

哈夫曼树的构造过程

- ✓ 根据给定的 n 个权值 $\{w_1, w_2, \dots, w_n\}$, 构造 **n 棵只有根结点的二叉树**。
- ✓ 在森林中选取两棵根结点**权值最小的树作左右子树**, 构造一棵新的二叉树, 置新二叉树根结点权值为其左右子树根结点权值之和。
- ✓ 在森林中**删除这两棵树**, 同时将新得到的二叉树加入森林中。
- ✓ 重复上述两步, **直到只含一棵树为止**, 这棵树即哈夫曼树。

哈夫曼树构造算法的实现（算法5.10）

一棵有n个叶子结点的Huffman树 **$2n-1$** 个结点

✓ 采用顺序存储结构——一维结构数组

✓ 结点类型定义

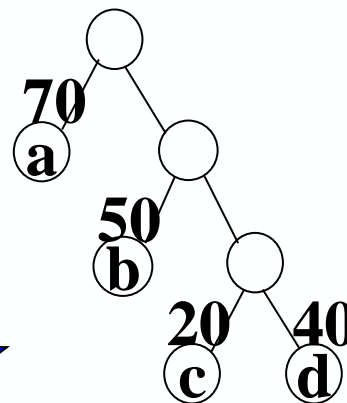
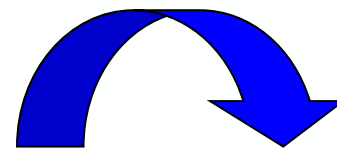
```
typedef struct  
{ int weght;  
  int parent,lch,rch;  
}*HuffmanTree;
```

哈夫曼树构造算法的实现

- 1) 初始化HT[1..2n-1]: lch=rch=parent=0
- 2) 输入初始n个叶子结点: 置HT[1..n]的weight值
- 3) 进行以下n-1次合并, 依次产生HT[i], i=n+1..2n-1:
 - 3.1) 在HT[1..i-1]中选两个未被选过的weight最小的两个结点HT[s1]和HT[s2] (从parent = 0 的结点中选)
 - 3.2) 修改HT[s1]和HT[s2]的parent值: parent=i
 - 3.3) 置HT[i]: weight=HT[s1].weight + HT[s2].weight ,
lch=s1, rch=s2

例: 设 $n=4$, $w=\{70, 50, 20, 40\}$
 试设计 huffman code ($m=2*4-1=7$)

	weight	parent	lch	rch
1	70	0	0	0
2	50	0	0	0
3	20	0	0	0
4	40	0	0	0
5				
6				
7				



	weight	parent	lch	rch
1	70	7	0	0
2	50	6	0	0
3	20	5	0	0
4	40	5	0	0
5	60	6	3	4
6	110	7	2	5
7	180	0	1	6

算法

```
void CreatHuffmanTree (HuffmanTree & HT,int n){
```

```
if(n<=1)return;
```

```
m=2*n-1;
```

```
HT=new HTNode[m+1];//0号单
```

```
for(i=1;i<=m;++i)
```

```
{HT[i].lch=0;HT[i].rch=0;HT[i].parent=0;
```

```
for(i=1;i<=n;++i)cin>>HT[i].weight;
```

例:设 $n=8$, $w=\{5,29,7,8,14,23,3,11\}$

试设计 huffman code ($m=2*8-1=15$)

	weight	parent	lch	rch
1	5	0	0	0
.	29	0	0	0
.	7	0	0	0
.	8	0	0	0
.	14	0	0	0
.	23	0	0	0
8	3	0	0	0
	11	0	0	0
9		0	0	0
.		0	0	0
.		0	0	0
15		0	0	0

```
for( i=n+1;i<=m;++i)    //构造 Huffman树
{ Select(HT,i-1, s1, s2);
    //在HT[k](1≤k≤i-1)中选择两个其双亲域为0,
    // 且权值最小的结点,
    // 并返回它们在HT中的序号s1和s2
    HT[s1].parent=i; HT[s2].parent=i;
    //表示从F中删除s1,s2
    HT[i].lch=s1; HT[i].rch=s2 ;
    //s1,s2分别作为i的左右孩子
    HT[i].weight=HT[s1].weight + HT[s2].weight;
    //i 的权值为左右孩子权值之和
}
}
```

