

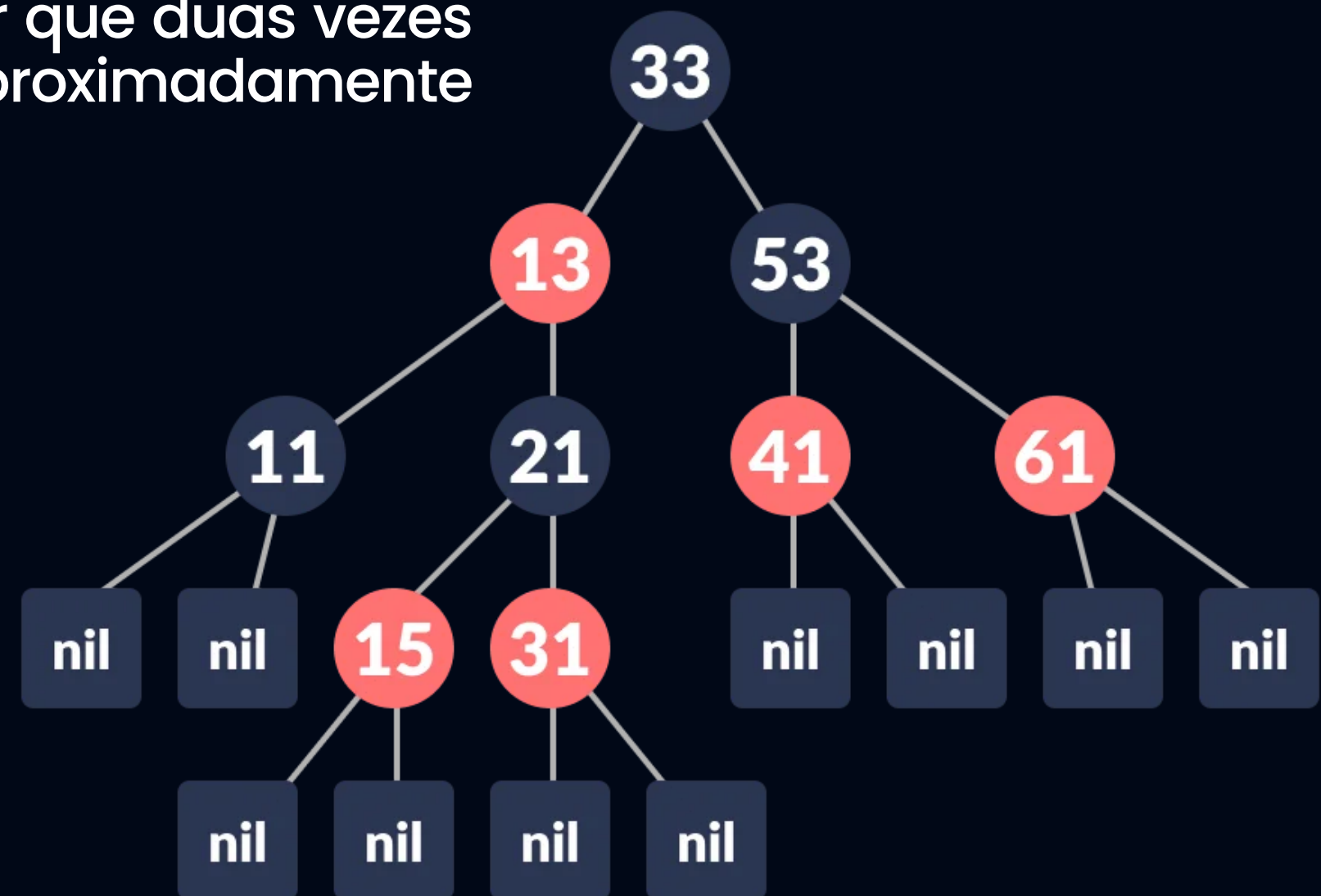
Aluno: Kevin Willyn

Inserção Árvore Red black



Árvore Vermelha e Preta.

