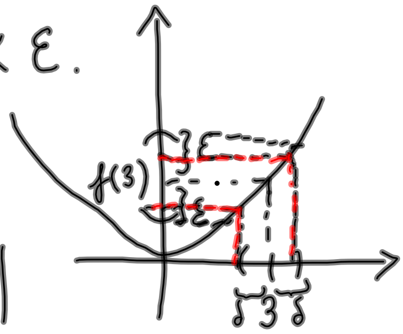
Så $\{y_n\}$ konvergerer ikke.

5.1: 5) b) $f(x) = x^2$ i punktet $x = 3$:

Gitt en $\varepsilon > 0$, må vi finne $\delta > 0$ s.a. når $|x-3| < \delta$, så er $|f(x) - f(3)| < \varepsilon$.



La $h = x - 3$. Merk at

$$|f(x) - f(3)| = |x^2 - 9| = |(x+3)(x-3)|$$

$$\underset{x=h+3}{=} |h||h+6|$$

For $|h| < 1$, så er $|h+6| < 8$ (tatt i litt)

Så hvis $|h| < \min\{1, \frac{\varepsilon}{8}\}$, så er

$$|h||h+6| < \frac{\varepsilon}{8} \cdot 8 = \varepsilon$$

Så velg derfor $\delta = \min\{1, \frac{\varepsilon}{8}\}$. Da vil, når $|x-3| = |h| < \delta$, så er $|f(x) - f(3)| = |h||h+6| < \varepsilon$.

Dermed har vi funnet en passende δ, og f er kontinuerlig i $x = 3$. $\blacksquare$

g) $f(x)=\sqrt{x}$ er kont. i $x=4$:

La $\varepsilon>0$ være gitt. Vi vil finne $\delta>0$ s.a. når $|x-4|<\delta$, så er $|f(x)-f(4)|<\varepsilon$.

La $h=x-4$ (så $x=h+4$).

siden $\sqrt{x}\geq 0$ for $x\in D_f$

Da er:

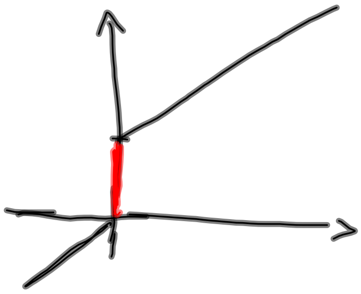
$$|f(x)-f(4)| = |\sqrt{x}-2| < |\sqrt{x}-2|\,|\sqrt{x}+2|$$
$$= |x-4| = |h|$$

Velg $\delta=\varepsilon$. Hvis $|x-4|=|h|<\delta$, så er

$$|f(x)-f(4)| < |h| < \delta = \varepsilon.$$

Dermed er f kontinuerlig i $x=4$.

6) a) $$f(x)=\begin{cases} x+1, & x>0 \\ x, & x\leq 0 \end{cases}$$



Må finne $\varepsilon>0$ s.a. samme hvilken $\delta>0$ man velger, så fins det en x s.a. selv om $|x-0|=|x|<\delta$, så er $|f(x)-f(0)|=|f(x)|\geq\varepsilon$

Velg $\varepsilon = \frac{1}{2}$. Samme hvor liten $\delta > 0$ vi velger vil f. eks. $x = \frac{\delta}{2}$ oppfylle $|x| < \delta$, men siden $x > 0$, så vil $|f(x) - f(0)| = |f(x)|$ $= x + 1 = \frac{\delta}{2} + 1 > \frac{1}{2} = \varepsilon$.

HOPP!

Dermed er f ikke kontinuerlig i $x = 0$.