«Прогрессия — движение вперед».

Цель урока:

- систематизация знаний о числовых последовательностях;
- изучение понятия геометрическая прогрессия;
- выведение и доказательство формулы n-ого члена геометрической прогрессии;
- развитие исследовательской культуры обучающихся, содействие в развитии умения использовать научные методы познания: наблюдение – гипотеза – проверка;
- активизация личностной позиции обучающихся в образовательном процессе;
- содействие умению осуществлять самоконтроль и самокоррекцию учебной деятельности;
- воспитание умения общаться, развитие чувства взаимопомощи.

Оборудование:

- компьютер, проектор, экран (презентации в приложениях);
- карточки для выполнения обучающей самостоятельной работы (для каждого).

Содержание урока

Организационный момент	Записать в тетради тему урока «Геометрическая прогрессия»
Постановка целей урока	Задачи сегодняшнего урока: • знакомство с новым видом числовой последовательности – геометрической прогрессией; • конструирование определения геометрической прогрессии; • выведение формулы n-ого члена геометрической прогрессии; • применение этих знаний для решения задач практического содержания.
Актуализация изучаемой темы (приложение 1,2)	Презентация отчётов о мини исследованиях (исследования проводились в группах по 2-3 человека) с элементами мотивации дальнейшего изучения темы «Прогрессии».

	1) «История изучения числовых последовательностей». а) историческая справка об исследовании числовых последовательностей; б) «Легенда о шахматной доске»; в) Задачи из жизни: старинные и современные («Покупка коня», уч. «Арифметика» Л. Ф. Магницкий, «Вознаграждение воина», уч. «Курс чистой математики» Е. Д. Войтяховский) 2) «Значение прогрессий в жизнедеятельности человека» а) упрощение вычислений: задача Гаусса б) реальные процессы: радиоактивный распад, рост колонии живых организмов в) применение прогрессий в экономике, технике, промышленности: банковские операции, финансовые пирамиды, таблицы предпочтительных или нормальных рядов.
Подготовка к восприятию нового материала	Фронтальный опрос: 1) Что называется числовой последовательностью? 2) Какие бывают последовательности? (классификация: конечная, бесконечная, возрастающая, убывающая). 3) Перечислите способы задания последовательностей. В чём их отличие? Какой из способов наиболее удобен и широко применим и почему? 4) Какая числовая последовательность называется арифметической прогрессией? 5) Формула n-ого члена арифметической прогрессии?
Изучение нового материала. Организация исследовательской работы.	1) Опишите предложенные жизненные ситуации посредством рекуррентной формулы (текст ситуаций на экране, результаты оформить в виде таблицы из 2х столбцов: «1 вид посл.|2 вид посл.»): • Курс воздушных ванн начинают с 15мин в первый день и увеличивают время этой процедуры в каждый следующий день на 15мин. • Гидра размножается почкованием, причём при каждом делении получается 5 новых особей. • В январе в области произошло 60 ДТП. Благодаря мерам, предпринятым дорожными службами, в каждый последующий месяц число ДТП становилось на 4 меньше. • Человек, заболевший гриппом, может заразить четырёх человек. • Некто положил в банк 10000 руб. Банк даёт своим

вкладчикам 25% годовых.

- Турист, поднимаясь в гору, за первый час достиг высоты 800м, а каждый следующий час на 25метров меньше.

2) Анализ полученных результатов, выявление закономерностей.

- Обучающиеся установили, что в левом столбце – арифметические прогрессии, в правом – числовые последовательности, обладающие одним и тем же свойством.
- Преподаватель сообщает, что последовательности данного вида называются геометрическими прогрессиями.

3) Конструирование определения геометрической прогрессии. Сравнение с определением, данным в учебнике (§17 п.1, примеры 1-4). Обсуждение условий возрастания и убывания геометрической прогрессии.

Окончательный вариант исследований

Арифметическая прогрессия	Геометрическая прогрессия
$a_1=15$, $a_n= a_{n-1}+5$ $(d=5)$	$b_1=15$, $b_n= b_{n-1}\cdot 5$ $(q=5)$
$a_1=60$, $a_n= a_{n-1}-4$ $(d=-4)$	$b_1=15$, $b_n= b_{n-1}\cdot 4$ $(q=4)$
$a_1=800$, $a_n= a_{n-1}-25$ $(d=-25)$	$b_1=15$, $b_n= b_{n-1}\cdot 1.25$ $(q=1.25)$
$a_1=a$, $a_n=a_{n-1}+d$	$b_1=b$, $b_n=b_{n-1}\cdot q$, $b\neq 0$, $q\neq 0$

$\boxed{a_{n-1}=a_n-d}$ $\boxed{d=a_n-a_{n-1}}$ $\boxed{b_{n-1}=\frac{b_n}{q}}$ $\boxed{q=\frac{b_n}{b_{n-1}}}$

4) Вывод формулы n-ого члена геометрической прогрессии.