Uma árvore vermelho-preto é uma árvore de busca binária com um bit extra de armazenamento por nó: sua cor pode ser VERMELHA ou PRETA. Restringindo as cores dos nós em qualquer caminho simples da raiz até uma folha, as árvores vermelho-preto asseguram que o comprimento de nenhum desses caminhos seja maior que duas vezes o de qualquer outro, de modo que a árvore é aproximadamente balanceada



Propriedades

Árvore Vermelha e Preta

- **Cada nó Tem uma cor: vermelho ou preto.**
- **A raiz é preta**
- **Cada folha (NIL) é preta**
- **o pai de um nó vermelho é sempre preto.**
- **Para cada nó, todos os caminhos simples do nó até folhas descendentes contêm o mesmo número de nós pretos**

Pontos importantes para a Inserção

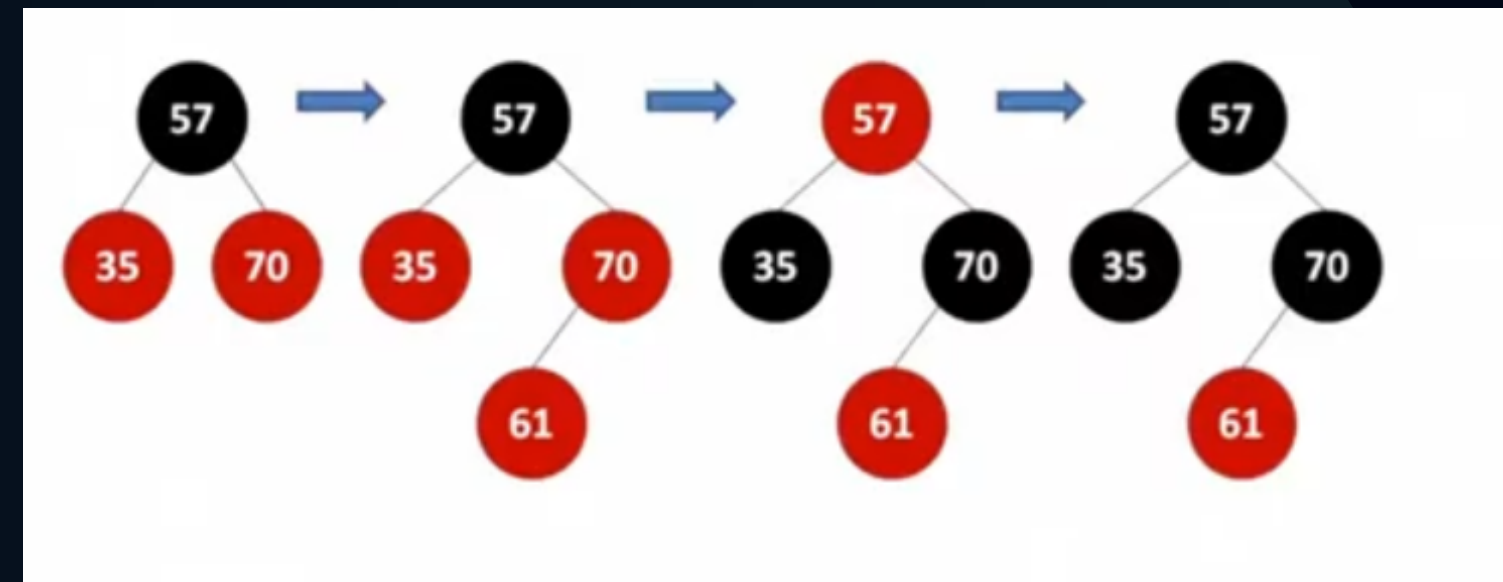
Árvore Vermelha e Preta

- Cada nó inserido , por definição possui cor vermelha.
- A inserção é exatamente igual a de uma ABB.
- Após a inserção, verifica as propriedades que se mantem:
- Lembrando:
 - a raiz da árvore é sempre negra
 - se o pai do novo nó inserido for preto, se mantem todas as propriedades
 - se o pai do novo nó inserido for vermelho, rotações e alteração de cores precisam ser feitas.

