第十五章 磁场中的磁介质

15—1 磁介质及其磁化

15—2 磁介质中的高斯定理和安培环路定理

15－1 磁介质及其磁化

一、 磁介质(magnetic medium)及其分类

磁介质：在磁场作用下，其内部状态发生变化，并反过来影响磁场分布的物质。

磁化:磁介质在磁场作用下内部状态的变化称为磁化。

电介质 $\xrightarrow{\text{外场}\ \vec{E}_0}$ 被极化 $\xrightarrow{\text{极化电荷}}$ 附加电场 削弱外场

磁介质 $\xrightarrow{\text{外场}\ \vec{B}_0}$ 被磁化 $\xrightarrow{\text{磁化电流}}$ 附加磁场 ？

设外场磁感应强度 $\vec{B}_0$，介质磁化后附加磁场 $\vec{B}'$

磁介质中总磁感应强度：$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$

当磁场中充满均匀各向同性磁介质时 $\vec{B}=\mu_r\vec{B}_0$

相对磁导率：$\mu_{\mathrm{r}}=\dfrac{B}{B_0}$

真空螺线管的磁场：$B_0=\mu_0 nI$

介质螺线管的磁场：$B=\mu_{\mathrm{r}}B_0=\mu_0\mu_{\mathrm{r}}nI$

磁导率(permeability)：$\mu=\mu_0\mu_{\mathrm{r}}$

磁介质分类

弱磁性介质

顺磁质(paramagnet)：$\mu_{\mathrm{r}}>1$, $B>B_0$, B'与B_0同向

（锰、铬、铂、氧、氮等）

抗磁质(diamagnetic material)：$\mu_{\mathrm{r}}<1$,$B<B_0$,B'与B_0反向

（铜、铋、硫、氢、银等）

强磁性介质

铁磁质(ferromagnetics)：$\mu_{\mathrm{r}}>>1$, $B>>B_0$, B'与B_0同向

（铁、钴、镍等）

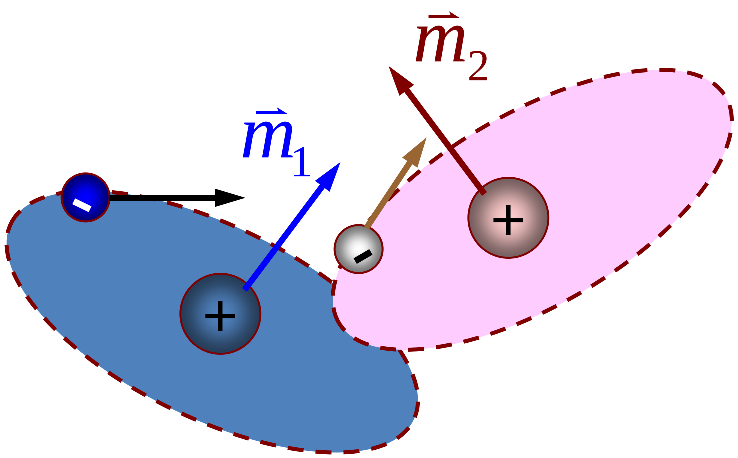
超导材料 $\mu_{\mathrm{r}}=0$ $B=0$ 完全抗磁性

二、分子磁矩 分子附加磁矩*

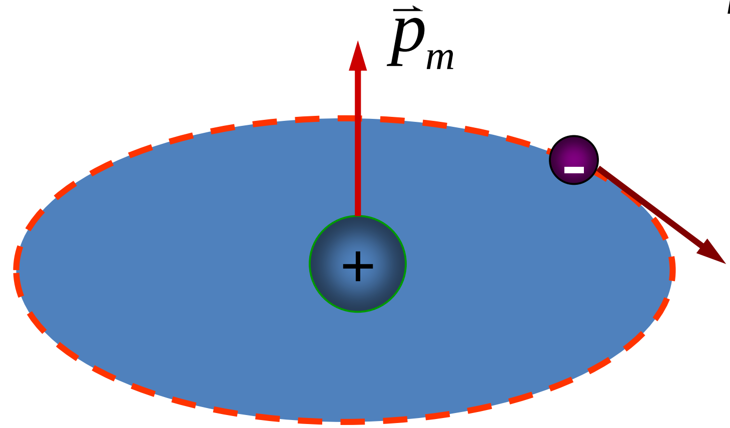
分子电流：把分子或原子看作一个整体，分子或原子中各个电子对外界所产生磁效应的总和，可用一个等效的圆电流表示，统称为分子电流。

