

Tom Lindström.

Föreläsningar

Requärens / grupper

Plenumsamlingar

Tilllegg:

Snubbe-gruppe

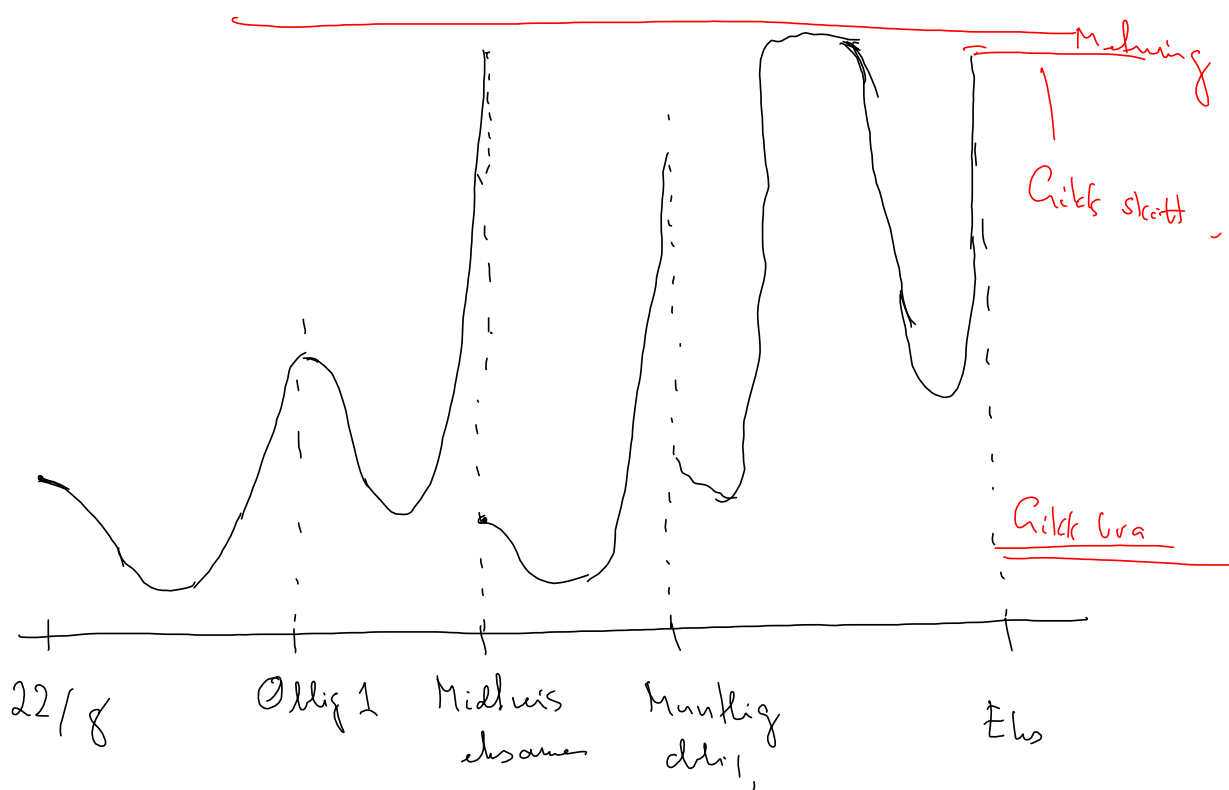
Grubbe-gruppe

Nettbud for den som bare har R1.

Obligatorisk

Obliger: → 2 $\begin{array}{l} \text{skriftlig} \\ \text{muntlig} \end{array}$

Ekamen: → midveis 13. oktober $1/3$
avsluttende 6. desember $2/3$



VGS: \Rightarrow litt nye pussing, litt nye ven metabolisme

UniV: \Rightarrow mer hoi, mer fastidse.