Caso da Inserção

Árvore Vermelha e Preta

- **Caso 1: O pai e o tio do novo nó são vermelhos.**

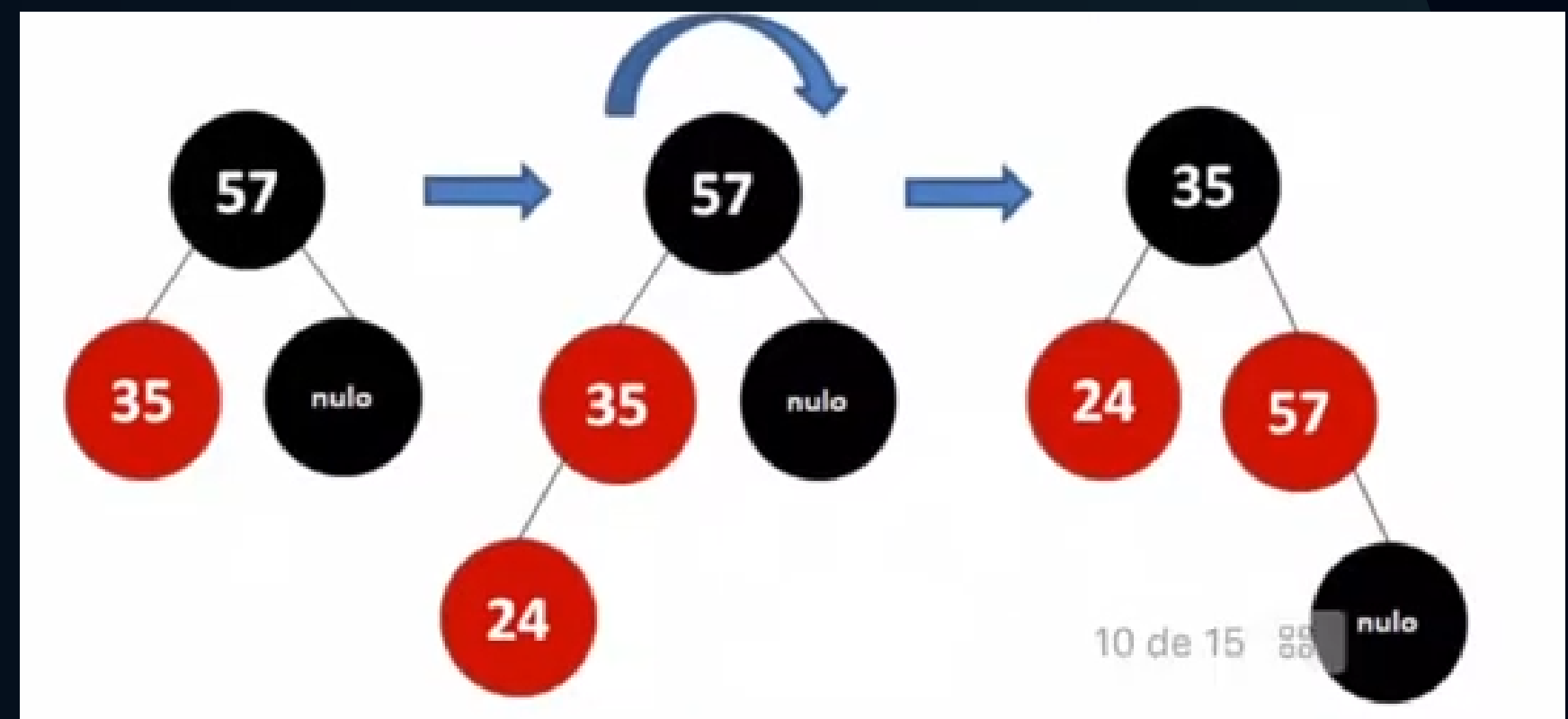


- **Caso 2: O pai é vermelho e o tio é preto**
- **Caso 2a: o novo nó inserido é o filho esquerdo**
- **Caso 2b: o pai do novo nó inserido é o filho direito.**

