院/系＿＿＿＿ 年级＿＿＿＿ 专业＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿

答题勿超装订线 ------装------订------线------

安徽大学 2019—2020 学年第二学期

高等数学 A 二卷（一）

（闭卷　时间 120 分钟）

考场登记表序号＿＿＿＿＿＿

题　号	一	二	三	四	五	总 分
得　分						
阅卷人						

得 分	

一、填空题（每空 2 分，共 10 分）

1．设向量 $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$，则垂直于 $\vec{a}$ 且同时垂直于 y 轴的单位向量是＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿.

2．设 $u=x^{\frac{y}{z}}$，则 $\dfrac{\partial u}{\partial z}=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿.

3．$I=\int_0^1 dx\int_{x^2}^1 \dfrac{xy}{\sqrt{1+y^3}}dy=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿.

4．设 L 是包含坐标原点在内的任意光滑正向封闭曲线，则 $\oint_L \dfrac{xdy-ydx}{x^2+y^2}=$＿＿＿＿＿＿.

5．将函数 $f(x)=\dfrac{\pi-x}{2}\ (0\le x\le \pi)$ 展开成余弦函数，其系数 $a_n(n=0,1,2\cdots)=$＿＿＿＿＿＿.

二、选择题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

6．方程 $xy'=\sqrt{x^2+y^2}$ 是（　）.

(A)　齐次方程；　　　　　(B)一阶线性方程；

(C)伯努利（Bernoulli）方程；　(D)可分离变量方程.

7.二元函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^5+xy}{x^4+y^4}, x^4+y^4\neq 0\\ 0, x^4+y^4=0\end{cases}$，$f_x(0,0)=$（　）.

(A)0；　　(B)不存在，但不是无穷；　　(C) 1；　　(D) 无穷.

8. 设 L 为 $x=x_0, 0\le y\le \dfrac{3}{2}$. 则 $\int_L 4ds$ 的值为（　）.

(A) $4x_0$；　　(B) 6；　　(C) $6x_0$；　　(D) 4.

9. 向量场 $\vec{a}=(x^2y+y^3)\vec{i}+(x^3-xy^2)\vec{j}$ 的散度为（　）.

(A) 0；　　(B) 2；　　(C) 2xy；　　(D) $2x^2-4y^2$.

10. 级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n^p}$ 条件收敛，则 p 的取值范围（　）.

(A) $p>1$；　　(B) $p\ge 1$；　　(C) $0<p<1$；　　(D) $0<p\le 1$.

三、计算题（每小题 9 分，共 54 分）

得 分	

11. 求方程 $\dfrac{dy}{dx}-\dfrac{2y}{x+1}=(x+1)^{\frac{5}{2}}$ 的通解.

12. 求过直线 $L:\begin{cases}2x-y-2z+1=0\\ x+y+4z-2=0\end{cases}$，且与 y 轴和 z 轴有相同的非零截距的平面方程.

13. 计算三重积分 $\iiint\limits_V (x+z)dV$, 其中 V 是由曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 及 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 所围成的闭区域.

14. 求常数 λ，使 $I=\int_{(x_0,y_0)}^{(x,y)} xy^{\lambda}\,dx + x^{\lambda}y\,dy$ 与路径无关，并求 I 的值.

15. 计算第二类曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} xyzdxdy$，其中 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=1\ (x\ge 0, y\ge 0)$ 的外侧.

16. 利用幂级数求数项级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2^n}\frac{2n+1}{n!}$ 的和.

院/系________ 年级________ 专业________ 姓名________ 学号________

答题勿超装订线

装 订 线

四、应用题 （每小题 10 分，共 20 分）

17. 某工厂生产两种产品 A 与 B，出售单价分别为 10 元与 9 元，生产 x 单位的产品 A 与生产 y 单位的产品 B 的总费用是 $400+2x+3y+0.01\left(3x^2+xy+3y^2\right)$. 求取得最大利润时，两种产品的产量各为多少？

18. 密度均匀的平面薄片，由曲线 $y=x^2, x=0, y=t, \left(x, t>0, t\text{可变}\right)$所围成，求该可变面积的平面薄片的重心轨迹.

五、证明题（每小题 6 分共 6 分）

得 分	

19. 若 $\lim\limits_{n\to\infty} na_n=0$，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛的充分必要条件是 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(n+1)\left(a_{n+1}-a_n\right)$ 收敛.