MAT 1100: OBLIGATORISK OPPGAVE 1, H-09

Innleveringfrist: Senest fredag, 18. september, kl. 14.30 på ekspedisjonskontoret til Matematisk institutt (7. et i N.H.Abelshus). Du kan skrive for hånd eller på datamaskin, men besvarelsen må uansett leveres på papir. Erfaringsmessig blir det lange køer rett før innleveringsfristen, så det er smart å levere tidligere. Obligen skal leveres med egen forside som du finner lenket til på:

http://www.uio.no/studier/emner/matnat/math/MAT1100/h09/obliger.xml

Denne lenken finner du også under obligatoriske oppgaver på semestersiden til emnet, og det vil være papirkopier av forsiden tilgjengelig ved innlevering. På nettsiden over finner du også regelverket for obliger ved Matematisk institutt. Husk spesielt å søke om utsettelse til

studieinfo@math.uio.no

før innleveringsfristen dersom du blir syk, og at sykdom må dokumenteres med legeattest.

Instruksjoner: Oppgaven er obligatorisk og studenter som ikke får besvarelsen godkjent, vil ikke få adgang til avsluttende eksamen. For å få besvarelsen godkjent, må man ha 50% score, og det vil bli lagt vekt på en klar og ryddig besvarelse med gode begrunnelser. Alle svar skal begrunnes. Prosentangivelsenen på oppgavene viser hvor stor del de utgjør av hele settet. Du kan få poeng på en oppgave selv om du ikke er kommet fram til et svar. Det er derfor viktig at du leverer inn alt du har kommmet fram til. Studenter som ikke får sin opprinnelige besvarelse godkjent, men som gjennom besarelsen viser at de har gjort et reelt forsøk på å løse oppgavene, vil få en mulighet til å levere en revidert besvarelse. Det er lov å samarbeide og bruke alle slags hjelpemidler. Den innleverte besvarelsen skal imidlertid være skrevet av deg og gjenspeile din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

Oppgavesettet består av fem oppgaver som kan gjøres uavhengig av hverandre og som alle teller like mye. Oppgavene finner du på neste side.

Oppgave 1

Skriv det komplekse tallet $z = \frac{12}{\sqrt{3}+3i}$ først på formen $a + ib$, og så på polarformen $re^{i\theta}$.

Oppgave 2

Finn de komplekse tallene z som oppfyller likningen $2|z| = |z-3-3i|$, og skisser løsningsmengden i det komplekse planet.

Oppgave 3

Finn alle komplekse løsninger til likningen

$$z^4 - z^2 + 1 = 0.$$

Gi en faktorisering av z^4-z^2+1, først i komplekse førstegradspolynomer og så i reelle andregradspolynomer.

Oppgave 4

Finn grensene

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3n+2}{\sqrt{4n^2-1}} \quad \text{og} \quad \lim_{n\to\infty} \sqrt{n^2-5n} - n.$$

Oppgave 5

En følge $\{a_n\}$ er definert ved

$$a_1 = 3, a_{n+1} = 3\sqrt{a_n} \quad \text{for} \quad n \geq 1.$$

Vis at $a_n < 10$ og at $a_{n+1} > a_n$ for alle n. Forklar hvorfor følgen konvergerer og finn $\lim_{n\to\infty} a_n$.

Lykke til!