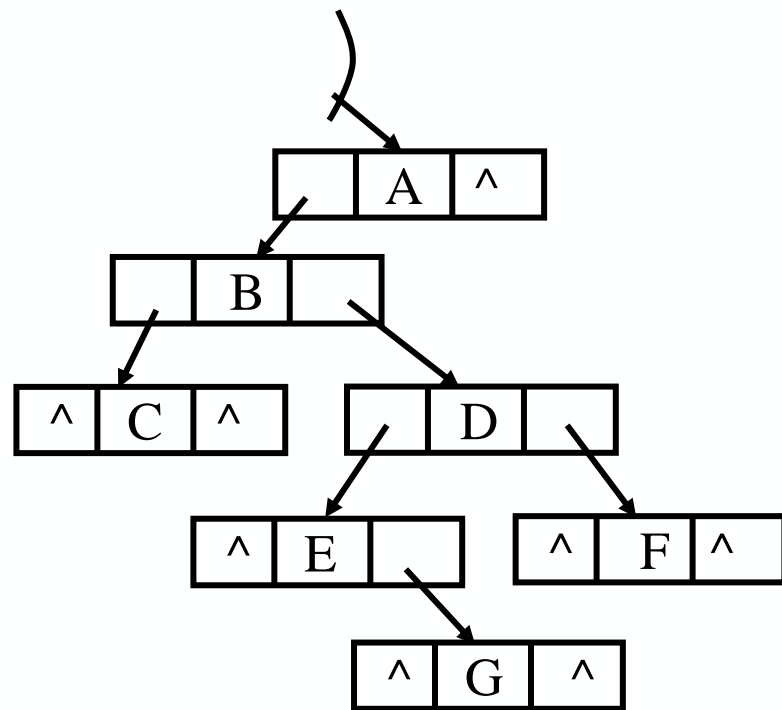


二叉树的建立 (算法5.3)

按先序遍历序列建立二叉树的二叉链表

例：已知先序序列为：

A B C Φ Φ D E Φ G Φ Φ F Φ Φ Φ (动态演示)



二叉树的建立 (算法5.3)

```
void CreateBiTree(BiTree &T) {  
    cin >> ch;  
    if (ch == '#') T = NULL;    //递归结束, 建空树  
    else{  
        T = new BiTNode;  T->data = ch;  
        //生成根结点  
        CreateBiTree(T->lchild); //递归创建左子树  
        CreateBiTree(T->rchild); //递归创建右子树  
    }  
}
```

二叉树遍历算法的应用

✓ 计算二叉树结点总数

- 如果是空树，则结点个数为0；
- 否则，结点个数为左子树的结点个数 + 右子树的结点个数再 + 1。

算法5.6

```
int NodeCount(BiTree T){  
    if(T == NULL ) return 0;  
    else return NodeCount(T-  
        >lchild)+NodeCount(T->rchild)+1;  
}
```

二叉树遍历算法的应用

✓ 计算二叉树叶子结点总数

- 如果是空树，则叶子结点个数为0;
- 否则，为左子树的叶子结点个数 + 右子树的叶子结点个数。
- ? ? ?

```
int LeafCount(BiTree T){  
    if(T==NULL)        //如果是空树返回0  
        return 0;  
    if (T->lchild == NULL && T->rchild == NULL)  
        return 1; //如果是叶子结点返回1  
    else return LeafCount(T->lchild) + LeafCount(T->rchild);  
}
```

二叉树遍历算法的应用

✓ 计算二叉树深度

- 如果是空树，则深度为0；
- 否则，递归计算左子树的深度记为 m ，递归计算右子树的深度记为 n ，二叉树的深度则为 m 与 n 的较大者加1。

重要结论

若二叉树中各结点的值均不相同，则：
由二叉树的前序序列和中序序列，或由其后序序列和中序序列均**能唯一**地确定一棵二叉树，
但由前序序列和后序序列却**不一定能唯一**地确定一棵二叉树。

