

Название	Обознач.	Параметры	Носитель	Плотность	Матем. ожидание	Дисперсия	Хар-кая функция
Дискретные распределения							
Дискретное равномерное	$U\{1, \dots, N\}$	$N \in \mathbb{N}$	$\{1, \dots, N\}$	$p(x) = 1/N, \quad x \in \{1, \dots, N\}$	$(N+1)/2$	$(N^2-1)/12$	$\frac{e^{it} - e^{i(N+1)t}}{N(1-e^{it})}$
Бернулли	$Bern(p)$	$p \in (0, 1)$	$\{0, 1\}$	$p(0) = 1-p, p(1) = p$	p	$p(1-p)$	$pe^{it} + 1-p$
Биномиальное	$Bin(n, p)$	$n \in \mathbb{N}, p \in (0, 1)$	$\{0, \dots, n\}$	$p(x) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x}$	np	$np(1-p)$	$(pe^{it} + 1-p)^n$
Пуассоновское	$Pois(\lambda)$	$\lambda > 0$	\mathbb{Z}_+	$p(x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$	λ	λ	$exp(\lambda(e^{it} - 1))$
Геометрическое	$Geom(p)$	$p \in (0, 1]$	\mathbb{N}	$p(x) = (1-p)^{x-1} p$	$1/p$	$(1-p)/p^2$	$\frac{pe^{it}}{1-(1-p)e^{it}}$
Абсолютно непрерывные распределения							
Непрерывное равномерное	$U[a, b]$	$a, b \in \mathbb{R},$ $a < b$	$[a, b]$	$p(x) = \frac{1}{b-a} I\{x \in [a, b]\}$	$(a+b)/2$	$(b-a)^2/12$	$\frac{e^{itb} - e^{ita}}{it(b-a)}$
Нормальное	$\mathcal{N}(a, \sigma^2)$	$a \in \mathbb{R}, \sigma^2 \in \mathbb{R}_+$	\mathbb{R}	$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$	a	σ^2	$exp(ita - \sigma^2 t^2/2)$
Гамма-распр.	$\Gamma(\alpha, \beta)$	$\alpha > 0, \beta > 0$	\mathbb{R}_+	$p(x) = \frac{\alpha^\beta x^{\beta-1}}{\Gamma(\beta)} e^{-\alpha x}, x > 0$	β/α	β/α^2	$(1-it/\alpha)^{-\beta}$
Экспоненц.	$Exp(\lambda)$	$\lambda > 0$	\mathbb{R}_+	$p(x) = \lambda e^{-\lambda x} I\{x > 0\}$	$1/\lambda$	$1/\lambda^2$	$\lambda/(\lambda - it)$
Коши	$Cauchy(\sigma)$	$\sigma > 0$	\mathbb{R}	$p(x) = \frac{\sigma}{\pi(x^2 + \sigma^2)}$	Нет	Нет	$e^{-\sigma t }$
Бета-распр.	$Beta(\alpha, \beta)$	$\alpha > 0, \beta > 0$	$[0, 1]$	$p(x) = \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta)}$	$\alpha/(\alpha + \beta)$	$\frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}$	
Парето	$Pareto(\alpha)$	$x_0 > 0, \alpha > 0$	$[x_0, +\infty)$	$p(x) = \frac{\alpha x_0^\alpha}{x^{\alpha+1}}$	$\frac{\alpha x_0}{\alpha-1}$ если $\alpha > 1$	$\frac{\alpha x_0^2}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)}$ если $\alpha > 2$	
Многомерные распределения							
Нормальное	$\mathcal{N}(a, \Sigma)$	$a \in \mathbb{R}^n,$ $\Sigma \in \mathbb{R}^{n \times n},$ симм., неотр. опр.	\mathbb{R}^n	$p(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \det \Sigma}} \times$ $\times exp\left(-\frac{1}{2}(x-a)^T \Sigma^{-1}(x-a)\right)$	a	Σ	$exp\left(ia^T t - \frac{1}{2}t^T \Sigma t\right)$

$$\xi_1 \sim \mathcal{N}(a_1, \sigma_1^2) \text{ незав. от } \xi_2 \sim \mathcal{N}(a_2, \sigma_2^2) \implies \xi_1 + \xi_2 \sim \mathcal{N}(a_1 + a_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2), \quad c\xi_1 \sim \mathcal{N}(ca_1, c^2\sigma_1^2)$$

$$\xi_1 \sim Bin(n_1, p) \text{ незав. от } \xi_2 \sim Bin(n_2, p) \implies \xi_1 + \xi_2 \sim Bin(n_1 + n_2, p)$$

$$\xi_1 \sim Pois(\lambda_1) \text{ незав. от } \xi_2 \sim Pois(\lambda_2) \implies \xi_1 + \xi_2 \sim Pois(\lambda_1 + \lambda_2)$$

$$\xi_1 \sim \Gamma(\alpha, \beta_1) \text{ незав. от } \xi_2 \sim \Gamma(\alpha, \beta_2) \implies \xi_1 + \xi_2 \sim \Gamma(\alpha, \beta_1 + \beta_2), \quad c\xi_1 \sim \Gamma(\alpha/c, \beta_1)$$

$$\xi \sim Exp(\lambda) \implies \xi \sim \Gamma(\lambda, 1)$$

Название	Обознач.	Питон (scipy.stats)
Дискретные распределения		
Дискретное равномерное	$U\{1, \dots, N\}$	<code>randint(low=1, high=N + 1)</code>
Бернулли	$Bern(p)$	<code>bernoulli(p)</code>
Биномиальное	$Bin(n, p)$	<code>binom(n, p)</code>
Пуассоновское	$Pois(\lambda)$	<code>poisson(mu=\lambda)</code>
Геометрическое	$Geom(p)$	<code>geom(p)</code>
Абсолютно непрерывные распределения		
Непрерывное равномерное	$U[a, b]$	<code>uniform(loc=a, scale=b - a)</code>
Нормальное	$\mathcal{N}(a, \sigma^2)$	<code>norm(loc=a, scale=\sigma)</code> (не σ^2)
Гамма-распр.	$\Gamma(\alpha, \beta)$	<code>gamma(a=\beta, scale=1/\alpha)</code>
Экспоненц.	$Exp(\lambda)$	<code>expon(scale=1/\alpha)</code>
Коши	$Cauchy(\sigma)$	<code>cauchy(scale=\sigma)</code>
Бета-распр.	$Beta(\alpha, \beta)$	<code>beta(a=\alpha, b=\beta)</code>
Парето	$Pareto(\alpha)$	<code>pareto(b=\alpha)</code>
Многомерные распределения		
Нормальное	$\mathcal{N}(a, \Sigma)$	<code>multivariate_normal(mean=a, cov=\Sigma)</code>

$$\xi \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \implies \begin{cases} \text{если } n \text{ четно, то } E\xi^n = (n-1)!!\sigma^n; \\ \text{если } n \text{ нечетно, то } E|\xi|^n = (n-1)!!\sigma^n\sqrt{2/\pi}. \end{cases}$$

$$\xi \sim \Gamma(\alpha, \beta) \implies E\xi_1^k = \beta(\beta+1)\dots(\beta+k-1)/\alpha^k$$

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt, \quad \Gamma(x+1) = x\Gamma(x), \quad \Gamma(n+1) = n!, \quad \Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$$

$$B(\alpha, \beta) = \int_0^1 x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} dx, \quad B(\alpha, \beta) = B(\beta, \alpha)$$

$$B(\alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)}, \quad B(l, k) = \frac{1}{(l+k-1)C_{k+l-2}^{l-1}}$$