分子磁矩:分子电流的磁矩称为“分子磁矩”，表示为

$$\vec{p}_m = \sum_i \vec{m}_i$$

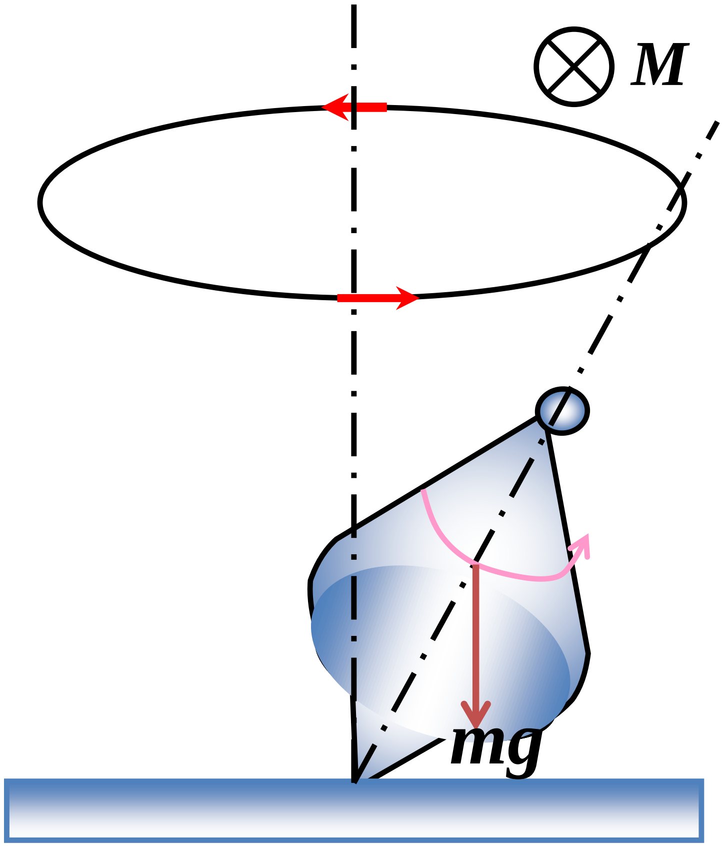


原子磁矩



分子磁矩

电子的进动：在外磁场 $\vec{B}_0$的作用下，分子或原子中和每个电子相联系的磁矩都受到磁力矩的作用，由于分子或原子中的电子以一定的角动量作高速转动，这时，每个电子除了保持环绕原子核的运动和电子本身的自旋以外，还要附加电子磁矩以外磁场方向为轴线的转动，称为电子的进动。

