MAT 1100
Obligatorisk oppgave 2 av 2, høsten 2016

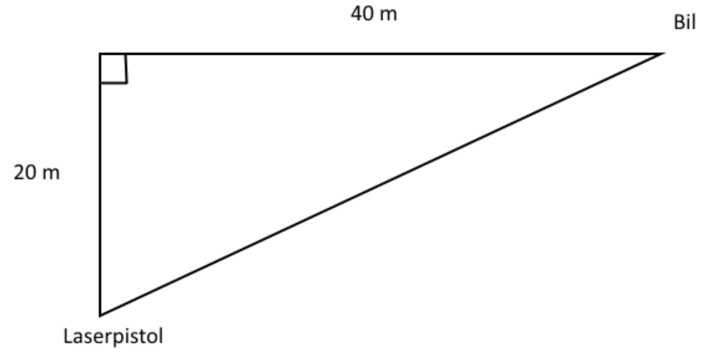
Ordinær levering: Muntlig presentasjon (30 minutter) sammen med medstudent. Tid og sted etter oppsatt plan, se informasjon på semestersiden for MAT 1100. Studenter som ikke får sin presentasjon godkjent, men som har gjort et reelt forsøk på å løse oppgavene, vil få én mulighet til å levere en revidert, skriftlig besvarelse. Manglende oppmøte på presentasjonstidspunktet uten søknad om utsettelse/skriftlig levering, gir ikke mulighet til å levere skriftlig til utsatt frist. Studenter som presenterer sammen, vurderes uavhengig av hverandre. Det er derfor mulig at den ene kan få presentasjonen godkjent og den andre ikke.

Utsatt leveringsfrist (skriftlig): Torsdag 10. november kl. 14.30 i obligkassa som står i gangen utenfor ekspedisjonen i 7. etasje i Niels Henrik Abels hus. Alle skriftlige besvarelser skal inkludere følgende offisielle forside: uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-obligforside.pdf
Det vil bli lagt vekt på at man har en klar og ryddig besvarelse med gode begrunnelser. Du kan få poeng på en oppgave selv om du ikke har kommet frem til riktig svar. For å få besvarelsen godkjent, må man ha minst 60 % skår. Alle de 10 delspørsmålene (a, b osv) teller like mye. Det er lov å samarbeide og bruke alle slags hjelpemidler. Den innleverte besvarelsen skal imidlertid være levert av deg og reflektere din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

Søknad om utsettelse/skriftlig levering: Hvis man blir syk eller av andre grunner ikke kan gjennomføre presentasjonen, må man ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (7. etg. Niels Henrik Abels hus, e-post: studieinfo@math.uio.no) i god tid før oppsatt tid for presentasjon. **For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:**
uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

Oppgave 1

Du skal kontrollere farten til biler som kjører på en rett vei ved å bruke laserpistol. Du har plassert deg ved en busk 20 meter fra veien. En bil kjører forbi, og du sikter laserpistolen mot den. Når bilen passerer et merke du har satt ved veien 40 meter forbi punktet nærmest der du sitter, gjør du målingen. Resultatet viser at avstanden mellom pistolen og bilen akkurat i dette øyeblikket øker med 105 km/h. Hvor fort kjører bilen akkurat da?



Oppgave 2

a) Vis at hvis $\sin x \neq 0$, så er $\dfrac{1}{1+\cot^2 x} = \sin^2 x$

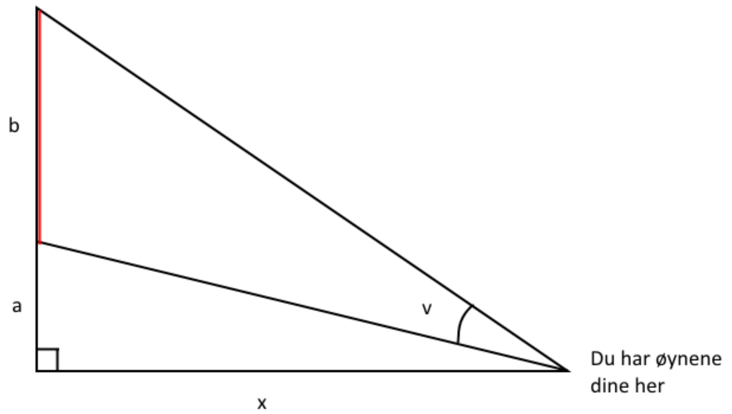
b) Bruk formelen $(f^{-1})'(f(x)) = \dfrac{1}{f'(x)}$ med $f(x) = \cot x$ og $x \in (0, \pi)$ til å vise at

$(f^{-1})'(\cot x) = -\sin^2 x$

c) Utled formelen $(\operatorname{arccot} x)' = -\dfrac{1}{1+x^2}$

Oppgave 3

Du står på en horisontal slette og ser på en vertikal, rektangulær storskjerm med høyde *b* plassert slik at nedre kant av skjermen har høyde *a* over din øyehøyde. Vi skal finne ut hvilken horisontal avstand x fra skjermen du bør stå i for å få størst mulig synsvinkel v på skjermen. Se figur.



a) Begrunn at vinkelen v som funksjon av avstanden x for $x > 0$ kan skrives

$v(x) = \arctan\left(\dfrac{a+b}{x}\right) - \arctan\left(\dfrac{a}{x}\right)$

b) Finn den deriverte $v'(x)$ av funksjonen $v(x)$ for $x > 0$.

c) Finn $\lim\limits_{x\to\infty} v(x)$.

d) Finn $\lim\limits_{x\to 0^+} v(x)$.

e) Finn det globale maksimumspunktet for $v(x)$ på intervallet $(0, \infty)$.

f) Hvor langt unna storskjermen bør du stå for å få størst mulig synsvinkel? Hvor langt unna bør du stå hvis $a = 4$ meter og $b = 5$ meter?

LYKKE TIL!