

•



Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

Кафедра математической физики

Кузнецов Дмитрий Константинович

Отчет по практическому заданию №4

Выполнил

студент 601 группы

Кузнецов Дмитрий

Москва, 2017

§ 1. Постановка задачи

$$-\Delta u + \alpha u = f(x, y), \quad 0 < x^2 + y^2 < R^2, \quad 0 < y < \pi \quad (1)$$

$$\frac{du}{dn_{y>0}} = g(x, y), \quad 0 < x^2 + y^2 < R^2 \quad (2)$$

$$u_{y<0} = h(x, y), \quad 0 < x^2 + y^2 < R^2 \quad (3)$$

Вариационная задача для этого уравнения:

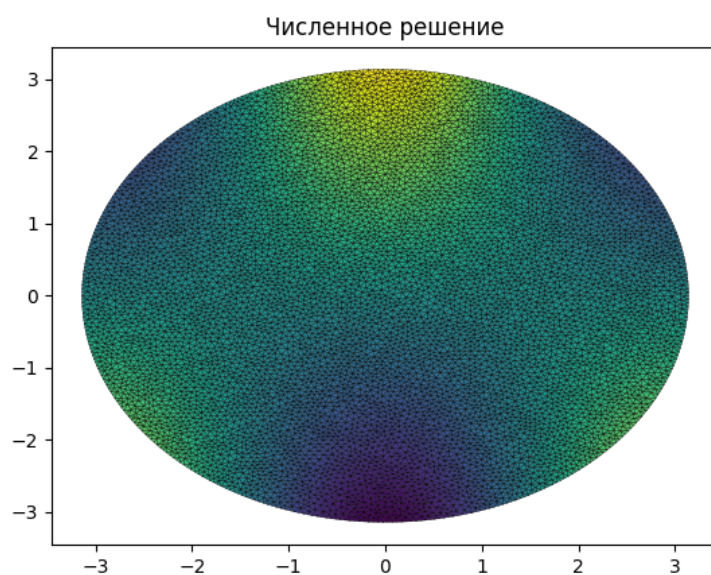
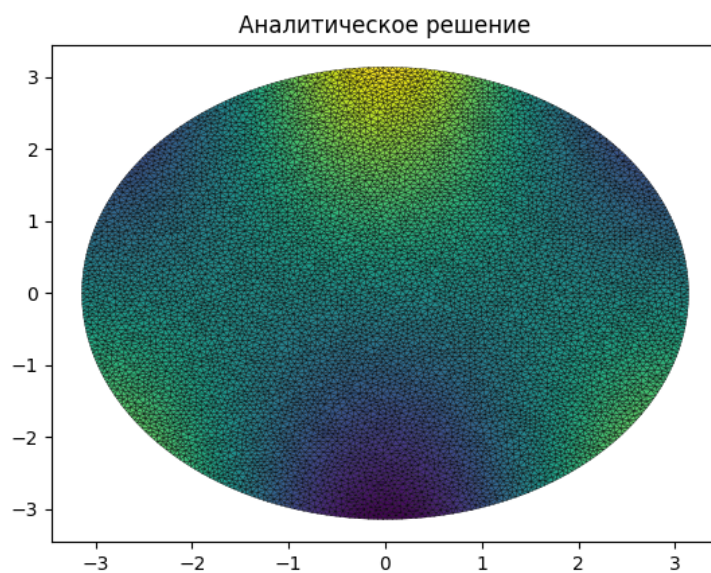
$$a = (\Delta u, \Delta v) dx + \alpha uv ds, \quad L = f v dx + g v ds \quad (4)$$

Пример №1

$$u = h = y \cos(x), \quad \alpha = \frac{1}{2} \quad (5)$$

$$f = (1 + \alpha) y \cos(x) \quad (6)$$

$$g = \cos(x) \frac{y}{R} - y \sin(x) \frac{x}{R}, \quad R = \sqrt{\pi} \quad (7)$$

