MAT1100 - Grublegruppen
Uke 35

Jørgen O. Lye

Komplekse tall

Logaritmen

Vi kan velge å skrive logaritmen til et komplekst tall $z = x + iy = re^{i\theta}$ som

$$\ln(z) = \ln(r) + i\theta$$

Bruk dette til å regne ut følgende logaritmer:

a)

$z = 1$

b)

$z = -1$

c)

$z = i$

d)

$z = -i$

e)

$z = 1 + i$

Opphøyning

Vanligvis definerer man x^a til å være

$$x^a = e^{a \ln(x)}$$

når a ikke er et rasjonalt tall. Bruk denne definisjonen for komplekse tall til å regne ut:

a)

1^i

b)

i^i

c)

$(-3)^{-i}$

Noen finurligheter

Merk at siden i polarformen $z = re^{i\theta}$ kan man bytte ut θ med $\theta + 2\pi n$ for heltall n. Men når man har tatt logaritmen $\ln(z) = r + i\theta$ får man et annet tall hvis man endrer θ. Dette fører blant annet til følgende problem: det er ikke lengre sant at $\ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b)$. Ikke helt ihvertfall. Regn ut venstre og høyre side av $\ln(1) = \ln(-1) + \ln(-1)$ for en demonstrasjon.

Det samme fenomenet har man for røtter: det er ikke sant at for alle komplekse tall så er $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$. Anta det er sant:

$$1 = \sqrt{1} = \sqrt{-1}\sqrt{-1} = i \cdot i = -1$$

Dette er ikke akkurat en bra situasjon!