构造Huffman tree后,HT为:

	weight	parent	lch	rch
1	5	9	0	0
	29	14	0	0
•	7	10	0	0
	8	10	0	0
•	14	12	0	0
	23	13	0	0
•	3	9	0	0
8	11	11	0	0
9	8	11	1	7
	15	12	3	4
•	19	13	8	9
	29	14	5	10
•	42	15	6	11
	58	15	2	12
15	100	0	13	14

```
void CreatHuffmanCode(HuffmanTree HT, HuffmanCode &HC, int n){  
    //从叶子到根逆向求每个字符的赫夫曼编码，存储在编码表HC中  
    HC=new char *[n+1];           //分配n个字符编码的头指针矢量  
    cd=new char [n];              //分配临时存放编码的动态数组空间  
    cd[n-1]='\0';                 //编码结束符  
    for(i=1; i<=n; ++i){         //逐个字符求赫夫曼编码  
        start=n-1; c=i; f=HT[i].parent;  
        while(f!=0){             //从叶子结点开始向上回溯，直到根结点  
            --start;              //回溯一次start向前指一个位置  
            if (HT[f].lch==c) cd[start]='\0'; //结点c是f的左孩子，则生成代码0  
            else cd[start]='\1';         //结点c是f的右孩子，则生成代码1  
            c=f; f=HT[f].parent;         //继续向上回溯  
        }                          //求出第i个字符的编码  
        HC[i]= new char [n-start];      // 为第i 个字符编码分配空间  
        strcpy(HC[i], &cd[start]);     //将求得的编码从临时空间cd复制到HC的当前行中  
    }  
    delete cd;                     //释放临时空间  
} // CreatHuffanCode
```


哈夫曼编码的几点结论

- 哈夫曼编码是**不等长编码**
- 哈夫曼编码是**前缀编码**，即任一字符的编码都不是另一字符编码的前缀
- 哈夫曼编码树中没有度为1的结点。若叶子结点的个数为 n ，则哈夫曼编码树的**结点总数为 $2n-1$**
- 发送过程：根据由**哈夫曼树得到的编码表**送出字符数据
- 接收过程：按**左0、右1**的规定，从根结点走到一个叶结点，完成一个字符的译码。反复此过程，直到接收数据结束

5.8 案例分析与实现



案例5.2：利用二叉树求解表达式的值

【案例实现】

- 假设运算符均为双目运算符，则表达式对应的表达式树中叶子结点均为操作数，分支结点均为运算符。
- 由于创建的表达式树需要准确的表达运算次序，因此在扫描表达式创建表达式树的过程中，当遇到运算符时不能直接创建结点，而应将其与前面的运算符进行优先级比较，根据比较的结果再进行处理。
- 借助一个运算符栈OPTR，来暂存已经扫描到的还未处理的运算符。
- 每两个操作数和一个运算符就可以建立一棵表达式二叉树，而该二叉树又可以作为另一个运算符结点的一棵子树。
- 另外借助一个表达式树栈EXPT，来暂存已建立好的表达式树的根结点，以便其作为另一个运算符结点的子树而被引用。

