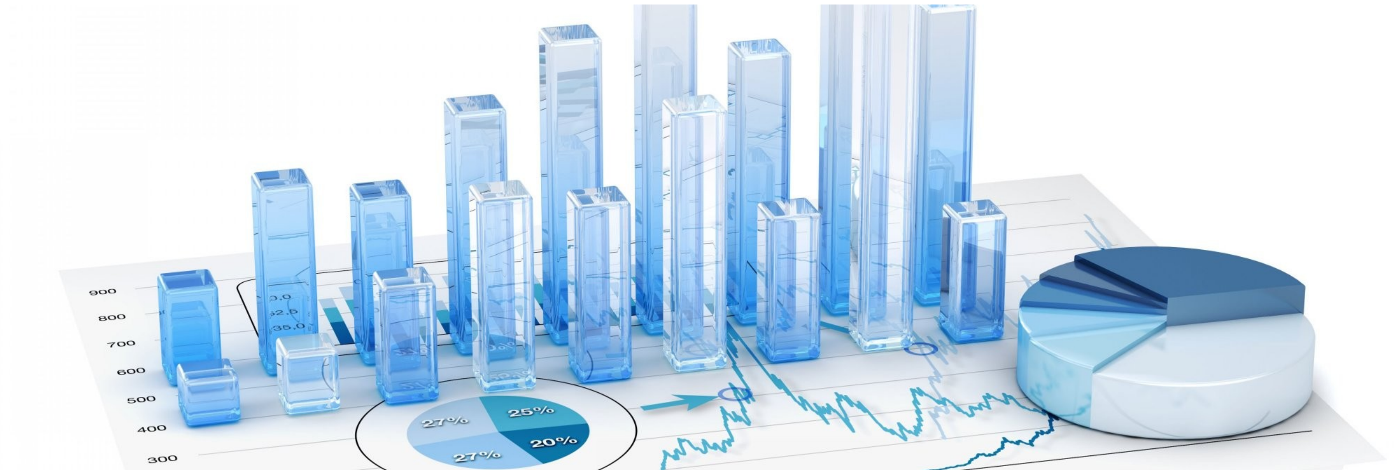
TTI109 – Estatística

Aula 10 – Distribuições Discretas de Probabilidade 02



INSTITUTO MAUÁ DE TECNOLOGIA

Distribuições Binomiais

- Há muitos experimentos probabilísticos para os quais os resultados de cada tentativa podem ser reduzidos a *dois resultados*: *sucesso* e *fracasso*.

- Tais experimentos são chamados de *experimentos binomiais*.

Definição

Um **experimento binomial** é um experimento probabilístico que satisfaz as seguintes condições:

1. O experimento tem um número fixo de tentativas, em que cada tentativa é independente das outras.

Distribuições Binomiais

2. Há apenas dois resultados possíveis para cada tentativa, que podem ser classificados como sucesso (S) ou fracasso (F).
3. A probabilidade de um sucesso é a mesma para cada tentativa.
4. A variável aleatória x conta o número de tentativas com sucesso

SÍMBOLO	DESCRIÇÃO
n	O número de tentativas.
p	A probabilidade de sucesso em uma única tentativa.
q	A probabilidade de fracasso em uma única tentativa ($q = 1 - p$).
x	A variável aleatória representa a contagem do número de sucessos em n tentativas: $x = 0, 1, 2, 3, \ldots, n$.

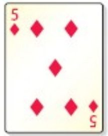
Distribuições Binomiais

EXEMPLO Uma carta de um baralho comum é escolhida ao acaso e então é verificado se a carta é de paus ou não. A seguir, a carta é devolvida.

- O experimento é repetido cinco vezes, .

- O resultado para cada tentativa pode ser classificado em duas categorias:

= tirar uma carta de paus
= tirar uma carta de outro naipe

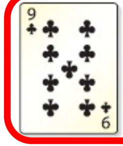
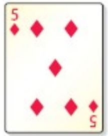
Tentativa	Resultado	S ou F?
1		F
2		S
3		F
4		F
5		S

Distribuições Binomiais

EXEMPLO Uma carta de um baralho comum é escolhida ao acaso e então é verificado se a carta é de paus ou não. A seguir, a carta é devolvida.