- Получение формулы n-ого члена с использованием определения геометрической прогрессии(1 у доски).

$b_1=b$

$b_2= b_1\cdot q$

$b_3= b_2\cdot q= b_2= b_1\cdot q^2$

…

$b_n= b_1\cdot q^{n-1}$

- Доказательство формулы n-ого члена геометрической прогрессии методом математической индукции (отчёт обучающегося о выполнении индивидуального задания в виде презентации, приложение 3)

Домашнее задание	§17 ПП1,2(до примера 7) №17.5, 17.7 (устно)

	№17.10 (а,в); 17.12 (б,в) 17.19 (б,г) 17.21 (б,в).
Закрепление изученного	1) Закрепление определения и своиств монотонности геметрической прогрессии.(работа с учебником) . §17 №17.4 (устно), №17.1 а,б,г (коментирование), №17.6 (коментирование). 2) Закрепление формулы n-ого члена геометрической прогрессии(комментирование, приложение 4). 3) Закрепление при решении задач практического содержания(обучающая самостоятельная работа с использованием дидактического раздаточного материала). а) анализ содержания задач (фронтально); б) решение задач (вычисления с использованием калькулятора, оценка лучших работ выборочно); в) проверка по готовому решению, выведенному на экран(приложение 5).

Список литературы

1. Энциклопедический словарь юного математика. Москва “Педагогика”. 1985;

2. Энциклопедия для детей. Математика. Том № 11. 1999;

3. Я.И. Перельман «Живая математика» 1997.

4. Н.Лэнгдон, Ч.Снейп. «С математикой в путь». Москва “Педагогика”. 1987;

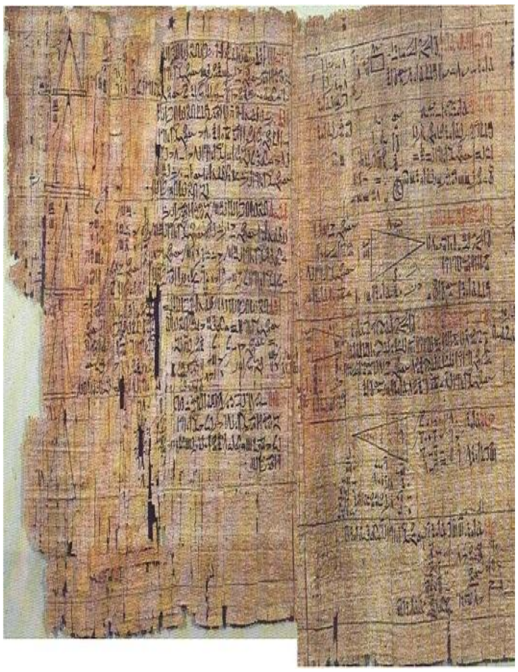
5. А.Г. Мордкович, П.В. Семёнов «Алгебра 9 класс» учебник + задачник 2009.

Приложение 1

Историческая справка.

■ 5 век до н.э. – древние греки знают формулы суммы натуральных и четных натуральных последовательных чисел.

■ В клинописных табличках вавилонян, в египетских пирамидах (IIв.до н.э.) встречаются примеры геометрических прогрессий. Задачи на прогрессии, дошедшие до нас из древности, были связаны с запросами хозяйственной жизни: распределение продуктов, деление наследства и др. Вот пример задачи из египетского папируса Ахмеса:



Десять мер необходимо разделить между десятью людьми так, чтобы разность между каждым человеком и его соседом равнялась 1/8 меры.