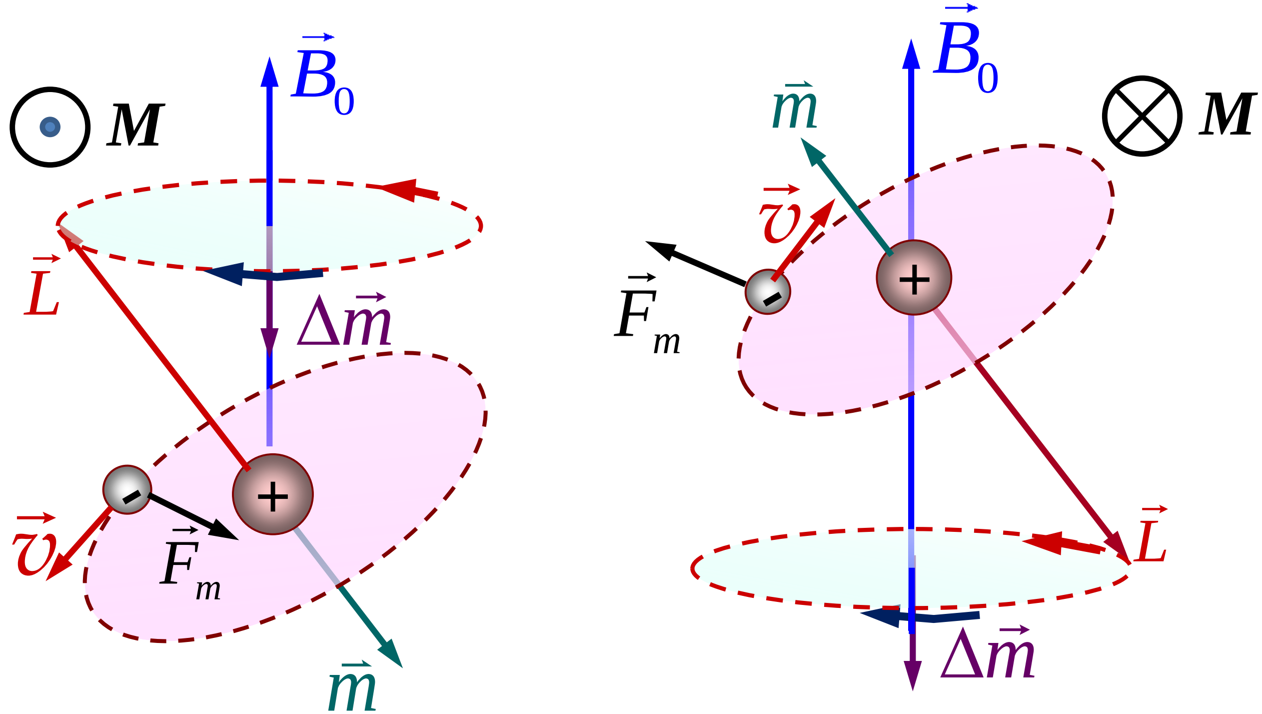


重力矩作用下

陀螺的进动

电子在外磁场中的进动产生的附加磁矩 $\Delta\vec{m}$

对于整个分子，附加磁矩 $\Delta\vec{P} = \sum \Delta\vec{m}$



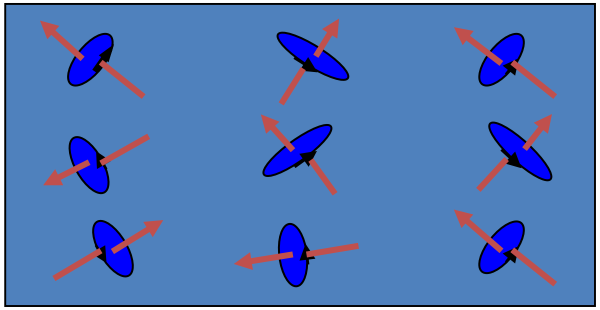
可以证明：不论电子原来的磁矩与磁场方向之间的夹角是何值，在外磁场 $\vec{B}_0$ 中，电子角动量 $\vec{L}$ 进动的转向总是外磁场方向构成右手螺旋关系。电子的进动等效成圆电流，因为电子带负电，所以这种等效圆电流的磁矩的方向永远与 $\vec{B}_0$ 的方向相反。

三、顺磁质和抗磁质的磁化*

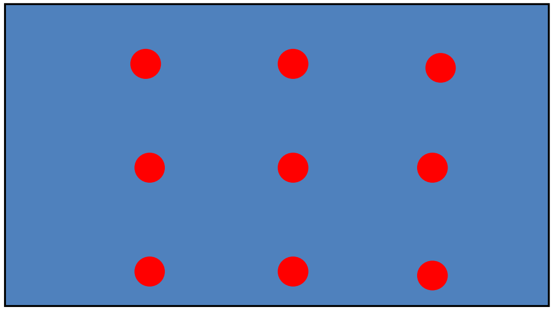
	电介质	磁介质
分子模型	电偶极子	分子电流 $\left\{\begin{array}{l}\text{分子中所有电子、原子核} \\ \text{固有磁矩的等效电流}\end{array}\right.$
分类	有极分子电介质 $\vec{p}_e \neq 0,\quad \sum \vec{p}_e = 0$ 无极分子电介质 $\vec{p}_e = 0,\quad \sum \vec{p}_e = 0$	顺磁质 $\vec{P}_m \neq 0$, $\sum \vec{P}_m = 0$ 抗磁质 $\vec{P}_m = 0$, $\sum \vec{P}_m = 0$

无外磁场：

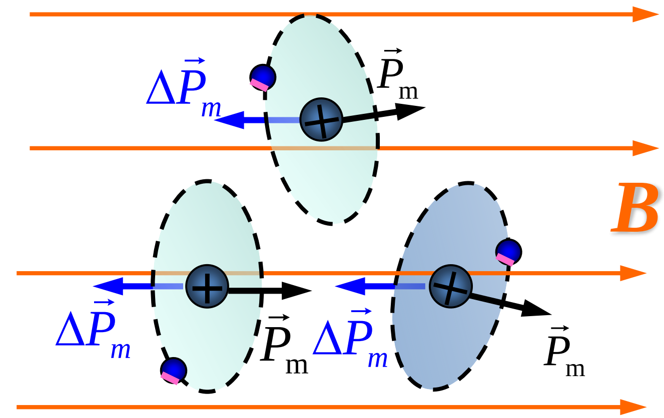
顺磁质



抗磁质



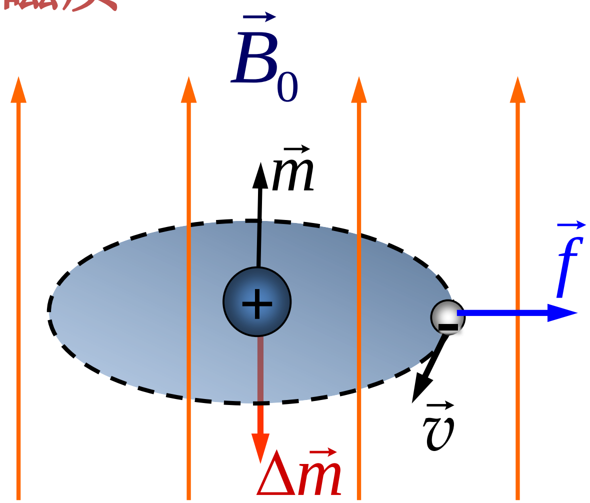
在外磁场中：

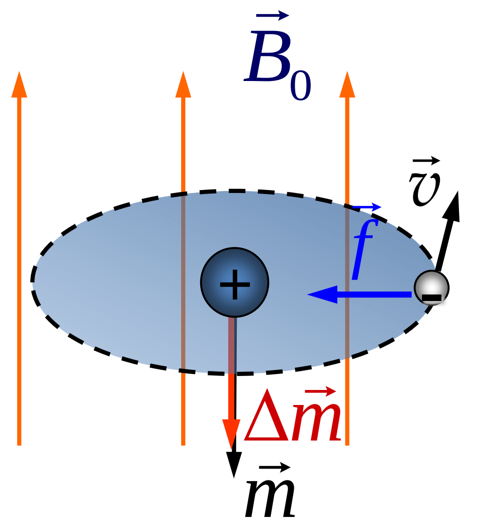


顺磁质 $\vec{M} = \vec{P}_{\mathrm{m}} \times \vec{B}$

磁矩转向外场方向 $\sum \vec{P}_{\mathrm{m}} \neq 0$

抗磁质





在外磁场中，每个运动电子都要产生与外磁场方向相反的附加磁矩 $\Delta\vec{m}$**，分子附加磁矩为** $\Delta\vec{P}_m = \sum \Delta\vec{m}$