- As probabilidades de sucesso e fracasso são:

- A variável aleatória representa o número de cartas de paus selecionadas nas cinco tentativas:

Tentativa	Resultado	S ou F?
1		F
2		S
3		F
4		F
5		S

Distribuições Binomiais

Identificando e compreendendo experimentos binomiais

1. Um certo procedimento cirúrgico tem 85% de chances de sucesso. Um médico realiza o procedimento em oito pacientes. A variável aleatória representa o número de cirurgias com sucesso.

Binomial ou não?

É um experimento binomial pois:

❶ Cada cirurgia representa uma tentativa. Há oito cirurgias () e cada uma é independente das outras.

❷ Há apenas dois resultados possíveis para cada cirurgia — sucesso ou fracasso.

❸ A probabilidade de sucesso para cada cirurgia é de .

❹ A variável aleatória representa o número de cirurgias com sucesso.

Distribuições Binomiais

Identificando e compreendendo experimentos binomiais

2. Uma jarra contém cinco bolas de gude vermelhas, nove azuis e seis verdes. Você escolhe três bolas aleatoriamente, *sem reposição*. A variável aleatória representa o número de bolas vermelhas.

Binomial ou não?

Não é um experimento binomial!

A seleção de bola de gude representa uma tentativa e selecionar uma bolinha vermelha é um sucesso. Na primeira tentativa, a probabilidade de sucesso é 5/20. Porém, como a bola não é reposta, a probabilidade de sucesso nas tentativas subsequentes não é mais 5/20.

As tentativas não são independentes!!!

Distribuições Binomiais

● Há várias formas de encontrar a probabilidade de sucessos em tentativas de um experimento binomial.

● Uma delas é usar um diagrama de árvore e a regra da multiplicação. Outra, é usar a *função massa de probabilidade binomial (pmf)*.

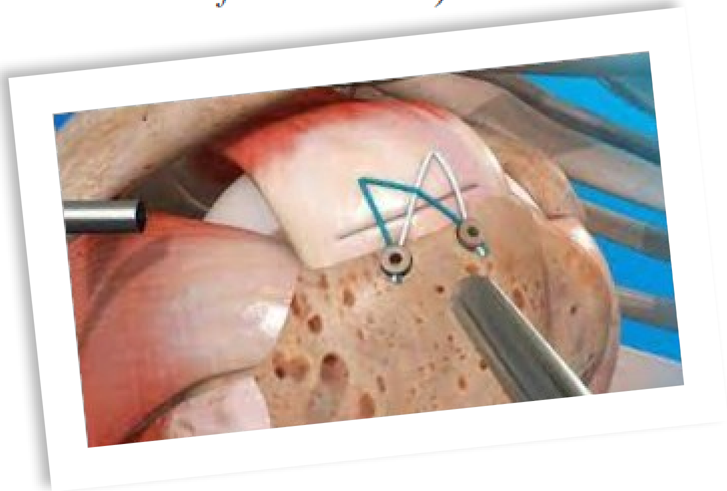
Em um experimento binomial, a probabilidade de exatamente sucessos em tentativas é:

$$P(x) = C_{n,x} p^x q^{n-x} = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{n!}{(n-x)!\,x!} p^x (1-p)^{n-x}$$

Distribuições Binomiais

Calculando uma probabilidade binomial

Cirurgias do manguito rotador têm 90% de chance de sucesso. A cirurgia é realizada em três pacientes. Determine a probabilidade de ela ser um sucesso em exatamente dois pacientes. (*Fonte: The Orthopedic Center of St. Louis.*)



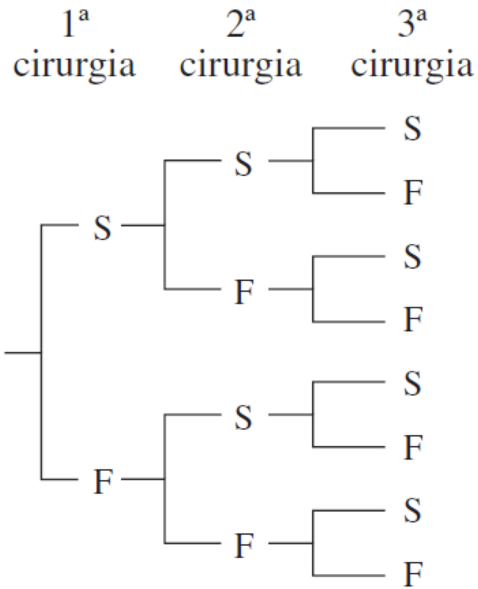
Método 1: Diagrama de árvore e regra da multiplicação