Requæresen \Rightarrow legges ned i skole

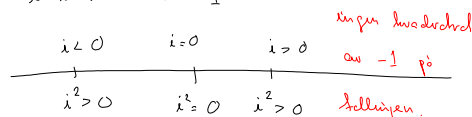
Plenumsrequis \Rightarrow om to skole

istiden blir del forelesninger onsdag 12-14 denne
og neste uke,

Kap 3: Komplekse tall

Grunnspørsmål: Har negative tall kvadratrøtter?

Finnes f.eks. $\sqrt{-1}$, dvs finnes det et tall
i slett et $i^2 = -1$



Utgangspunkt: Vi antar at det finnes et tall
i slett et $i^2 = -1$ og ser hva slags konsekvenser
det har:

Her har vi: i samt alle mulige tall a, b.

$z = a + ib$ der $a, b \in \mathbb{R}$ kalles et komplekst tall.

Addisjon: $z = a + ib$, $w = c + id$

$$z + w = a + ib + c + id = \underbrace{(a+c)}_{\mathbb{R}} + i \underbrace{(b+d)}_{\mathbb{R}}$$

Eksempel: $z = 3 + 7i$, $w = 2 - 4i$ ($= 2 + i(-4)$)

$$z + w = (3 + 7i) + (2 - 4i) = 5 + 3i$$

Subtraksjon: $z = a + ib$, $w = c + id$

$$z - w = a + ib - (c + id) = a + ib - c - id = (a-c) + i(b-d)$$

Eksempel: $z = 3 + 4i$, $w = 2 - 7i$

$$z - w = 3 + 4i - (2 - 7i) = 3 + 4i - 2 + 7i = 1 + 11i$$

Multiplikasjon: $z = a + ib$, $w = c + id$

$$zw = (a + ib)(c + id) = ac + iad + ibc + i^2 bd = \underbrace{ac - bd}_{\mathbb{R}} + i(ad + bc)$$

Eksempel: $z = 7 + 3i$, $w = -2 + 4i$

$$(7 + 3i)(-2 + 4i) = -14 + 28i - 6i + 12i^2 = -14 + 22i - 12 = -26 + 22i$$

Divisjon: $z = a + ib$, $w = c + id$

$$\frac{z}{w} = \frac{a + ib}{c + id} = \frac{(a + ib)(c - id)}{(c + id)(c - id)} \quad \begin{array}{l} \text{"ganger med"} \\ \text{den konjugerte til} \\ \text{nevneren"} \end{array}$$

$$= \frac{ac - iad + ibc - i^2 bd}{c^2 - id + icd - i^2 d^2} = \frac{ac + bd + i(-ad + bc)}{c^2 + d^2}$$

$$= \underbrace{\frac{ac + bd}{c^2 + d^2}}_{\mathbb{R}} + i \underbrace{\frac{-ad + bc}{c^2 + d^2}}_{\mathbb{R}}$$

Eksempel: $z = 2 + 3i$, $w = 7 - 4i$

$$\frac{z}{w} = \frac{2 + 3i}{7 - 4i} = \frac{(2 + 3i)(7 + 4i)}{(7 - 4i)(7 + 4i)}$$

$$= \frac{14 + 8i + 21i + 12i^2}{7^2 - 4^2 i^2} = \frac{14 + 29i - 12}{49 + 16}$$

$$= \frac{2 + 29i}{65} = \frac{2}{65} + \frac{29}{65}i$$

Exempel på likningslösning:

$$2i + (3+2i)z = 7 \Rightarrow (3+2i)z = 7-2i \quad | : (3+2i)$$

$$= z = \frac{7-2i}{3+2i} = \frac{(7-2i)(3-2i)}{(3+2i)(3-2i)}$$

$$= \frac{21 - 14i - 6i + 4i^2}{9 - 4i^2} = \frac{21 - 14i - 6i - 4}{9 + 4}$$

$\begin{matrix} \text{red circle around } i^2 & \text{red circle around } i^2 \\ \text{red arrow from } i^2 \text{ to } -1 & \text{red arrow from } i^2 \text{ to } -1 \end{matrix}$

$$= \frac{17 - 20i}{13} = \frac{17}{13} - \frac{20}{13}i$$