四、磁化强度矢量与磁化电流

1、磁化强度(magnetization)：反映磁化程度强弱

定义：磁介质内某点处单位体积内分子磁矩的矢量和为该点的磁化强度矢量

$$\boxed{\vec{M} = \frac{\sum \vec{P}_{\mathrm{m}} + \sum \Delta\vec{P}_{\mathrm{m}}}{\Delta V}}$$

单位：安培/米 (A/m)

顺磁质： $\sum \vec{P}_{\mathrm{m}} >> \sum \Delta\vec{P}_{\mathrm{m}}$， $\vec{M} = \dfrac{\sum \vec{P}_{\mathrm{m}}}{\Delta V}$ 方向与 $\vec{B}_0$ 同向

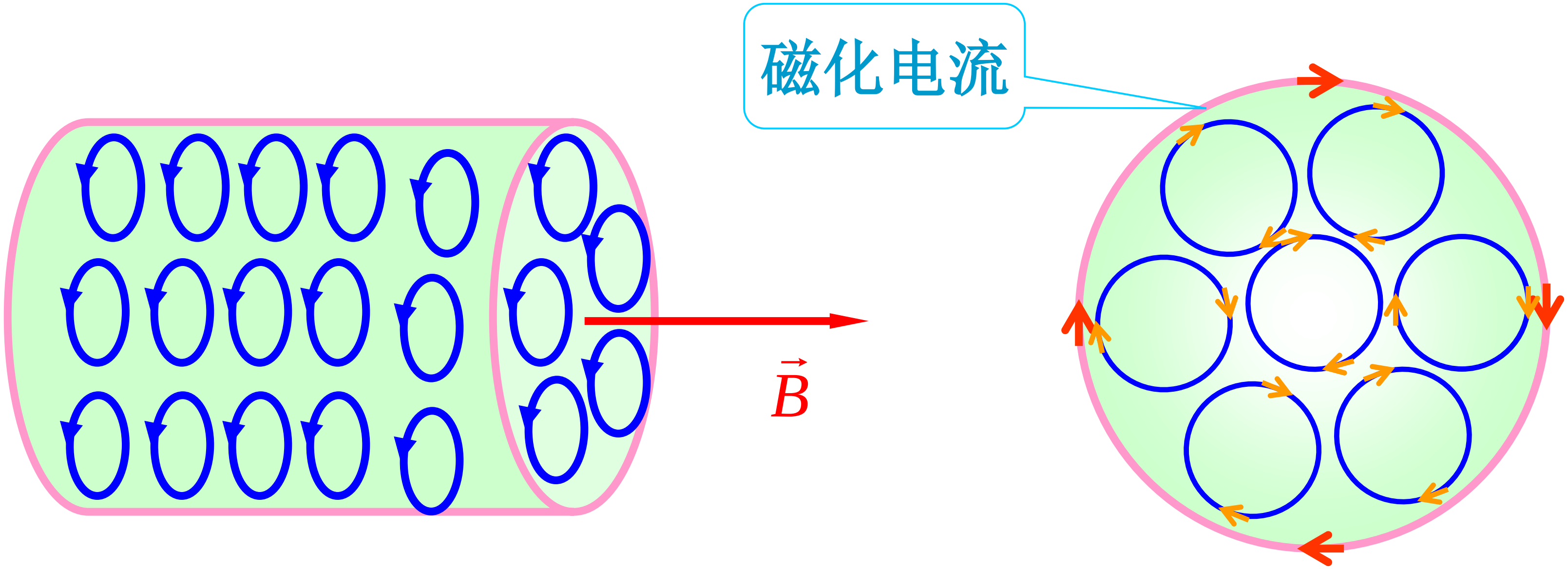
即：分子固有磁矩取向磁化是顺磁质磁化的主要原因

