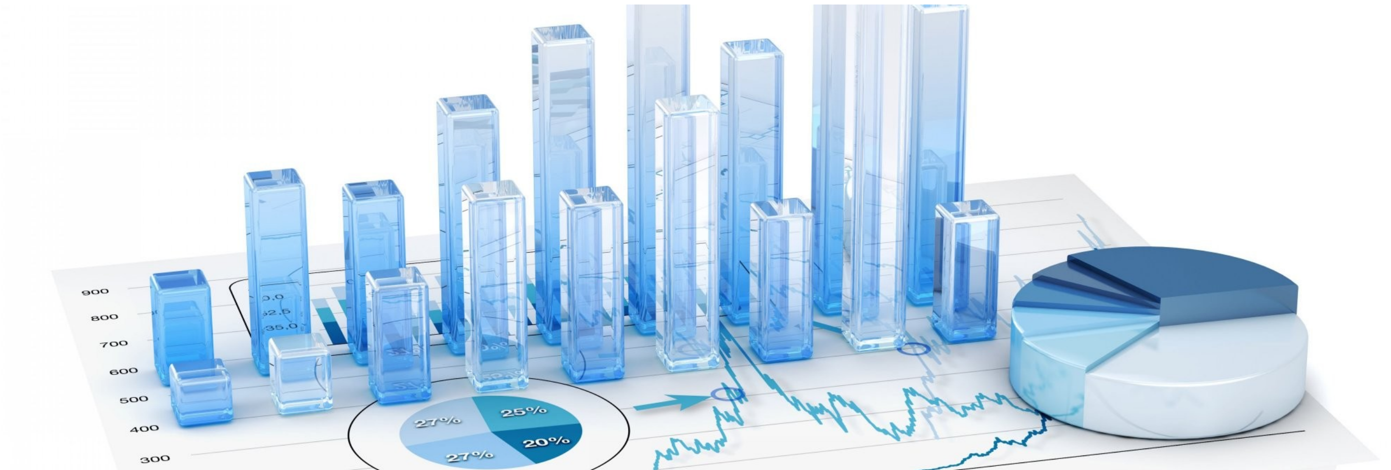
TTI109 – Estatística

Aula 08 – Probabilidade Condicional



Probabilidade Condicional

Definição

Uma **probabilidade condicional** é a probabilidade de um evento ocorrer, dado que outro evento já tenha ocorrido. A probabilidade condicional de o evento *B* ocorrer, dado que o evento *A* tenha ocorrido, é denotada por $P(B|A)$ e lê-se "probabilidade de *B*, dado *A*".

Exemplo: Duas cartas são selecionadas em sequência de um baralho normal de 52 cartas. Encontre a probabilidade de que a segunda carta seja uma rainha, dado que a primeira carta é um rei (considere que o rei não seja reposto).

Probabilidade Condicional

¬ʎ A primeira carta selecionada foi um rei (evento) e ela não foi reposta. Assim, restam 51 cartas no baralho, 4 das quais são rainhas. Portanto, a seleção de um rainha (evento B) tem probabilidade

	Gene presente	Gene ausente	Total
QI alto	33	19	52
QI normal	39	11	50
Total	72	30	102

Exemplo: A tabela mostra os resultados de um estudo no qual os pesquisadores examinaram o QI de uma criança e a presença de um gene específico nela.

Probabilidade Condicional

	Gene presente	Gene ausente	Total
QI alto	$\boxed{33}$	19	52
QI normal	39	11	50
Total	$\boxed{72}$	30	102

● Há 72 crianças que têm o gene (espaço amostral). Dessas, 33 tem QI alto. Então:

Tabela de distribuição conjunta

● Qual a probabilidade de que a criança não tenha o gene?

● Qual a probabilidade de que a criança não tem o gene, dado que ela tem um QI normal?

Eventos independentes e dependentes

Definição

Dois eventos são **independentes** quando a ocorrência de um deles não afeta a probabilidade de ocorrência do outro. Dois eventos A e B são independentes quando:

$$P(B|A) = P(B) \text{ ou quando } P(A|B) = P(A).$$

Eventos que não são independentes são **dependentes**.

¬⅄ Para determinar se e são independentes, primeiro calcule ,
a probabilidade do evento . Então, calcule , a probabilidade de
, dado .

· Se os valores forem iguais, os eventos são independentes. Se ocorrer
, então e são eventos dependentes.

INSTITUTO MAUÁ DE TECNOLOGIA

Eventos independentes e dependentes

Classificando eventos como independentes ou dependentes

Determine se os eventos são independentes ou dependentes.