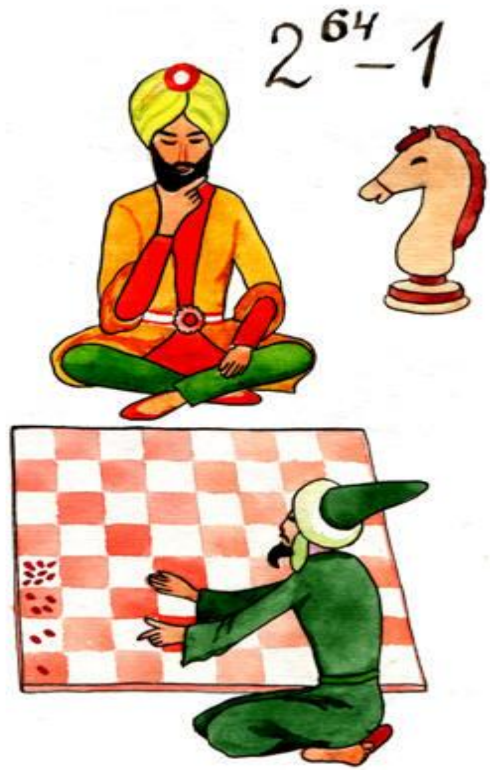
(**Математический папирус Ахмеса** — древнеегипетское учебное руководство по арифметике и геометрии периода Среднего царства, переписанное ок. 1650 до н. э. писцом по имени Ахмес на свиток папируса длиной 5,25 м. и шириной 33 см.**)**

■ 5 век н.э. – в Китае и Индии ученые знают формулу n-ого члена и суммы n первых членов арифметической прогрессии.

■ Ариабхатта (V в.) применял формулы общего числа, суммы арифметической прогрессии. Но правило для нахождения суммы членов произвольной арифметической прогрессии впервые встречается в сочинении «Книги абака» в 1202 г. (Леонардо Пизанский).

■ Легенда о шахматной доске.

Когда индийский царь впервые познакомился с шахматами, он был восхищен их своеобразием и обилием красивых комбинаций. Узнав, что мудрец, который изобрел игру, является его подданным, царь позвал его, чтобы лично наградить за гениальную выдумку. Властелин пообещал выполнить любую просьбу мудреца и был удивлен его скромностью, когда тот пожелал получить в награду пшеничные зерна. На первое поле шахматной доски — одно зерно, на второе — два, и так далее, на каждое последующее вдвое больше зерен, чем на предыдущее. Царь приказал побыстрее выдать изобретателю шахмат его ничтожную награду.



Однако на следующий день придворные математики сообщили своему повелителю, что не в состоянии исполнить желание хитроумного мудреца.

- Задачи из жизни: старинные и современные.

«Покупка коня»

(Л. Магницкий. Арифметика. 1703 г.)

Купец продал коня за 156 крб., но покупатель, приобретя коня, передумал покупать и возвратил его, говоря: «Нет мне пользы покупать за эту цену коня, который таких денег не достойный.» Тогда купец предложил другие условия: «Если, по-твоему, цена за коня очень высокая, то купи только ее подковные гвозди, коня же получишь бесплатно. Гвоздей в каждой подкове 6. За первый гвоздь дай мне всего $\frac{1}{4}$ коп., за второй - $\frac{1}{2}$ коп., за третий - 1коп. и т.д. Покупатель, прельстившись низкой ценой и желая получить коня, принял условия купца, думая, что за гвозди придется заплатить не больше 10 крб.

На сколько покупатель проторговался?

Вознаграждение воина

(Е. Войтяховский. Теоретический и практический курс чистой математики. 1987 г.)

Воину, который служил, определено вознаграждение: за первую рану - 1 коп., за вторую - 2 коп., за третью - 4 коп. и т.д. Оказалось, что воин получил вознаграждение 655 крб. 35 коп. Сколько ран было у него?