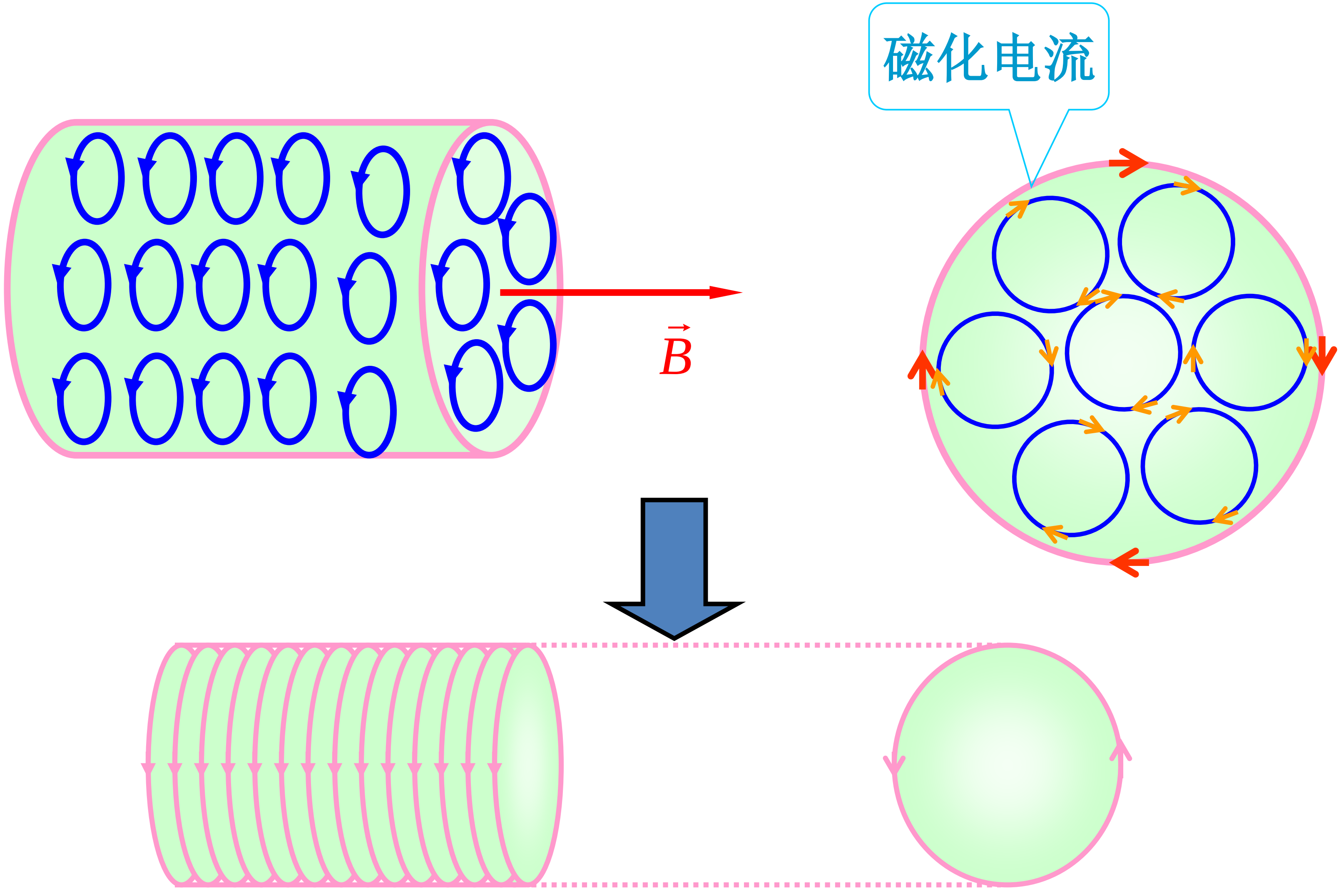
抗磁质： $\sum \vec{P}_{\mathrm{m}} = 0$， $\vec{M} = \dfrac{\sum \Delta\vec{P}_{\mathrm{m}}}{\Delta V}$ 方向与 $\vec{B}_0$ 反向

即：分子附加磁矩是抗磁质的磁化的唯一原因

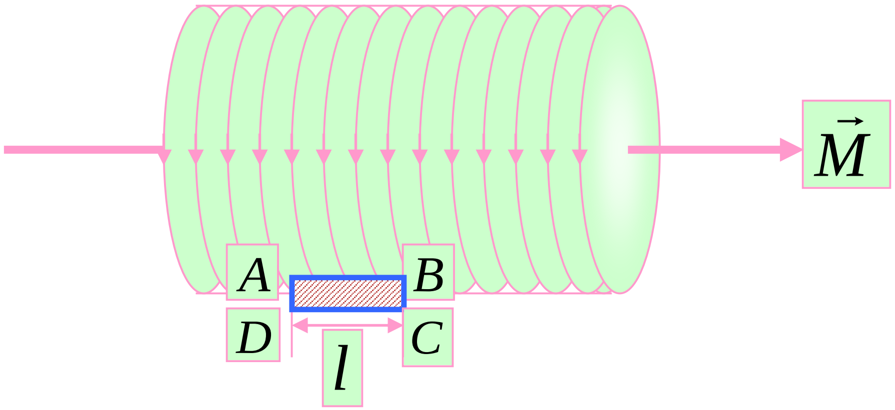
2、磁化电流(magnetization current)

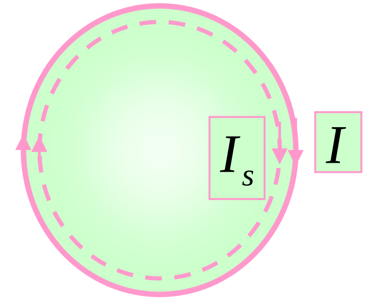
对于各向同性的均匀介质，在匀强磁场中被磁化后，各分子电流平面转到与磁场的方向垂直。介质内部任一点总有两个方向相反的分子电流通过，各分子电流相互抵消，而在介质表面，各分子电流相互叠加，在磁化圆柱的表面出现一层电流，好像一个载流螺线管，称为磁化面电流（或安培表面电流）。