Caso da Inserção

Árvore Vermelha e Preta

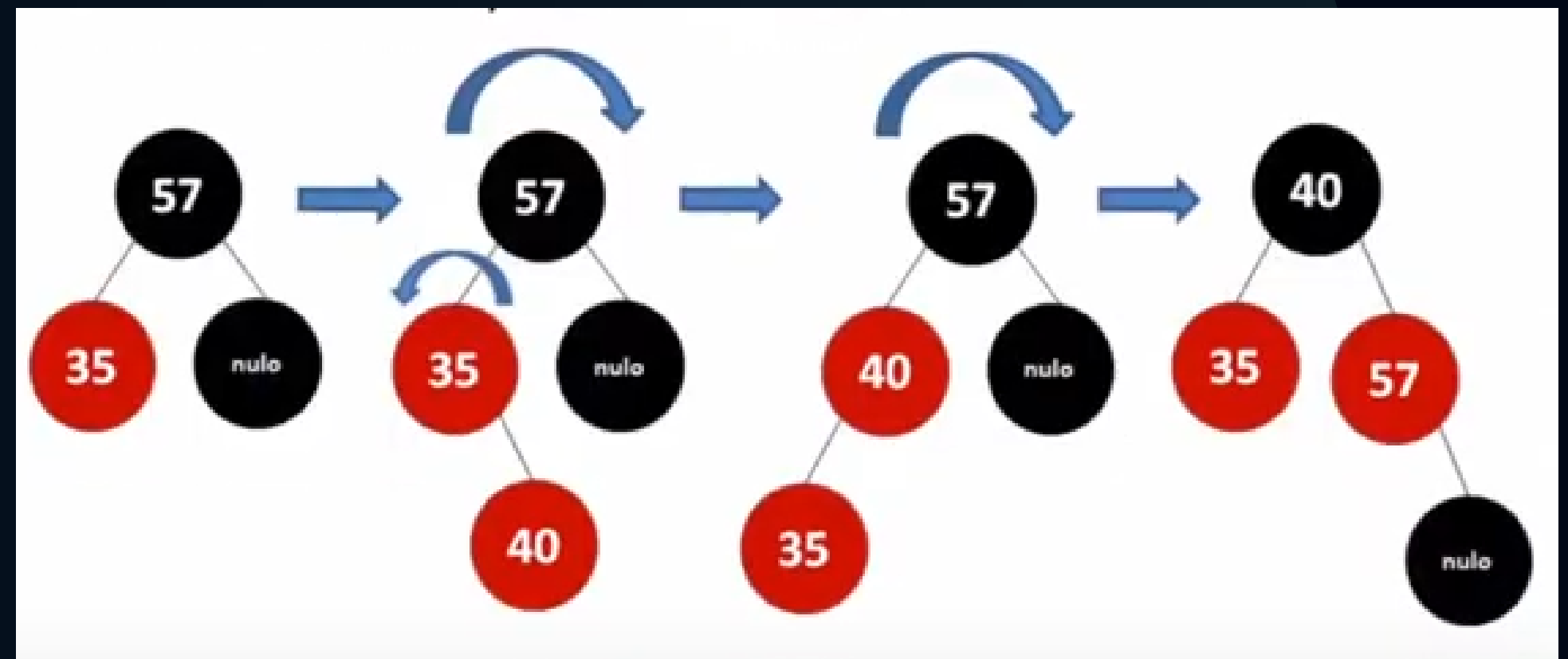
- **Caso 2: O pai é vermelho e o tio é preto**
- **Caso 2a: o novo nó inserido é o filho esquerdo**



Caso da Inserção

Árvore Vermelha e Preta

- **Caso 2: O pai é vermelho e o tio é preto**
- **Caso 2b: o novo nó inserido é o filho direito.**