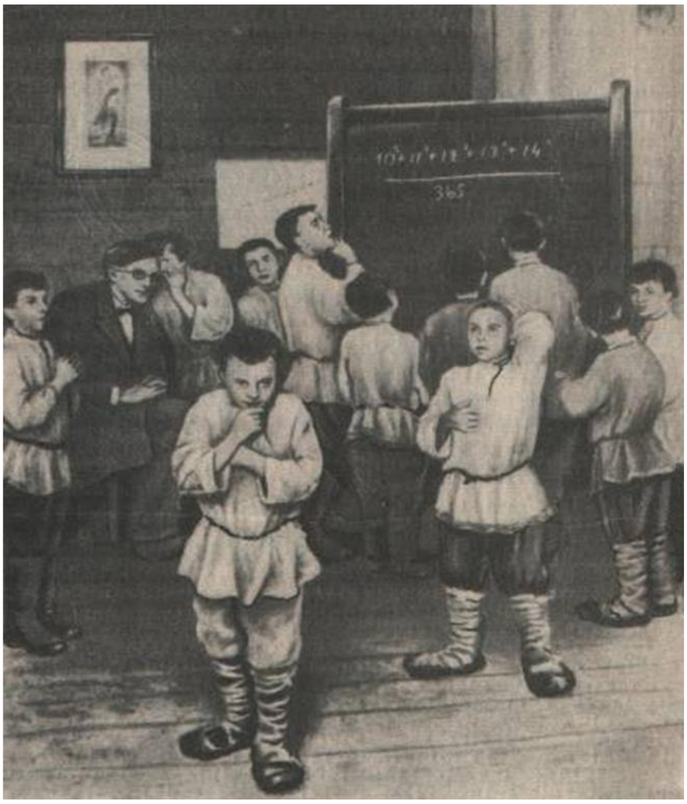
Приложение 2

Значение прогрессии в жизнедеятельности человека.

Карл Гаусс (1777-1855)

Нашел моментально сумму всех натуральных чисел от 1 до 100, будучи еще учеником начальной школы.

Решение:



$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots + 99=$

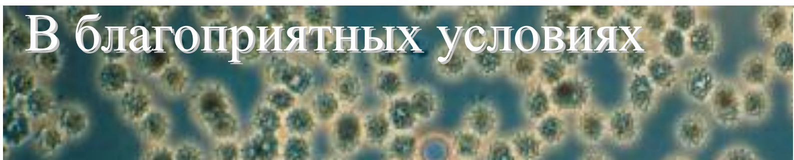
$= (1 + 99) + (2 + 98) +$

$+\ldots\ldots + (49 + 51) + 50 =$

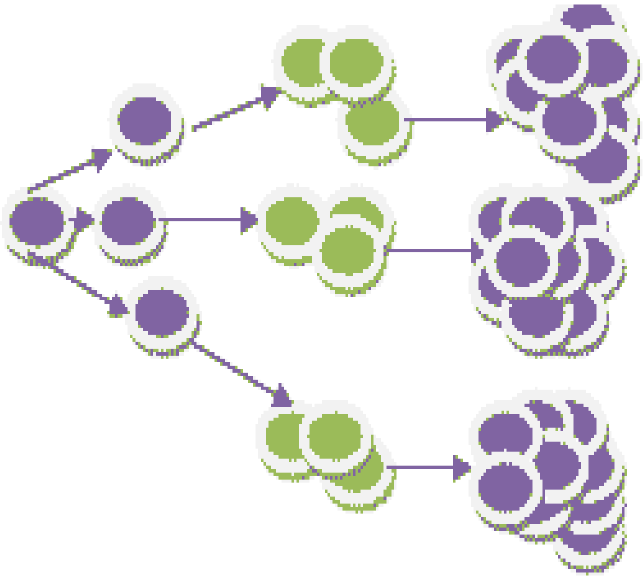
$=100 \cdot 49 + 50 =4900 + 50 =$
4950

Прогрессии в жизни.

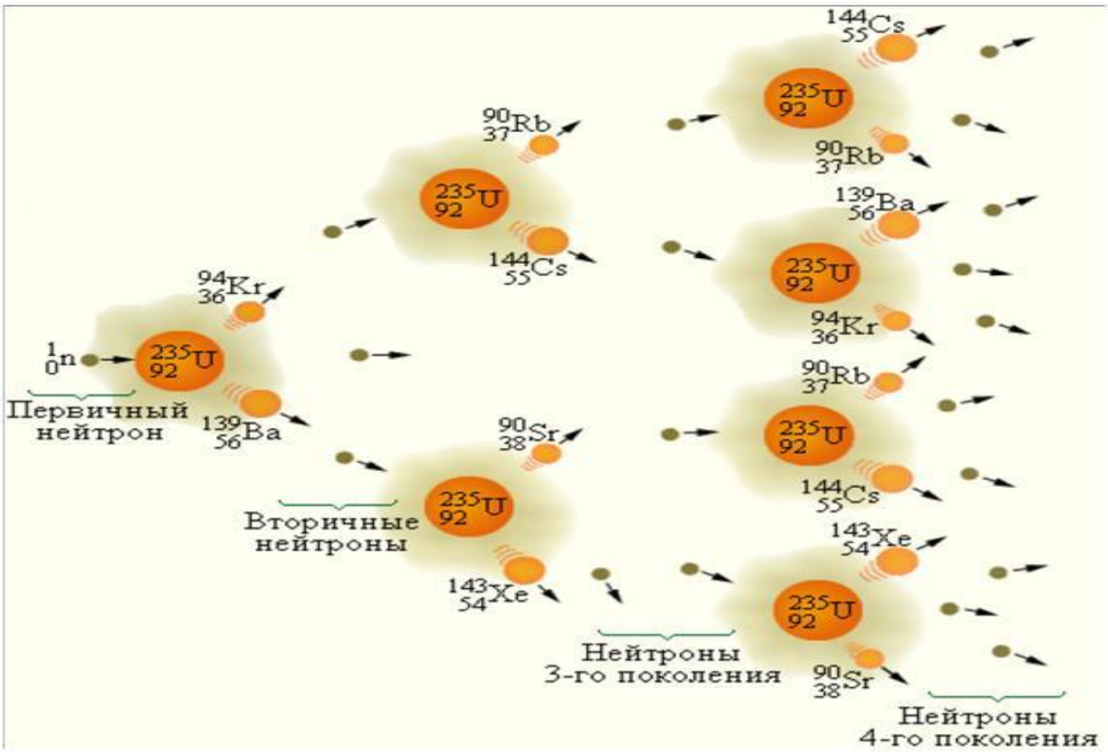
Рост колонии живых организмов.