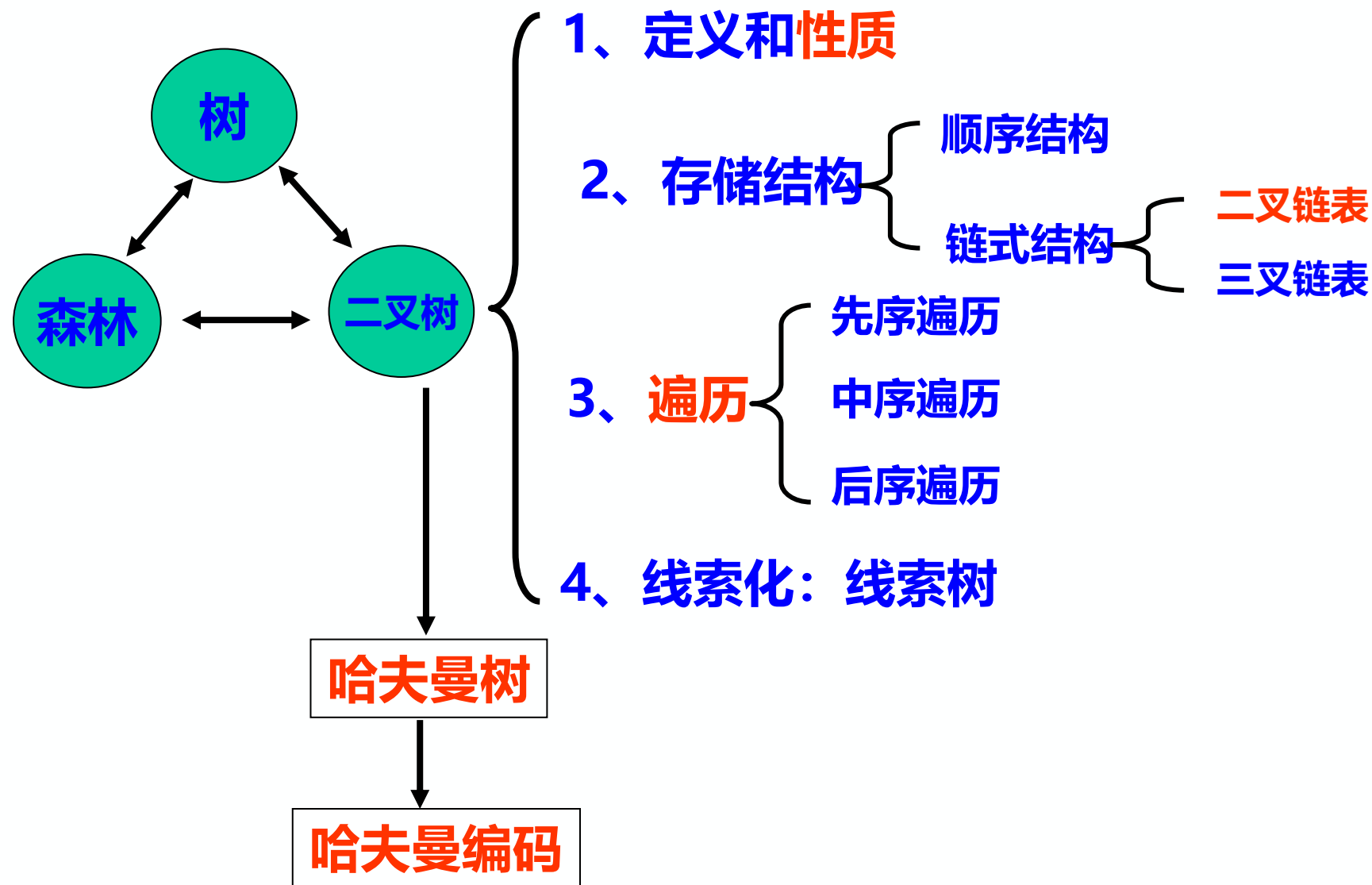
表达式树的创建---【算法步骤】

- ① 初始化OPTR栈和EXPT栈，将表达式起始符“#”压入OPTR栈。
- ② 扫描表达式，读入第一个字符ch，如果表达式没有扫描完毕至“#”或OPTR的栈顶元素不为“#”时，则循环执行以下操作：
 - 若ch不是运算符，则以ch为根创建一棵只有根结点的二叉树，且将该树根结点压入EXPT栈，读入下一字符ch；
 - 若ch是运算符，则根据OPTR的栈顶元素和ch的优先级比较结果，做不同的处理：
 - 若是小于，则ch压入OPTR栈，读入下一字符ch；
 - 若是大于，则弹出OPTR栈顶的运算符，从EXPT栈弹出两个表达式子树的根结点，以该运算符为根结点，以EXPT栈中弹出的第二个子树作为左子树，以EXPT栈中弹出的第一个子树作为右子树，创建一棵新二叉树，并将该树根结点压入EXPT栈；
 - 若是等于，则OPTR的栈顶元素是“(”且ch是“)”，这时弹出OPTR栈顶的“(”，相当于括号匹配成功，然后读入下一字符ch。

表达式树的求值---【算法步骤】

- ① 设变量lvalue和rvalue分别用以记录表达式树中左子树和右子树的值，初始均为0。
- ② 如果当前结点为叶子（结点为操作数），则返回该结点的数值，否则（结点为运算符）执行以下操作：
 - 递归计算左子树的值记为lvalue;
 - 递归计算右子树的值记为rvalue;
 - 根据当前结点运算符的类型，将lvalue和rvalue进行相应运算并返回。

小结



1. 掌握二叉树的基本概念、**性质**和存储结构
2. 熟练掌握二叉树的**前、中、后序遍历方法**
3. 了解**线索化**二叉树的思想
4. 熟练掌握：**哈夫曼树**的实现方法、构造**哈夫曼编码**的方法
5. 了解：森林与二叉树的转换，树的遍历方法