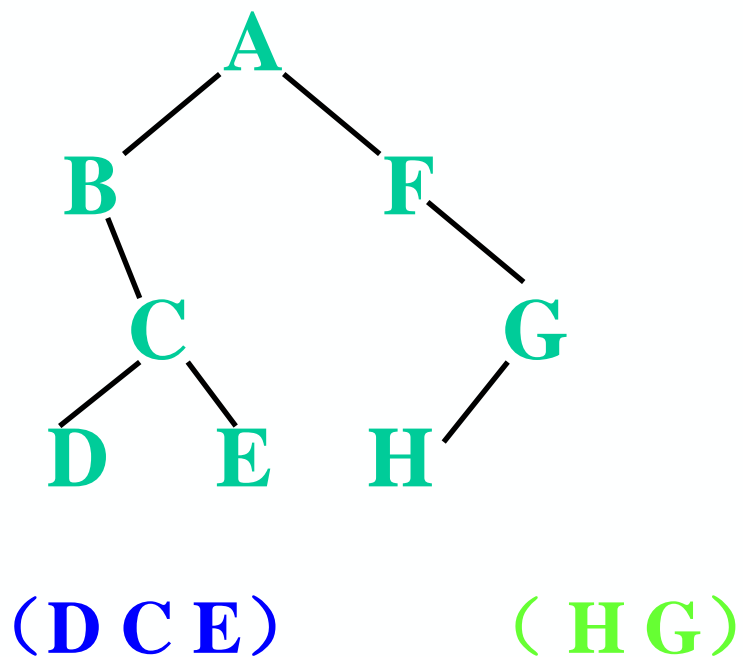
练习

已知一棵二叉树的**中序序列**和**后序序列**分别是 **BDCEAFHG** 和 **DECBHGFA**，请画出这棵二叉树。

- ①由后序遍历特征，根结点必在后序序列尾部 (**A**)；
- ②由中序遍历特征，根结点必在中间，而且其左部必全部是左子树子孙 (**BDCE**)，其右部必全部是右子树子孙 (**FHG**)；
- ③继而，根据后序中的DECB子树可确定B为A的左孩子，根据HGF子串可确定F为A的右孩子；以此类推。

中序遍历: B D C E A F H G

后序遍历: D E C B H G F A



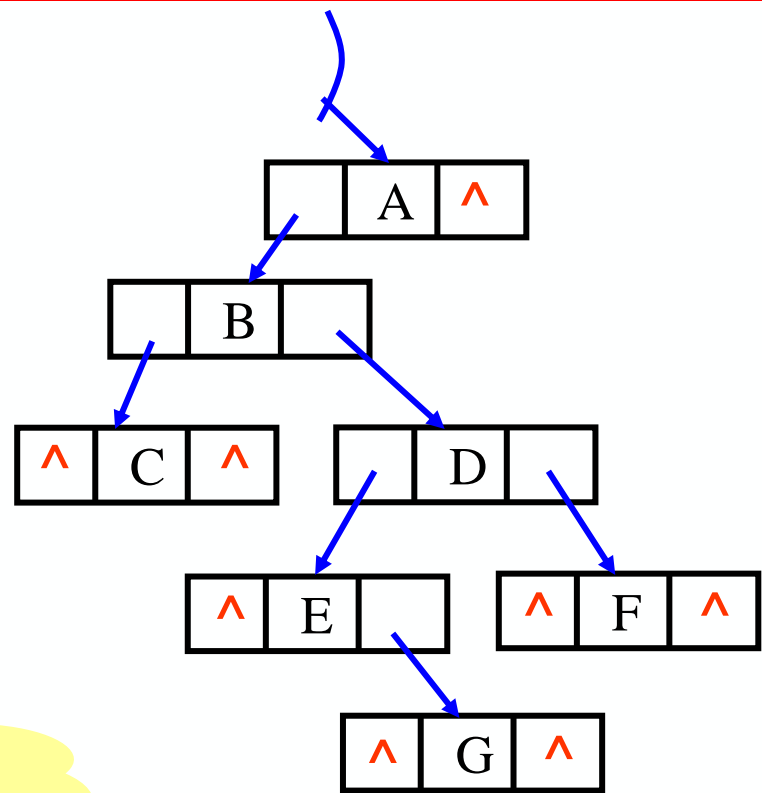
思考

在 n 个结点的二叉链表中，有 $n+1$ 个空指针域

二叉链表空间效率这么低，能否利用这些空闲区存放有用的信息或线索？

——可以用它来存放当前结点的直接前驱和后继等线索，以加快查找速度。

线索化二叉树



线索化二叉树

普通二叉树只能找到结点的左右孩子信息，而该结点的直接前驱和直接后继只能在遍历过程中获得
若将遍历后对应的有关前驱和后继预存起来，则从**第一个结点**开始就能很快“顺藤摸瓜”而遍历整棵树