1. Selecionar um rei (A) de um baralho normal com 52 cartas, sem reposição, e então selecionar uma rainha (B) do baralho.
2. Jogar uma moeda e tirar cara (A) e então jogar um dado de seis faces e tirar um 6 (B).
3. Dirigir a mais de 85 milhas por hora (A) e então sofrer um acidente de carro (B).

1 e . A ocorrência de muda a probabilidade da ocorrência de , então os eventos são dependentes.

Eventos independentes e dependentes

Classificando eventos como independentes ou dependentes

Determine se os eventos são independentes ou dependentes.

1. Selecionar um rei (A) de um baralho normal com 52 cartas, sem reposição, e então selecionar uma rainha (B) do baralho.

2. Jogar uma moeda e tirar cara (A) e então jogar um dado de seis faces e tirar um 6 (B).

3. Dirigir a mais de 85 milhas por hora (A) e então sofrer um acidente de carro (B).

2 e . A ocorrência de não muda a probabilidade da ocorrência de , então os eventos são independentes.

Eventos independentes e dependentes

Classificando eventos como independentes ou dependentes

Determine se os eventos são independentes ou dependentes.

1. Selecionar um rei (A) de um baralho normal com 52 cartas, sem reposição, e então selecionar uma rainha (B) do baralho.
2. Jogar uma moeda e tirar cara (A) e então jogar um dado de seis faces e tirar um 6 (B).
3. Dirigir a mais de 85 milhas por hora (A) e então sofrer um acidente de carro (B).

3 Dirigir a mais de 85 milhas por hora aumenta as chances de se envolver em um acidente, então os eventos são dependentes.

A regra da multiplicação

A regra da multiplicação para a probabilidade de *A* e *B*

A probabilidade de que dois eventos A e B ocorram em sequência é:

$$P(A \text{ e } B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

Se os eventos A e B forem independentes, então a regra pode ser simplificada para $P(A \text{ e } B) = P(A) \cdot P(B)$. Essa regra simplificada pode ser estendida para qualquer número de eventos independentes.

é muitas vezes escrito como . Uma consequência direta da regra da multiplicação é a expressão para a probabilidade condicional:

A regra da multiplicação

Usando a regra da multiplicação para encontrar probabilidades

1. Duas cartas são selecionadas, sem reposição da primeira carta, de um baralho normal de 52 cartas. Encontre a probabilidade de selecionar um rei e depois uma rainha.
2. Uma moeda é jogada e um dado é lançado. Encontre a probabilidade de se obter cara e 6.

1 Como a primeira carta não é reposta, os eventos são dependentes.

A regra da multiplicação

Usando a regra da multiplicação para encontrar probabilidades

1. Duas cartas são selecionadas, sem reposição da primeira carta, de um baralho normal de 52 cartas. Encontre a probabilidade de selecionar um rei e depois uma rainha.

2. Uma moeda é jogada e um dado é lançado. Encontre a probabilidade de se obter cara e 6.

2 Os eventos são independentes.

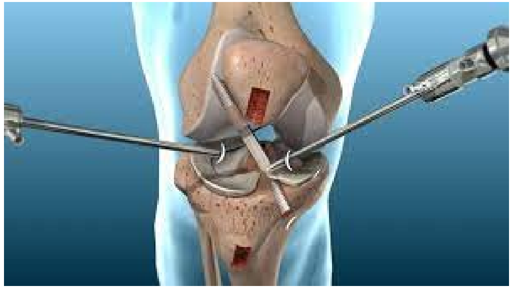
A regra da multiplicação

A probabilidade de que uma cirurgia reconstrutiva do ligamento cruciforme anterior (LCA) seja bem-sucedida é de 0,95. (*Fonte: The Orthopedic Center of St. Louis.*)

1. Determine a probabilidade de que três cirurgias do LCA sejam bem-sucedidas.

2. Determine a probabilidade de que nenhuma das três cirurgias do LCA seja bem-sucedida.

3. Determine a probabilidade de que pelo menos uma das três cirurgias do LCA seja bem-sucedida.

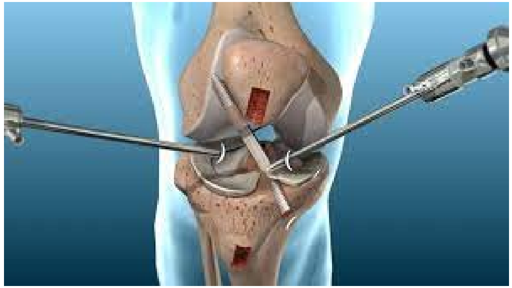


1 A chance de sucesso em uma cirurgia é independente da chance de sucesso nas outras cirurgias.

A regra da multiplicação

A probabilidade de que uma cirurgia reconstrutiva do ligamento cruciforme anterior (LCA) seja bem-sucedida é de 0,95. (*Fonte: The Orthopedic Center of St. Louis.*)

