Вектором ускорения в точке t_0 называется вторая производная

$$\ddot{x}(t_0) = \frac{d^2x}{dt^2}\Big|_{t=t_0}.$$

Мы будем считать, что встречающиеся нам функции непрерывно дифференцируемы нужное число раз. В дальнейшем, если не оговорено противное, под отображениями, функциями и. т. д. понимаются дифференцируемые отображения, функции и. т. д. Образ отображения $\mathbf{x} : I \to \mathbf{R}^N$ называется *траекторией* или *кривой* в $\mathbf{R}^N$.

Задача. Может ли траектория дифференцируемого движения на плоскости иметь нарисовнный на рис. 3 вид? Может ли вектор ускорения иметь указанное значение?

Ответ: Да. Нет.

Определим теперь, что такое *механическая система из n точек, движущихся в трехмерном евклидовом пространстве.*

Рис. 3 Траекория Движения точки.

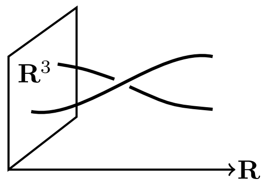

Рис. 4 Мировые линии

Пусть $x : \mathbf{R} \to \mathbf{R}^3$ – движение в $\mathbf{R}^3$. График *) этого отображения является кривой в $\mathbf{R} \times \mathbf{R}^3$.

Кривая в галилеевом пространстве, являющаяся в какой-нибудь (и тогда любой) галилеевой системе координат графиком движения, называется *мировой линией* (рис. 4).

Движение системы из n точек задается в галилеевом пространстве n мировыми линиями. В галилеевой системе координат они описываются n отображениями $x_i : \mathbf{R} \to \mathbf{R}^3, i = 1, \ldots, n$.

Прямое произведение n экземпляров $\mathbf{R}^3$ называется *конфигурационным пространством* системы n точек. Наши n отображений $x_i : \mathbf{R} \to \mathbf{R}^3$ определяют одно отображение

$$x : \mathbf{R} \to \mathbf{R}^N,\ N = 3n,$$

оси времени в конфигурационное пространство. Такое отображение и называется *движением системы из точек в галилеевой системе координат* $\mathbf{R} \times \mathbf{R}^3$.

*) Графиком отображения $f : A \to B$ называется подмножество прямого произведения $A \times B$, составленное из всех пар вида $(a, f(a)), a \in A$.