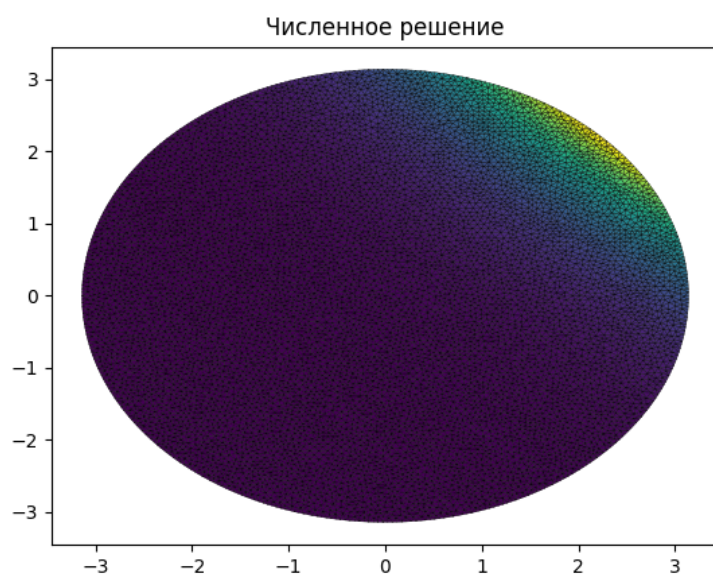
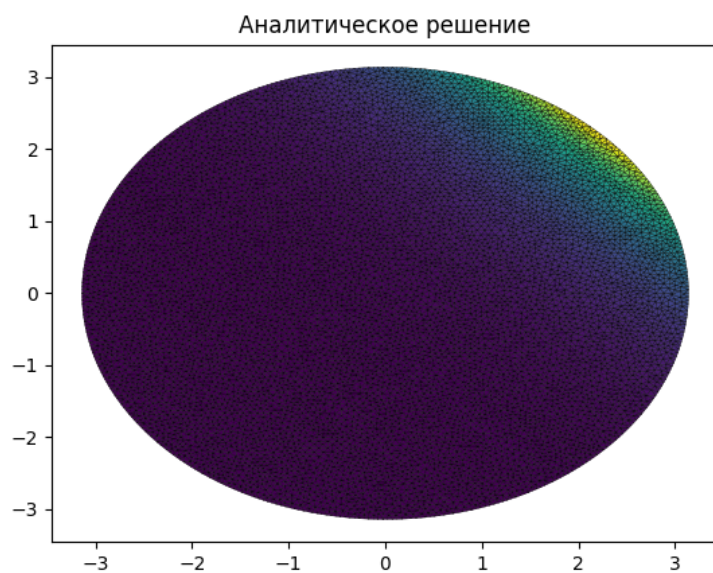


Пример №2

$$u = h = \frac{1}{100} e^{x+y}, \quad \alpha = 100 \quad (8)$$

$$f = (-\alpha) \frac{1}{100} e^{x+y} - \frac{1}{100} (e^x + e^y) \quad (9)$$

$$g = \frac{1}{100} e^x \frac{y}{R} + \frac{1}{100} e^y \frac{x}{R}, \quad R = \text{Pi} \quad (10)$$

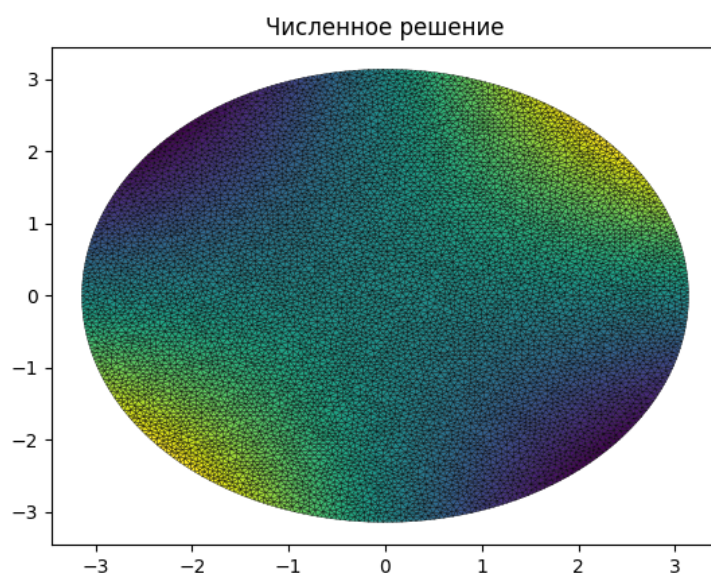
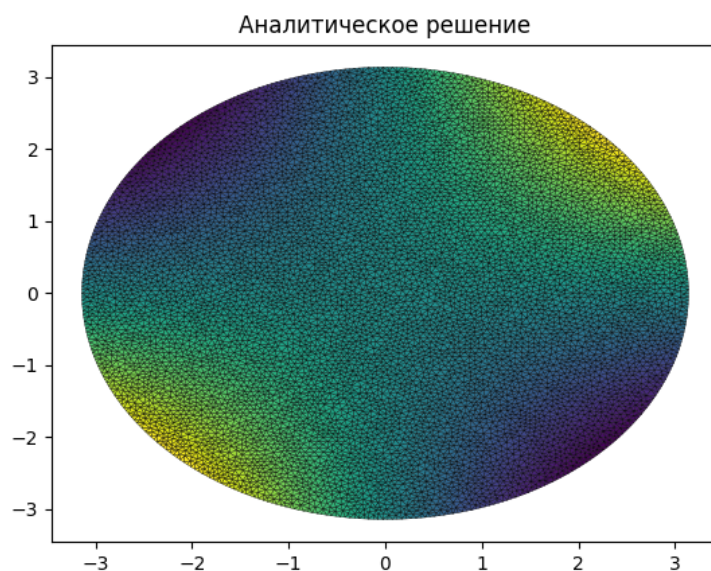