磁化电流与传导电流的区别：**磁化电流是分子内电荷运动一段段接合而成，不同于传导电流的电荷定向运动，又称**束缚电流，**其磁效应与传导电流相当，但不产生热效应。**



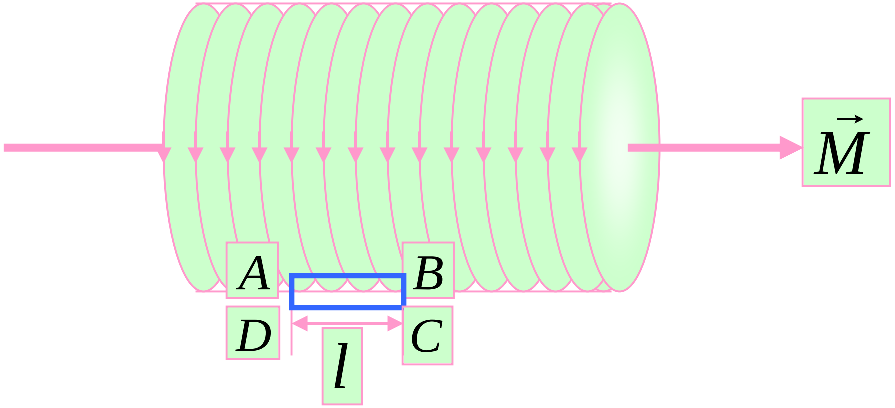


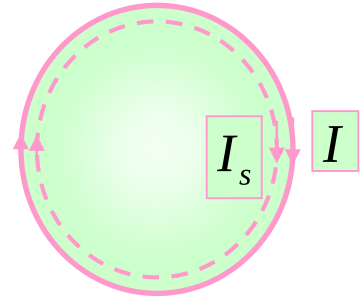
设介质表面沿轴线方向单位长度上的磁化电流为 j_s（面磁化电流线密度），则长为l 的一段介质上的磁化电流强度I_S为

$$I_s = j_s l$$

总磁矩 $\sum \vec{p}_{分子} = I_s \cdot S = j_s S l$

$$M = \frac{\left|\sum \vec{p}_{分子}\right|}{\Delta V} = \frac{j_s S l}{S l} = j_s$$





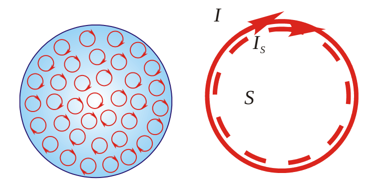
取一长方形闭合回路***ABCD***，***AB***边在磁介质内部，平行与柱体轴线，长度为***l***，而***BC***、***AD***两边则垂直于柱面。柱外各点 $\vec{M}$ 等于零，内部则平行于***AB***边，$\vec{M}$ 对整个回路的线积分

$$\oint \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_A^B \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = M \cdot \overline{AB} = Ml$$

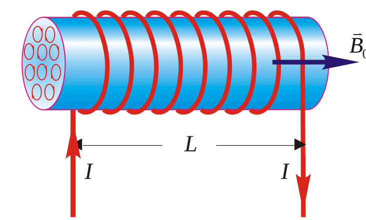
$$\because M = j_s \qquad \boxed{\therefore \oint \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = j_s l = I_s}$$