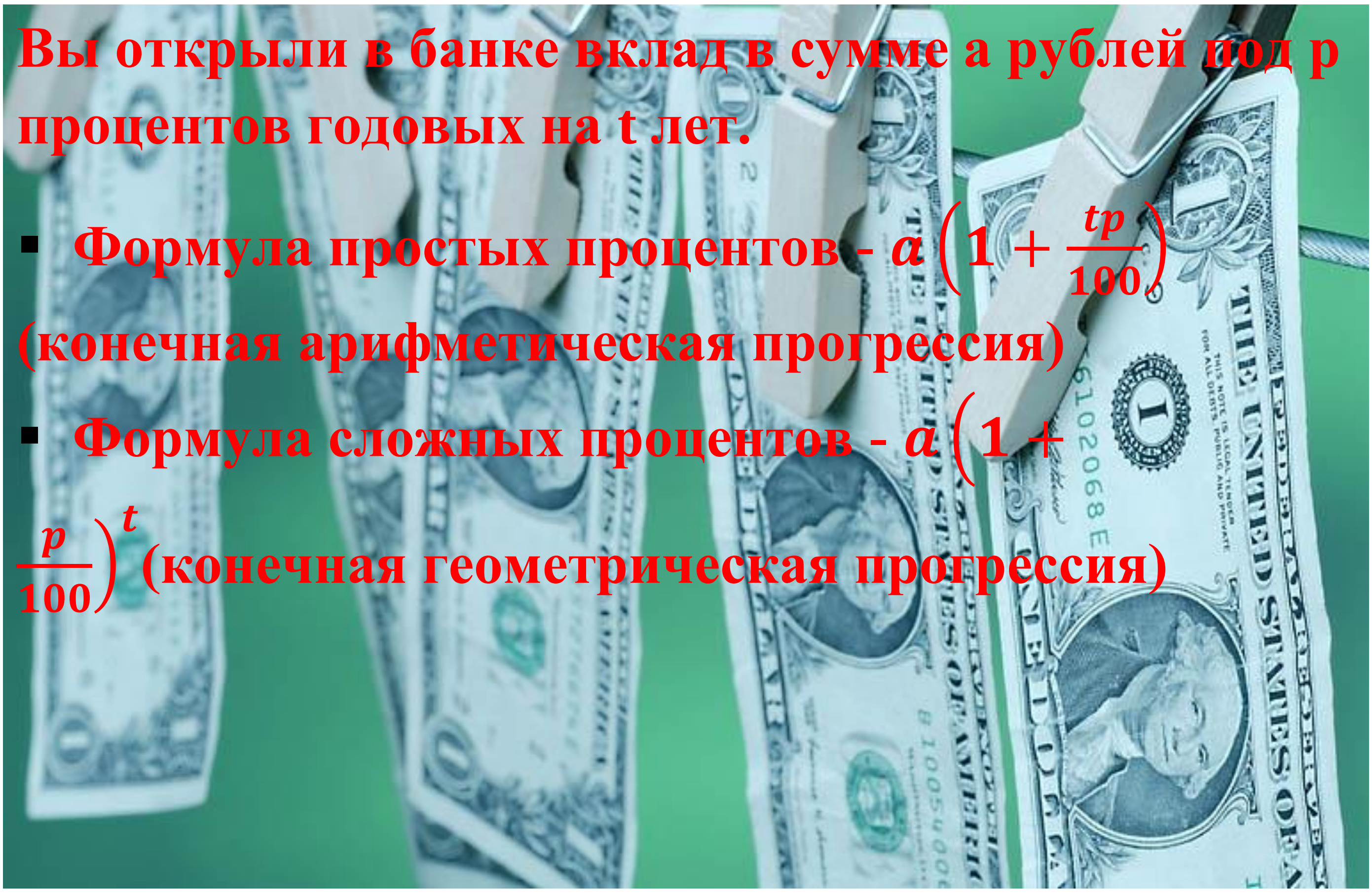
бактерии размножаются так,
что на протяжении одной
минуты каждая из них
делится на три.