可能是根、或最左（右）叶子

例如中序遍历结果：B D C E A F H G，实际上已将二叉树转为线性排列，显然具有唯一前驱和唯一后继！

线索化二叉树

如何保存这类信息？

两种解决方法 { 增加两个域：fwd和bwd;
利用空链域 ($n+1$ 个空链域)

线索化二叉树

- 1) 若结点有左子树，则lchild指向其左孩子；
否则， lchild指向其直接前驱(即线索)；
- 2) 若结点有右子树，则rchild指向其右孩子；
否则， rchild指向其直接后继(即线索)。

为了避免混淆，增加两个标志域

lchild	LTag	data	RTag	rchild
--------	------	------	------	--------

线索化二叉树

lchild	LTag	data	RTag	rchild
--------	------	------	------	--------

LTag :若 LTag=0, lchild域指向左孩子;
若 LTag=1, lchild域指向其前驱。

RTag :若 RTag=0, rchild域指向右孩子;
若 RTag=1, rchild域指向其后继。

先序线索二叉树

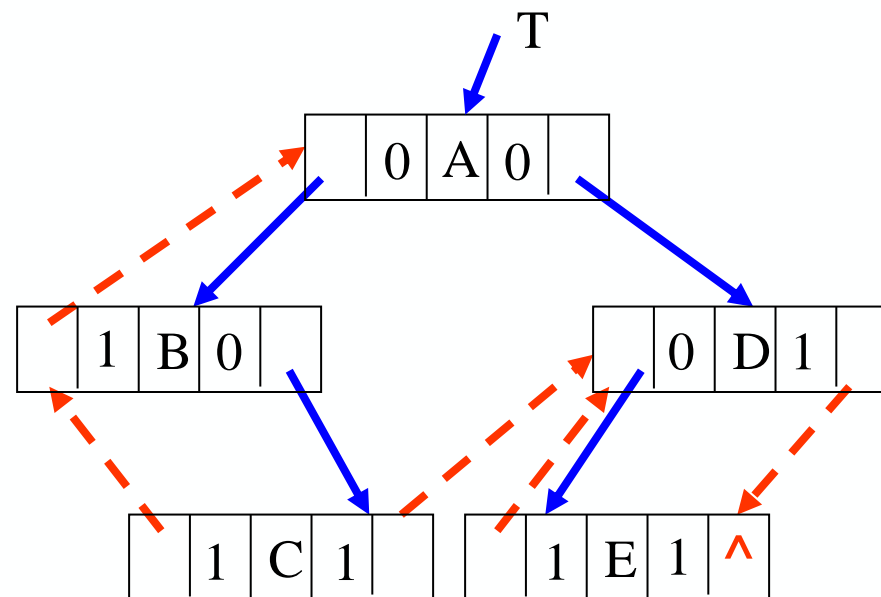
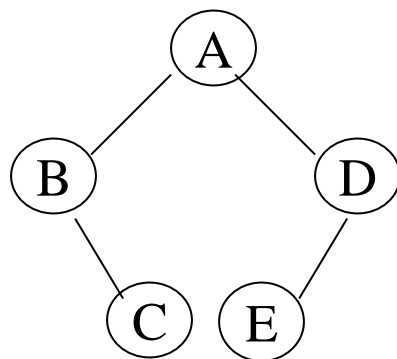
LTag=0, lchild域指向左孩子

LTag=1, lchild域指向其前驱

RTag=0, rchild域指向右孩子

RTag=1, rchild域指向其后继

lchild	LTag	data	RTag	rchild
--------	------	------	------	--------



先序序列：ABCDE