磁化强度对闭合回路的线积分等于通过回路所包围的面积内的**总磁化电流**。

15－2 磁介质中的高斯定理和安培环路定理

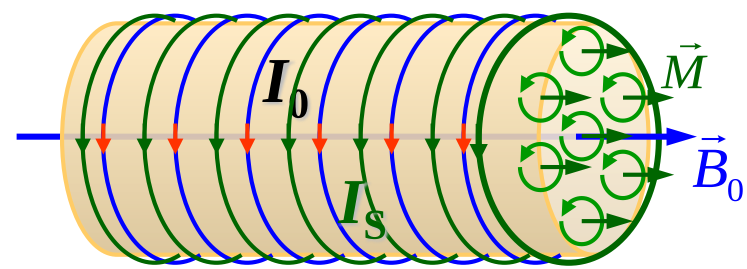


一、有磁介质时的高斯定理



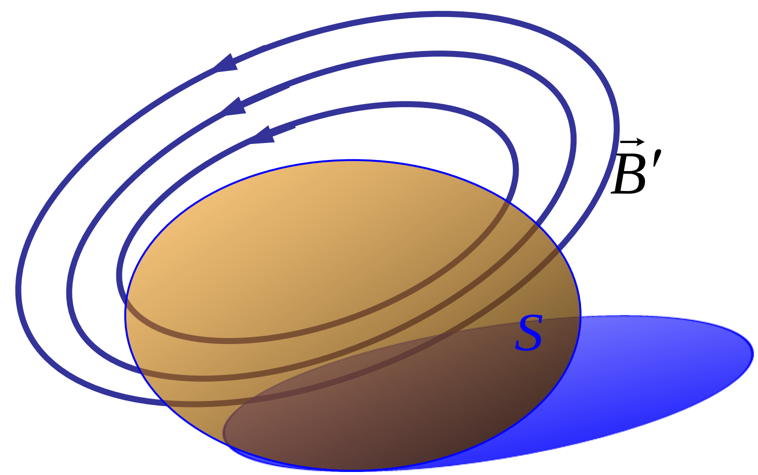
磁介质中磁场： $\vec{B}=\vec{B}_0+\vec{B}'$

由磁化电流产生的微观机理可知：磁化电流与传导电流在产生磁场方面等效



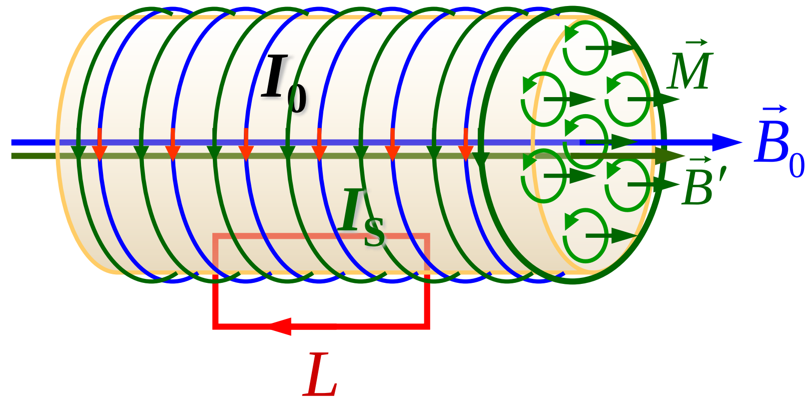
磁化电流线是一系列闭合曲线

$$\boxed{\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\,\vec{S}=0}$$



二、有磁介质时的安培环路定理

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum (I_0 + I_s)$$
$$= \mu_0 \left(\sum I_0 + \oint_L \vec{M}\cdot d\vec{l}\right)$$



$$\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}\right)\cdot d\vec{l} = \sum I_0$$

定义磁场强度(magnetic field intensity)：

$$\boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}}$$

单位：A·m^{-1}

磁介质中安培环路定理:

$$\boxed{\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum I_0}$$

磁场强度沿任一闭合回路的环流，等于闭合回路所包围的传导电流的代数和，而在形式上与磁介质中的磁化电流无关。

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum_{(L内)} I_0$$ 介质中的安培环路定理

只与穿过 L 的传导电流代数和有关

对各向同性磁介质： $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$

χ_m —— 磁化率

由 $\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \mu_0(\vec{H} + \vec{M})\\ &= \mu_0(1+\chi_m)\vec{H}\\ &= \mu_0\mu_r\vec{H}\\ &= \mu\vec{H}\end{aligned}$$

$$\mu_r = 1 + \chi_m$$

介质相对磁导率

$$\mu = \mu_0\mu_r$$

介质磁导率

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum I_0 \qquad \vec{B} = \mu \vec{H}$$

注：(1) $\vec{H}$ 的环流只与传导电流有关，与磁化电流无关

(2) $\vec{H}$ 与 $\vec{D}$ 一样是辅助量，描述电磁场

$$\vec{E} = \vec{D}/\varepsilon \qquad \vec{B} = \mu \vec{H}$$

(3) 在真空中： $\vec{M} = \mathbf{0}$ $\mu_r = \mathbf{1}$ $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$

利用介质中高斯定理求磁场的一般步骤：

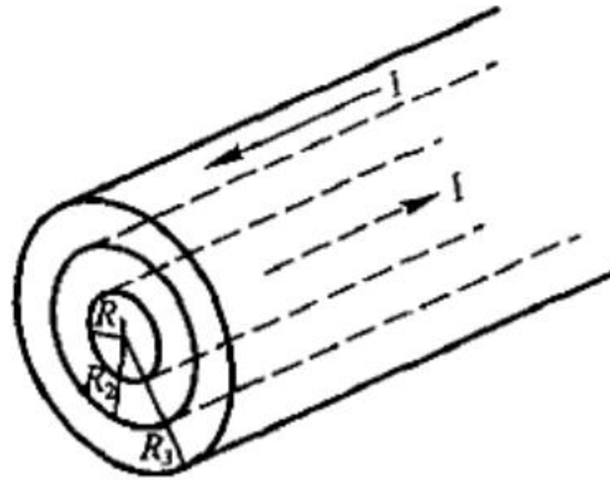
(1) 在对称性分析基础上选取适当环路L

(2) 由 $\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum I_0$ 求磁场强度H分布

(3) 由 $\vec{B} = \mu \vec{H}$ 求磁感应强度B分布

(4) 由 $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ 、 $|\vec{M}| = j_s$ 求磁化电流

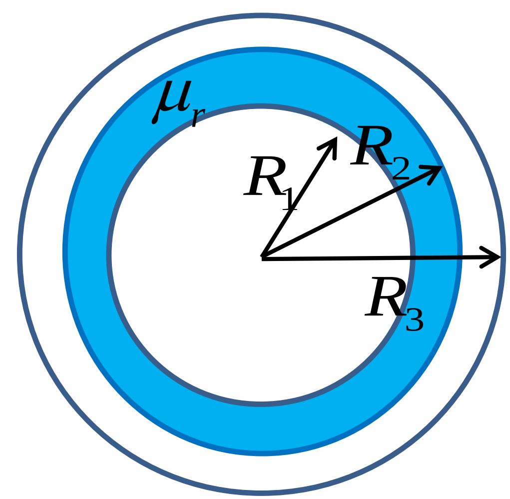
例题1：一电缆由半径为R_1的长直导线和套在外面的内外半径分别为R_2和R_3的同轴导体圆筒组成，其间充满相对磁导率为μ_r的各向同性非铁磁质。电流*I*由半径R_1的中心导体流入纸面，由外面圆筒流出纸面。求磁场分布和紧贴中心导线的磁介质表面的磁化电流。