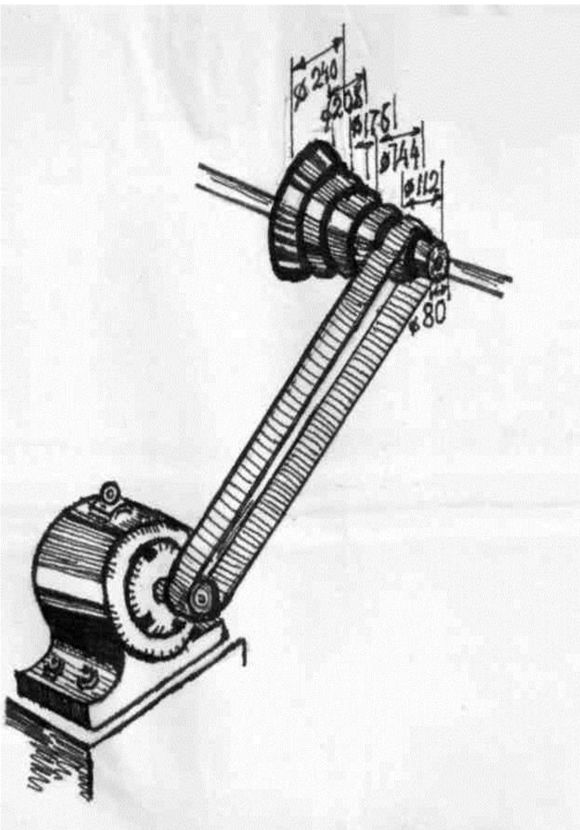
Деление ядер урана.

