**Regnedag med prøveeksamen Mat 1100 lørdag 5. desember 2015**

**Hjelpemidler:** *På eksamen er kun formelsamling (2 sider) og godkjent kalkulator tillatt. I dag kan du selvsagt velge om du vil bruke andre hjelpemidler, og om du vil jobbe alene eller samarbeide.*

**Tid:** *Kl. 10-15, med innlagt lunchpause kl. 12-13.*
**Løsningsforslag:** *Legges ut på semestersiden for Mat 1100 ettermiddag/kveld 5. desember.*

Lykke til! Hilsen Arne.

**DEL 1**

**Oppgave 1**. (3 poeng) Det komplekse skalarproduktet $(1, 2i, 4+i, 9) \cdot (2, -i, 4+i, 1)$ er:

A) 18

B) 21

C) $20 - 6i$

D) 26

E) $60 + 6i$

**Oppgave 2**. (3 poeng) Den retningsderiverte $f'(\mathbf{a}; \mathbf{r})$ til funksjonen $f(x, y, z) = x + y^2 + \arctan(xyz)$ i punktet $\mathbf{a} = (1, 1, 1)$ langs vektoren $\mathbf{r} = (1, -1, 2)$ er:

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

**Oppgave 3**. (3 poeng) Hvilken av funksjonene under oppfyller $\dfrac{\partial f}{\partial x} = -2xy \sin(x^2 y) e^{\cos(x^2 y)}$:

A) $f(x, y) = x^2 y e^{\cos(x^2 y)}$

B) $f(x, y) = e^{\cos(x^2 y)}$

C) $f(x, y) = \cos(x^2 y) e^{\cos(x^2 y)}$

D) $f(x, y) = x^2 y \cos(x^2 y) e^{\cos(x^2 y)}$

E) $f(x, y) = -x^2 y \cos(x^2 y) e^{\cos(x^2 y)}$

**Oppgave 4**. (3 poeng) Volumet av pyramiden utspent av vektorene $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ og $(17, 19, 18)$ er:

A) 1

B) 3

C) 6

D) 17

E) 18

**Oppgave 5**. (3 poeng) La $n > 0$ være et helt tall. Integralet $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \cos^n x \cdot \sin x \quad dx$ er:

A) 1

B) $1/n$

C) $1/(n+1)$

D) $1/\pi$

E) $2\pi$

**Oppgave 6**. (3 poeng) Funksjonen $f : (0, \infty) \to \mathbf{R}$ gitt ved $f(x) = x \cdot 7^{1/x}$ har:

A) skråasymptoten $y = 7x$

B) skråasymptoten $y = x + 7$

C) skråasymptoten $y = x + \ln 7$

D) skråasymptoten $y = x - \ln 7$

E) ingen skråasymptote

**Oppgave 7**. (3 poeng) Hvis $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, så er determinanten til matrisen $3M + M^3$ lik:

A) 183

B) $-185$

C) 187

D) $-189$

E) 191

**Oppgave 8**. (3 poeng) En sylinderformet boks uten lokk med radius $r = 20$ cm fylles med vann. Akkurat når vanndybden i boksen er 20 cm, strømmer det vann ned i boksen med hastighet $0,8$ liter per sekund. Hvor fort øker vanndybden akkurat da, målt i cm per sekund?

A) $1/\pi$

B) $2/\pi$

C) $3/\pi$

D) $4/\pi$

E) $5/\pi$

**Oppgave 9**. (3 poeng) Volumet av omdreiningslegemet som fås når området mellom grafene til $f(x) = e^x$ og $g(x) = (e^x)^2$ på intervallet $[0, 1]$ dreies om $x$-aksen, er:

A) $\frac{\pi}{4}(e^2 - 1)^2$

B) $\frac{\pi}{4}(e^2 + 1)^2$

C) $\frac{\pi}{2}(e^2 - 1)^2$

D) $\frac{\pi}{2}(e^2 + 1)^2$

E) $\frac{\pi}{3}e^4$

**Oppgave 10**. (3 poeng) La $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ være funksjonen definert for alle $x$ ved

$$f(x) = \int_0^x \sqrt{1 + t^4}\, dt.$$

Da er grensen $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x^3}$ :

A) 0

B) 1/3

C) 1

D) 7/5

E) $+\infty$

**DEL 2**

HUSK AT I DENNE DELEN MÅ DU BEGRUNNE ALLE SVARENE DINE

**Oppgave 11**. (10 poeng) Finn de tre tredjerøttene til det komplekse tallet $z = -1$. Skriv røttene på formen $re^{i\theta}$.

**Oppgave 12**. La funksjonen $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ være definert ved $f(x) = x \ln |x|$ for $x \neq 0$ og $f(0) = 0$.

a) (10 poeng) Avgjør om $f$ er kontinuerlig i $x = 0$.

b) (10 poeng) Avgjør om $f$ er deriverbar i $x = 0$.

**Oppgave 13**. (10 poeng) Vis at det uegentlige integralet

$$\int_1^\infty \frac{1}{1 + x^2 + \ln(1 + x^2)} \, dx$$

konvergerer.

**Oppgave 14**.

a) (10 poeng) Finn integralet

$$\int \frac{1}{x^2 - x + 1} \, dx.$$

b) (10 poeng) Finn integralet

$$\int \frac{x - 2}{x^2 - x + 1} \, dx.$$

c) (10 poeng) Finn integralet

$$\int \frac{1}{1 + x^3} \, dx.$$

SLUTT