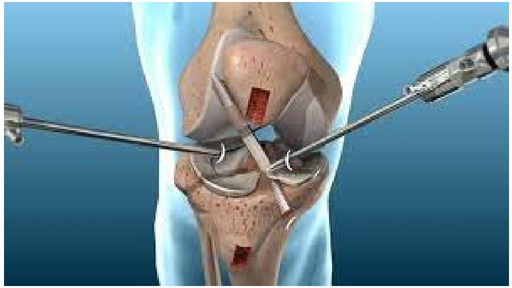
1. Determine a probabilidade de que três cirurgias do LCA sejam bem-sucedidas.
2. Determine a probabilidade de que nenhuma das três cirurgias do LCA seja bem-sucedida.
3. Determine a probabilidade de que pelo menos uma das três cirurgias do LCA seja bem-sucedida.



2 A probabilidade de fracasso em uma cirurgia é .

A regra da multiplicação

A probabilidade de que uma cirurgia reconstrutiva do ligamento cruciforme anterior (LCA) seja bem-sucedida é de 0,95. (*Fonte: The Orthopedic Center of St. Louis.*)



1. Determine a probabilidade de que três cirurgias do LCA sejam bem-sucedidas.
2. Determine a probabilidade de que nenhuma das três cirurgias do LCA seja bem-sucedida.
3. Determine a probabilidade de que pelo menos uma das três cirurgias do LCA seja bem-sucedida.

3 O complemento do evento "ao menos um sucesso" é o evento "nenhum sucesso". Usando a regra do complemento:

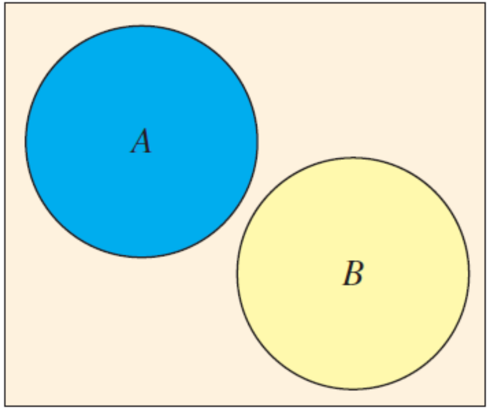
A regra da adição

- Como encontrar a probabilidade de que ao menos um de dois eventos ocorra?
- Probabilidades como essas são denotadas por e dependem se os eventos são *mutuamente exclusivos*.

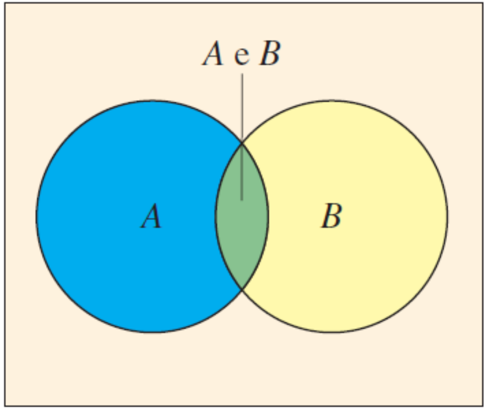
Definição

Dois eventos A
ocorrer ao mesr

A e B são mutuamente exclusivos.



A e B não são mutuamente exclusivos.



A regra da adição

1. Evento A: obter um 3 no lançamento de um dado.
   Evento B: obter um 4 no lançamento de um dado.

Mutuamente exclusivos

2. Evento A: selecionar aleatoriamente um estudante do sexo masculino.
   Evento B: selecionar aleatoriamente um graduando em enfermagem.
3. Evento A: selecionar aleatoriamente um doador de sangue com tipo O.
   Evento B: selecionar aleatoriamente um doador de sangue do sexo feminino.