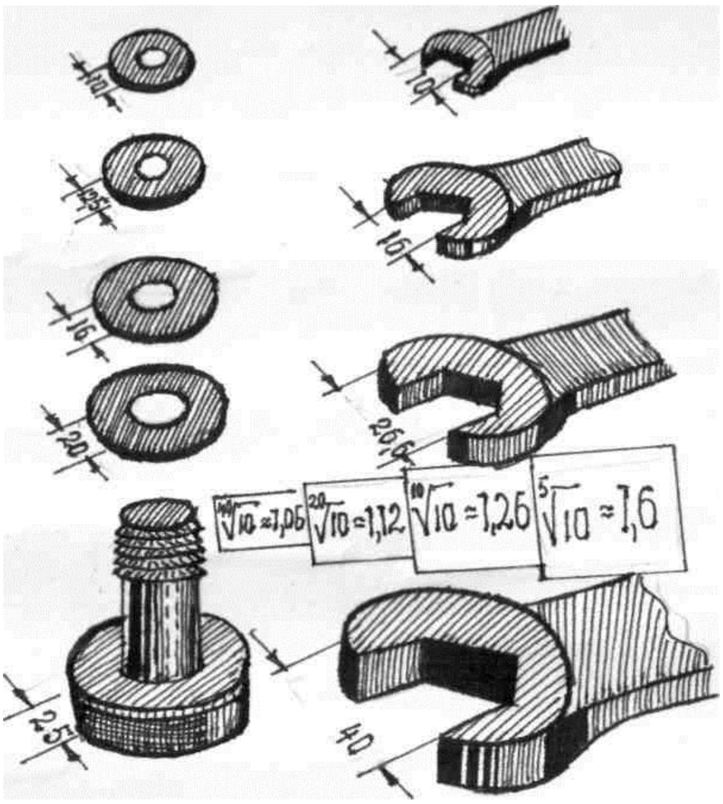


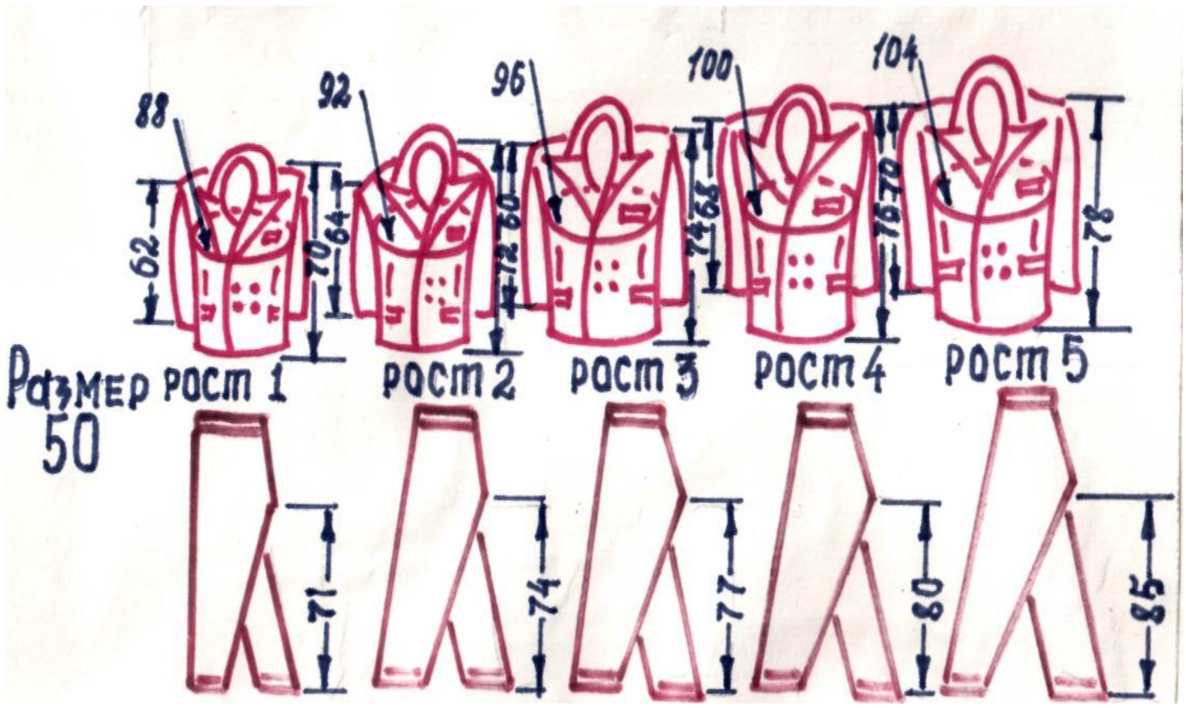
Прогрессии и банковские расчёты.