解：由于电流分布和磁介质分布具有轴对称性，可知磁场分布也具有轴对称性。***H***线和***B***线都在垂直轴线的平面内，并在以轴线上某点为圆心的同心圆上，选取距轴线距离***r***为半径的圆为安培环路***L***，取顺时针方向为绕行方向，应用磁介质中的安培环路定理，则有

$$r < R_1,\quad \oint_L \vec{H}_1 \bullet d\vec{l} = H_1 2\pi r = \frac{I}{\pi R_1^2}\pi r^2$$

$$H_1 = \frac{Ir}{2\pi R_1^2} \qquad B_1 = \mu_1 H_1 = \frac{\mu_0 Ir}{2\pi R_1^2}$$



$$R_1 < r < R_2, \qquad \oint_L \vec{H}_2 \bullet d\vec{l} = H_2 2\pi r = I$$

$$H_2 = \frac{I}{2\pi r} \qquad B_2 = \mu_2 H_2 = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r}$$

$$R_2 < r < R_3, \quad \oint_L \vec{H}_3 \bullet d\vec{l} = H_3 2\pi r = I - \frac{I(r^2 - R_2^2)}{(R_3^2 - R_2^2)}$$

$$H_3 = \frac{I}{2\pi r} \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2} \qquad B_3 = \mu_3 H_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}$$

$$r > R_3, \qquad \oint_L \vec{H}_4 \bullet d\vec{l} = H_4 2\pi r = 0$$

$$H_4 = 0 \quad B_4 = \mu_4 H_4 = 0$$

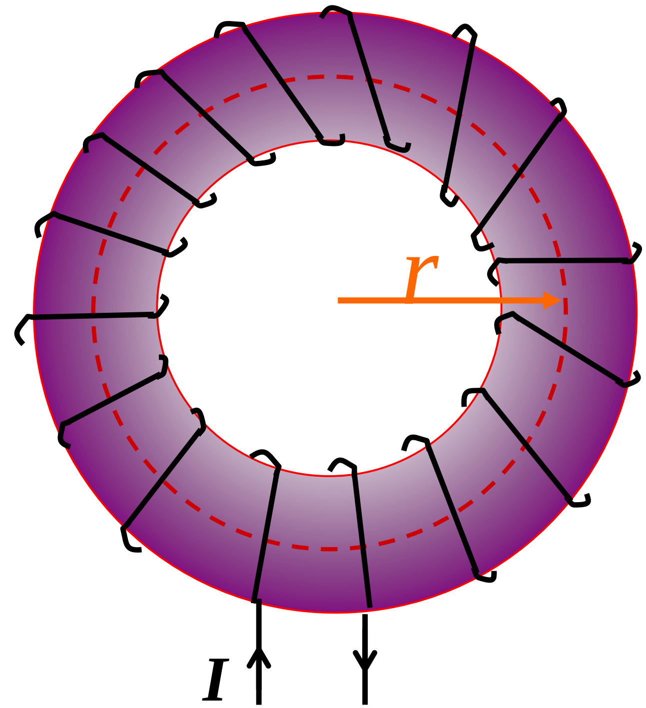
为了求解紧贴中心导线的磁介质表面的磁化电流，对 $R_1 < r < R_2$ 情况下应用安培环路定理进行求解，即

$$\oint_L \vec{B}_2 \cdot d\vec{l} = B_2 2\pi r = \mu_0 (I + I_S)$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 (I + I_S)}{2\pi r}$$

与前面的得到的 $B_2 = \dfrac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r}$ 进行比较，可得磁介质内表面上的磁化电流为 $I_S = (\mu_r - 1) I$

例题2：在磁导率 $\mu=5.0\times10^{-4}\mathrm{Wb{\bullet}A^{-1}{\bullet}m^{-1}}$ 的均匀磁介质圆环上，均匀密绕着线圈，单位长度为*n=1000*匝/*m*,导线中通有电流*I=2A*. 求: (1)磁场强度；(2)磁感应强度；(3)磁介质的磁化强度；(4)磁化电流密度



解：(1)密绕螺线环内有均匀磁介质，可由磁介质的安培环路定理求解。取以圆环中心为圆心，*r*为半径的圆为安培环路*L*,则由磁介质中安培环路定理可得

$$\oint_L \vec{H}\bullet d\vec{l} = H2\pi r = n2\pi rI$$

$$H = nI = 2\times10^3(\mathrm{A/m})$$

(2) $$B = \mu H = \mu nI = 1\mathrm{T}$$

(3) $$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \Rightarrow M = 7.9\times10^5(\mathrm{A/m})$$

(4) $$j_S = M = 7.9\times10^5(\mathrm{A/m})$$

本章作业：**15-9， 15-12**