Pseudocódigo

```
Função inserir(vermelhoNegro, valor):  
    novoNode = criarNode(valor)  
    se raiz(vermelhoNegro) == nulo:  
        raiz(vermelhoNegro) = novoNode  
        cor(novoNode) = preto  
    senão:  
        nodeAtual = raiz(vermelhoNegro)  
        enquanto verdadeiro:  
            se valor(novoNode) < valor(nodeAtual):  
                se esquerda(nodeAtual) == nulo:  
                    esquerda(nodeAtual) = novoNode  
                    pai(novoNode) = nodeAtual  
                    sair do loop  
                senão:  
                    nodeAtual = esquerda(nodeAtual)  
            senão se valor(novoNode) > valor(nodeAtual):  
                se direita(nodeAtual) == nulo:  
                    direita(nodeAtual) = novoNode  
                    pai(novoNode) = nodeAtual  
                    sair do loop  
                senão:  
                    nodeAtual = direita(nodeAtual)  
        senão:  
            retornar # valor já existe na árvore  
    ajustarInsercao(vermelhoNegro, novoNode)
```

```
Função ajustarInsercao(vermelhoNegro, nodo):  
    enquanto cor(pai(nodo)) == vermelho:  
        se pai(nodo) == esquerda(pai(pai(nodo))):  
            tioNode = direita(pai(pai(nodo)))  
            se cor(tioNode) == vermelho:  
                cor(pai(nodo)) = preto  
                cor(tioNode) = preto  
                cor(pai(pai(nodo))) = vermelho  
                nodo = pai(pai(nodo))  
            senão:  
                se nodo == direita(pai(nodo)):  
                    nodo = pai(nodo)  
                    rotacaoEsquerda(vermelhoNegro, nodo)  
                cor(pai(nodo)) = preto  
                cor(pai(pai(nodo))) = vermelho  
                rotacaoDireita(vermelhoNegro, pai(pai(nodo)))  
            senão:  
                tioNode = esquerda(pai(pai(nodo)))  
                se cor(tioNode) == vermelho:  
                    cor(pai(nodo)) = preto  
                    cor(tioNode) = preto  
                    cor(pai(pai(nodo))) = vermelho  
                    nodo = pai(pai(nodo))  
                senão:  
                    se nodo == esquerda(pai(nodo)):  
                        nodo = pai(nodo)  
                        rotacaoDireita(vermelhoNegro, nodo)  
                    cor(pai(nodo)) = preto  
                    cor(pai(pai(nodo))) = vermelho  
                    rotacaoEsquerda(vermelhoNegro, pai(pai(nodo)))  
    cor(raiz(vermelhoNegro)) = preto
```


-> FUNÇÃO DE CUSTO

Vamos considerar a árvore inicialmente vazia e um novo nodo sendo inserido:

1. Inserção do novo nodo:

- Criar um novo nodo: $O(1)$
- Verificar se a raiz é nula: $O(1)$
- Se a raiz for nula, definir o novo nodo como raiz e colori-lo de preto: $O(1)$
- Caso contrário, percorrer a árvore para encontrar a posição correta para inserir o novo nodo:
 - Percorrer a árvore: **$O(\log n)$** no pior caso, onde n é o número de nodos na árvore
 - Comparar o valor do novo nodo com o valor do nodo atual: $O(1)$
 - Verificar se o filho esquerdo ou direito do nodo atual é nulo: $O(1)$
 - Se o filho esquerdo ou direito for nulo, inserir o novo nodo nessa posição: $O(1)$
 - Caso contrário, continuar percorrendo a árvore
- Executar a função de ajuste de inserção: **$O(\log n)$** no pior caso, onde n é o número de nodos na árvore