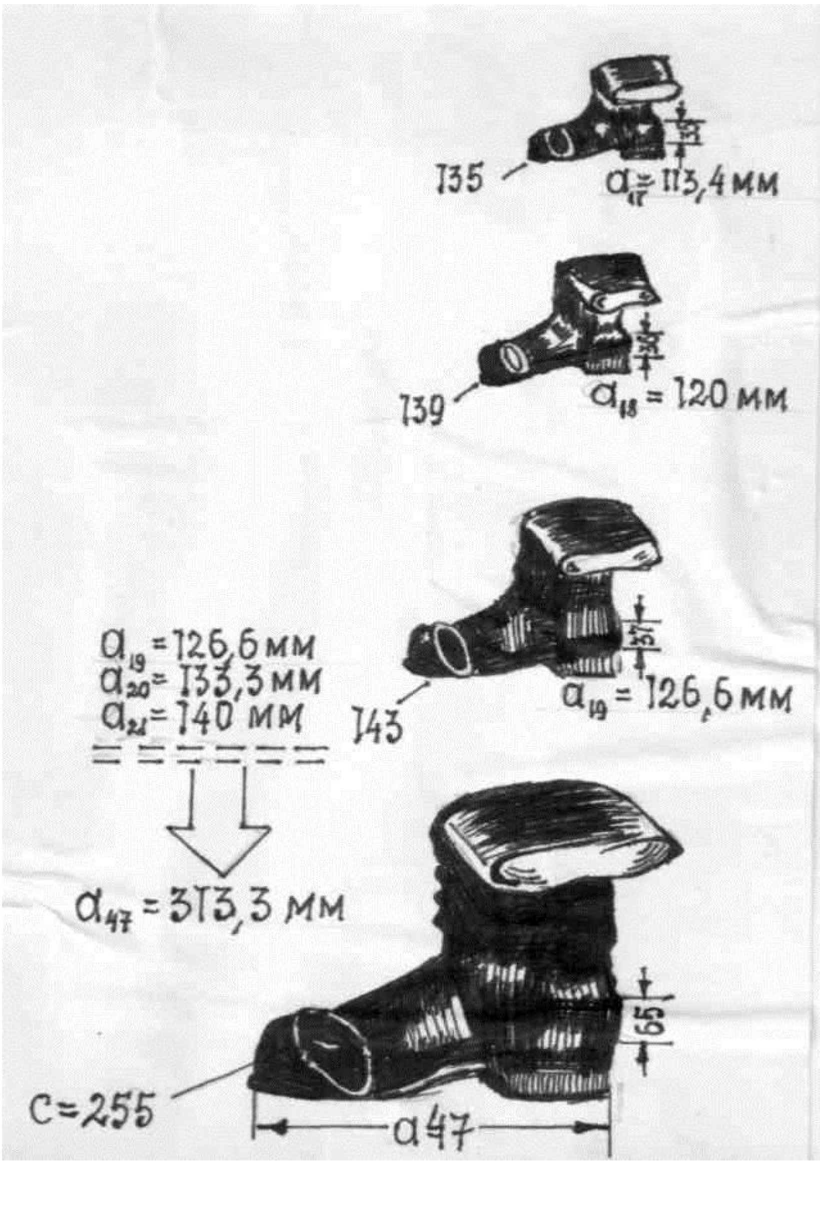


Прогрессии в технике и промышленности.






88
92
96
100
104
Размер 50
рост 1
рост 2
рост 3
рост 4
рост 5
62
70
64
72
68
74
70
76
78
71
74
77
80
85


135
a17 = 113,4 мм
139
a18 = 120 мм
143
a19 = 126,6 мм
a19 = 126,6 мм
a20 = 133,3 мм
a21 = 140 мм
a47 = 313,3 мм
65
c=255
a47

Приложение 3

Доказательство формулы n-ого члена геометрической прогрессии методом математической индукции.

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \qquad (1)$$

Если n=1, то $b_1=b_1\cdot q^{1-1}=b_1$ – верное равенство, т.е. формула (1) для n=1 верна. Предположим, что формула (1) верна для натурального числа n=k, т.е. предположим, что верно равенство $b_k=b_1\cdot q^{k-1}$.

Докажем, что тогда формула (1) верна и для следующего натурального числа n=k+1, т.е. докажем, что $b_{k+1}=b_1\cdot q^k$.

В самом деле, по определению геометрической прогрессии $b_{k+1}= b_k\cdot q = b_1\cdot q^{k-1}\cdot q= b_1\cdot q^k$. Значит, на основании метода математической индукции, формула (1) верна для любого натурального числа n. ■

Приложение 4

Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, b_3, \dots b_n, \dots$

а) Известно, что $b_1=\frac{2}{3}$, q=-3. Найти b_6.

б) Известно, что $b_1=3$, q=2, $b_n=1536$. Найти n.

в) Известно, что q=-2, $b_7=-512$. Найти b_1.

г) Известно, что $b_1=14$, $b_7=\frac{7}{32}$. Найти q.

Приложение 5

Задача 1.

Предприниматель взял в банке кредит на сумму 500000 руб. под 15% годовых. Какую сумму должен вернуть предприниматель банку через 3 года?

Дано:	Решение:
(b_n) – геометрическая прогрессия	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
$b_1=500000$	$b_4 = b_1 \cdot q^3$
$q=1.15$	$b_4 = 500000 \cdot (1.15)^3 = 500000 \cdot 1.520875 =$
$b_4=?$	$=760437.5$руб.

Задача2.

На сберкнижку положили вклад, равный 50000руб. Сколько процентов начисляет банк ежегодно на вклад, если через 2 года сумма на сберкнижке составит 68445руб.

Дано:	Решение:
(b_n) – геометрическая прогрессия	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
$b_1=50000$	$b_3 = b_1 \cdot q^2$
$b_3=68445$	$q=\sqrt{\frac{b_3}{b_1}}$; $q>0$
$q=?$	$q=\sqrt{\frac{68445}{50000}}=\sqrt{1.3689}=1.17$

Значит, годовые проценты: 17%.