Prøveeksamen i MAT 1100, H-03
Fasit

1. Integralet $\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x}\,dx$ er lik:
Riktig svar: c) $\arctan(\sin x) + C$.

2. Hvis $a > 0$ er en konstant, så er $\int_0^2 x^{a-1}\, e^{x^a}\, dx$ lik:
Riktig svar: a) $\frac{1}{a}\left(e^{2^a} - 1\right)$.

3. Dersom vi skal bruke delbrøkoppspalting på uttrykket $\frac{x^2+4x+5}{(x+1)(x^2+2x+5)^2}$, bør vi sette det lik:
Riktig svar: e) $\frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2+2x+5} + \frac{Dx+E}{(x^2+2x+5)^2}$.

4. Når vi substituerer $u = \sqrt{x} + 1$ i integralet $\int_1^9 \arctan(\sqrt{x}+1)\, dx$, får vi:
Riktig svar: c) $\int_2^4 2(u-1)\arctan u\, du$.

5. Det uegentlige integralet$\int_e^\infty \frac{1}{x\ln x}\, dx$:
Riktig svar: a) divergerer. (Kommentar: Integralet divergerer uhyre langsomt og det er derfor lett å bli lurt om man prøver å løse oppgaven på lommeregnereren.)

6. Den deriverte til funksjonen $F(x) = \int_0^{\sqrt{x}} e^{t^2}\, dt$, $x > 0$, er lik:
Riktig svar: e) $\frac{e^x}{2\sqrt{x}}$

7. Gradienten til $f(x,y) = x^2 e^{-xy}$ er:
Riktig svar: d) $(2xe^{-xy} - x^2ye^{-xy}, -x^3e^{-xy})$.

8. Når $f(x,y) = 2xy + y^2$, $\mathbf{a} = (1,2)$ og $\mathbf{r} = (3,-1)$ er den retningsderiverte $f'(\mathbf{a},\mathbf{r})$ lik:
Riktig svar: d) 6.

9. Når vi står i punktet (1,-3), stiger funksjonen $f(x,y) = 3x^2y + xy$ raskest i retningen:
Riktig svar: d) (-21,4).

10. Grenseverdien $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+3xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$ er lik:
Riktig svar: a) 0.

DEL 2

Oppgave I. $w_0 = 1 + i\sqrt{3}$ og $w_1 = -1 - i\sqrt{3}$

Oppgave II. $\frac{x^2}{2}\ln(x+1) - \frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} - \frac{1}{2}\ln(x+1) + C$

Oppgave III.
a) $(0,0)$ og $(-\frac{4}{3}, -\frac{4}{3})$.
b) $(0,0)$ er et lokalt minimum og $(-\frac{4}{3}, -\frac{4}{3})$ er et sadelpunkt
.
Oppgave IV.
a) $\pi\left(25a - \frac{a^3}{3}\right)$
b) $\frac{0.5}{16\pi} \approx 0.01$

Oppgave V. Hint: Bruk definisjonen av kontinuitet i første del. I andre del bruker du først ekstremalverdisetningen på g', deretter middelverdisetningen på g.