Mat 1100 Obligatorisk oppgave 2

Høsten 2013

Innleveringsfrist: *Torsdag 31. oktober kl. 14.30.*

Sted for innlevering: *7. etasje, Niels Henrik Abels hus. Det blir ofte kødannelse ved innleveringstidspunktet, så det kan være lurt å ikke komme rett før kl. 14.30. Husk å søke om utsettelse til studieinfo@math.uio.no før innleveringsfristen dersom du blir syk.*

Instruksjoner: *Studenter som ikke får oppgaven godkjent, vil ikke få adgang til avsluttende eksamen. For å få besvarelsen godkjent, må man ha minst 60 % score. Det vil bli lagt vekt på at man har en klar og ryddig besvarelse med gode begrunnelser. Alle delspørsmål (punktene a, b osv) teller like mye. Du kan få poeng på en oppgave selv om du ikke har kommet frem til riktig svar, og det er derfor viktig at du leverer inn alt du har kommet frem til. Studenter som ikke får sin opprinnelige besvarelse godkjent, men som har gjort et reelt forsøk på å løse oppgavene, vil få én mulighet til å levere en revidert besvarelse.*

Det er lov å samarbeide og bruke alle slags hjelpemidler. Den innleverte besvarelsen skal imidlertid være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

Oppgaven skal leveres med en egen forside, som du finner på

www.mn.uio.no/math/studier/admin/obligatorisk-innlevering/obligforside.pdf

LYKKE TIL!

Oppgave 1 (fortsettelse fra oblig 1)

Sjørøverne fant en skattekiste under gulvet på det punktet Pinky regnet ut for dem, men til kapteinens store irritasjon inneholdt kisten bare et nytt skattekart. På det nye kartet står følgende:

> *Skatten ligger begravd under kongens sete ved den store plassen midt i Lama Ramas jungel. Kongen sitter alltid midt på tribunen, akkurat så høyt oppe at han ser plassen nedenfor best mulig.*

Ved hjelp av kartet finner sjørøverne den store plassen i jungelen. Den har en tribune langs den ene langsiden. Det er lett å finne midten, men spørsmålet er hvor høyt opp på tribunen kongen satt. Kaptein Sabeltann synes å mene at det nærmest er Pinkys feil at de ikke fant skatten forrige gang, og han krever nå at Pinky finner ut av dette.

Pinky måler at plassen er 100 fot bred, og at avstanden fra plassen til tribunen er 20 fot. Tribunevinkelen anslår han til 45 grader. Han tegner så en figur med en trekant ABC der $\angle A$ er rett. Så trekker han en linje fra C til et punkt D på AB slik at lengden av AC er lik lengden av AD, og deretter en linje fra C til et punkt E på DB slik at DE har lengde 20 og EB har lengde 100. Lengden av linjestykket CD kaller han x. Han tegner inn at vinklene $\angle ADC$ og $\angle DCA$ begge er 45°. Til slutt lar han $\angle ECB$ hete ϕ og $\angle ACE$ hete θ.

a) Tegn Pinkys figur. Vis at

$$\tan(\theta + \phi) = 1 + \frac{120\sqrt{2}}{x} \qquad \text{og} \qquad \tan\theta = 1 + \frac{20\sqrt{2}}{x}.$$

b) Finn ϕ uttrykt som en funksjon $\phi(x)$ av x for $x \in (0, \infty)$.

c) Finn $\lim_{x\to 0^+} \phi(x)$ og $\lim_{x\to\infty} \phi(x)$.

d) Finn $\phi'(x)$ for $x \in (0, \infty)$, og avgjør hvor $\phi(x)$ vokser og avtar.

e) Anta at kongen satt slik at synsvinkelen $\phi(x)$ ned på plassen ble maksimal. Hvor mange fot oppover tribunen må sjørøverne gå for å komme dit kongen satt?

Oppgave 2

La f være den reelle funksjonen gitt ved $f(x) = x^x$ for alle $x \in (0, \infty)$.

a) Vi ønsker at definisjonsområdet til f skal utvides til intervallet $[0, \infty)$, og at f fortsatt skal være kontinuerlig. Hva må da $f(0)$ være?

b) La heretter f være funksjonen fra a), med $D_f = [0, \infty)$. Finn $f'(x)$ for $x > 0$, og beregn grensen

$$\lim_{x\to 0^+} f'(x).$$

c) Avgjør hvor f vokser og avtar, og finn eventuelle lokale eller globale ekstremalpunkter for f.

d) Undersøk om f har vertikale, horisontale eller skrå asymptoter.

Oppgave 3

Finn det ubestemte integralet

$$\int \sin(\sin x)\cos(\sin x)\cos x \quad dx.$$

Oppgave 4

Du befinner deg 100 meter fra en rettlinjet racerbane der en bil kjører. Når bilen er 100 meter forbi det punktet på banen som er nærmest deg, kjører den med hastighet 150 km/h. Hvor fort fjerner bilen seg fra deg akkurat da?

SLUTT