Não são mutuamente exclusivos

1 e não podem ocorrer ao mesmo tempo (dado único)

2 O estudante pode ser um homem cursando enfermagem

3 O doador pode ser mulher com tipo sanguíneo O

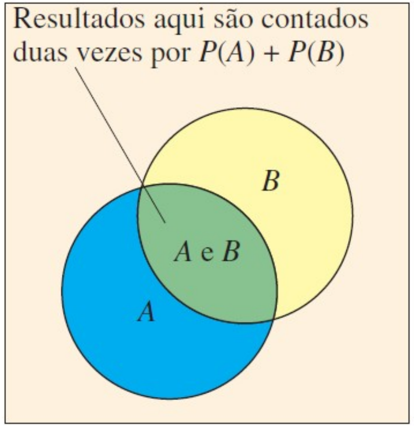
A regra da adição

A regra da adição para a probabilidade de *A* ou *B*

A probabilidade de que os eventos A ou B ocorram, $P(A \text{ ou } B)$, é dada por:

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ e } B).$$

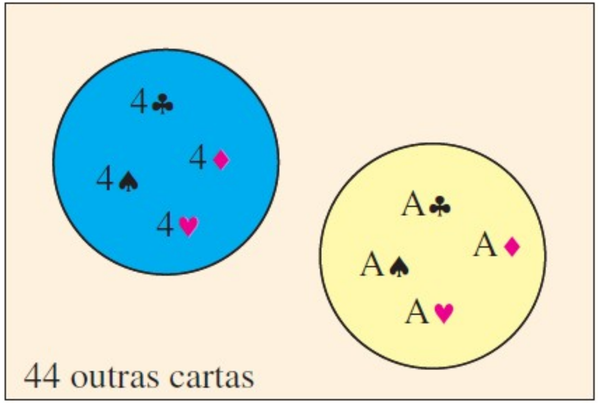
Se os eventos A e B forem mutuamente exclusivos, então a regra pode ser simplificada para $P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$. Esta regra simplificada pode ser estendida para qualquer número de eventos mutuamente exclusivos.



Exemplo: Você seleciona uma carta de um baralho. Encontre a probabilidade de a carta ser um 4 ou um ás.

Se a carta for um 4, não pode ser um ás...

A regra da adição

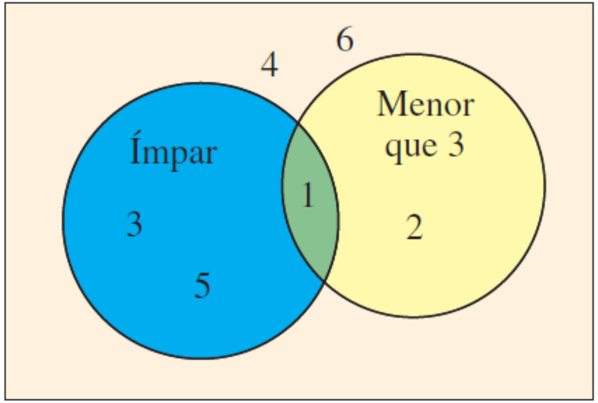


Os eventos são mutuamente exclusivos. Logo:

Exemplo: Você joga um dado. Encontre a probabilidade de sair um número menor que três ou um número ímpar.

Os eventos não são mutuamente exclusivos!

A regra da adição



Então:

Exemplo: Um banco de sangue catalogou os tipos de sangue, incluindo fator Rh positivo ou negativo, de doadores nos últimos cinco dias. O número de doadores de cada tipo sanguíneo é mostrado na tabela a seguir. Se um doador é selecionado aleatoriamente:

INSTITUTO MAUÁ DE TECNOLOGIA

MAUÁ

A regra da adição

		Tipo sanguíneo				
		O	A	B	AB	Total
Fator Rh	Positivo	156	139	37	12	344
	Negativo	28	25	8	4	65
	Total	184	164	45	16	409

1 Qual a probabilidade de que o doador tenha sangue tipo O ou tipo A?

Como o doador não pode ter tipo O e tipo A, esses eventos são mutuamente exclusivos.

A regra da adição

		Tipo sanguíneo				
		O	A	B	AB	Total
Fator Rh	Positivo	156	139	37	12	344
	Negativo	28	25	8	4	65
	Total	184	164	45	16	409

2 Qual a probabilidade de que o doador tenha sangue tipo B ou que seja Rh negativo?

Como o doador poder ter tipo B e o seu Rh ser negativo, esses eventos não são mutuamente exclusivos.

A regra da adição

		Tipo sanguíneo				
		O	A	B	AB	Total
Fator Rh	Positivo	156	139	37	12	344
	Negativo	28	25	8	4	65
	Total	184	164	45	16	409

TTI109 – Estatística

Aula 08 – Probabilidade Condicional