Пример №3

$$u = h = xy \frac{1}{10}, \quad \alpha = 0.1 \quad (11)$$

$$f = \alpha xy \frac{1}{10} \quad (12)$$

$$g = \frac{1}{10}x \frac{y}{R} + \frac{1}{10}y \frac{x}{R}, \quad R = \text{Pi} \quad (13)$$



§ 2. Постановка задачи

$$\frac{du}{dt} = \gamma \Delta u + f(x, y, t), \quad 0 < x^2 + y^2 < R^2, \quad 0 < y < \pi \quad (14)$$

$$\frac{du}{dn_{y>0}} = g(x, y, t), \quad 0 < x^2 + y^2 < R^2 \quad (15)$$

$$u_{y<0} = h(x, y, t), \quad 0 < x^2 + y^2 < R^2 \quad (16)$$

Вариационная задача для этого уравнения:

$$\alpha = \gamma dt(\Delta u, \Delta v) dx + uv dx, \quad L = (u_i + dyf)v dx + \gamma dt g v ds \quad (17)$$

Пример №1

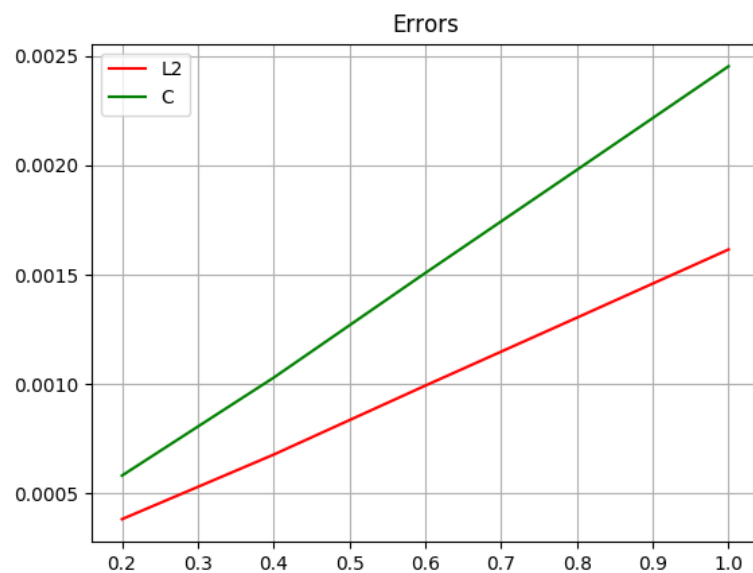
$$u = h = \frac{1}{10} \cos(y)xt, \quad \gamma = -1 \quad (18)$$

$$f = (1 + t) \frac{1}{10} x \cos(y) \quad (19)$$

$$g = -\frac{1}{10} x \sin(y) \frac{y}{R} t + \frac{1}{10} \cos(y) \frac{x}{R} t, \quad R = \pi \quad (20)$$

Аналитическое решение: <https://github.com/KuznetsovDmitrii/python/blob/master/heat>

Приближенное решение: <https://github.com/KuznetsovDmitrii/python/blob/master/heat>



Пример №2

$$u = h = x + y + t, \quad \gamma = -1 \quad (21)$$

$$f = \frac{7}{10} + \frac{5}{10}x + \frac{3}{10}y + \frac{7}{10}t \quad (22)$$

$$g = \frac{5}{10} \frac{x}{R} + \frac{3}{10} \frac{y}{R}, \quad R = \pi \quad (23)$$



Пример №3

$$u = h = -10x^2yt, \quad \gamma = -1 \quad (24)$$

$$f = -10xy + 20 \quad (25)$$

$$g = -10yt\frac{x}{R} + -10xt\frac{y}{R}, \quad R = \pi \quad (26)$$