-> COMPLEXIDADE: **$O(\log N)$**

- > **COMPLEXIDADE: $O(\log(N))$**

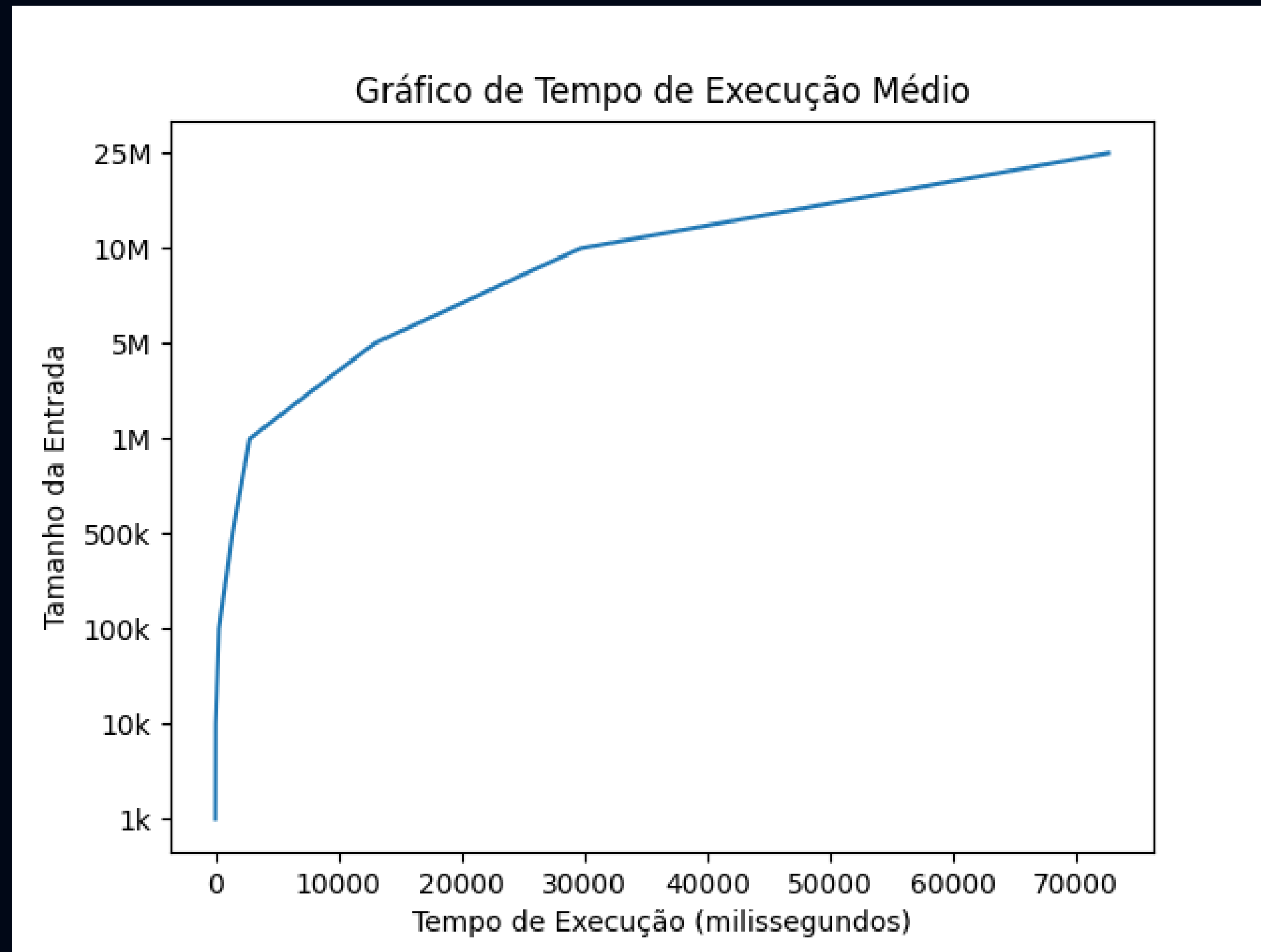
A complexidade da árvore Red-Black é determinada pela altura da árvore em relação ao número de elementos armazenados nela. A altura da árvore Red-Black é limitada superiormente por $2 \cdot \log(n+1)$. Isso significa que a altura da árvore nunca será maior do que duas vezes o logaritmo do número de elementos mais um.

ARVORE VERMELHO E PRETA VS AVL

- **Inserção e exclusão:** Ambas as estruturas de dados oferecem operações de inserção e exclusão eficientes, mas as árvores RB são geralmente mais rápidas para inserções e exclusões.
- **Eficiência de pesquisa:** As árvores AVL são mais eficientes em operações de pesquisa do que as árvores RB.
- **Espaço necessário:** As árvores RB geralmente requerem menos espaço do que as árvores AVL, já que as árvores AVL precisam armazenar um fator de equilíbrio adicional em cada nó para manter a estrutura equilibrada.
- **Uso em cenários específicos:** As árvores AVL são geralmente preferíveis em cenários onde a eficiência de pesquisa é crucial, enquanto as árvores RB são preferíveis em cenários onde as operações de inserção e exclusão são mais frequentes do que as operações de pesquisa.

Cada tipo de árvore binária de busca tem seus próprios prós e contras, e a escolha depende do cenário e dos requisitos específicos da aplicação.

Gráfico



The end