Método 2: Probabilidade Binomial

INSTITUTO MAUÁ DE TECNOLOGIA

Distribuições Binomiais

Método 1: Diagrama de árvore e regra da multiplicação



	Resultado	Número de sucessos	Probabilidade
	SSS	3	$\frac{9}{10}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{9}{10}=\frac{729}{1.000}$
1	SSF	2	$\frac{9}{10}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{1}{10}=\frac{81}{1.000}$
2	SFS	2	$\frac{9}{10}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{9}{10}=\frac{81}{1.000}$
	SFF	1	$\frac{9}{10}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10}=\frac{9}{1.000}$
3	FSS	2	$\frac{1}{10}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{9}{10}=\frac{81}{1.000}$
	FSF	1	$\frac{1}{10}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{1}{10}=\frac{9}{1.000}$
	FFS	1	$\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{9}{10}=\frac{9}{1.000}$
	FFF	0	$\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10}=\frac{1}{1.000}$

São 3 ocorrências de exatamente dois sucessos, cada uma com probabilidade 81/1000. Logo:

INSTITUTO MAUÁ DE TECNOLOGIA

Distribuições Binomiais

Método 2: Probabilidade Binomial

Temos , e . Assim, a probabilidade de que exatamente duas cirurgias do manguito rotador sejam bem sucedidas é:

AI EU VI VANTAGEM

INSTITUTO MAUÁ DE TECNOLOGIA

MAUÁ

Distribuições Binomiais

● Ao listar os valores possíveis de com as correspondentes probabilidades, determina-se uma *distribuição de probabilidade binomial*.

EXEMPLO Em uma pesquisa, indivíduos adultos foram solicitados para que indicassem quais dispositivos utilizavam para acessar mídias sociais. Os resultados estão na figura.

Sete participantes da pesquisa são selecionados aleatoriamente e indagados se utilizam um *telefone celular* para acessar mídia social. Construa uma distribuição de probabilidade binomial para o número de adultos que respondeu sim.

Distribuições Binomiais

Temos e . Os valores possíveis para estão no conjunto .

Calcula-se
para cada

python™

x	$P(x)$
0	0,0134
1	0,0798
2	0,2040
3	0,2897
4	0,2468
5	0,1261
6	0,0358
7	0,0044
	$\Sigma P(x) = 1$

Distribuições Binomiais

Média, variância e desvio padrão

Embora seja possível usar as fórmulas para média, variância e desvio padrão de uma distribuição discreta de probabilidade, as propriedades de uma distribuição binomial resultam em fórmulas muito mais simples.

Parâmetros populacionais de uma distribuição binomial

Média $\mu = np$

Variância: $\sigma^2 = npq$

Desvio padrão: $\sigma = \sqrt{npq}$

$$Como\ q = 1 - p : \begin{cases} \sigma^2 = np(1-p) \\ \sigma = \sqrt{np(1-p)} \end{cases}$$

Distribuições Binomiais

EXEMPLO Em Pittsburgh, Pensilvânia, cerca de 56% dos dias em um ano são nublados. Calcule a média, a variância e o desvio padrão para o número de dias nublados durante o mês de junho. Interprete os resultados e determine quaisquer valores incomuns. (Fonte: *National Climatic Data Center*).

(dias em junho)
(56% dias nublados)

INSTITUTO MAUÁ DE TECNOLOGIA

Distribuições Binomiais

Interpretação:

- Em média, há 16,8 dias nublados durante o mês de junho.
- O desvio padrão é de aproximadamente 2,7 dias.

- Valores que distam mais do que dois desvios padrões da média são considerados incomuns. Como o desvio padrão é de aproximadamente 2,7 dias:

python™

TTI109 – Estatística

Aula 10 – Distribuições Discretas de Probabilidade 02