<u>Derivasjon:</u> Generelt: $y = f(x)$, $x = g(y)$ omvendte

$$g'(y) = \frac{1}{f'(x)} \quad \text{der } y = f(x).$$

$$y = f(x) = \tan x, \quad f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$$

$g(y) = \arctan y$,

$$(\arctan y)' = \frac{1}{1 + \underbrace{\tan^2 x}_{y^2}} = \frac{1}{1+y^2}$$

<u>Vi har dermed vist:</u>

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

<u>dvs:</u>

$$\int \frac{1}{1+x^2}\,dx = \arctan x + C$$

<u>Eksempel:</u> $f(x) = \arctan(\sin x)$

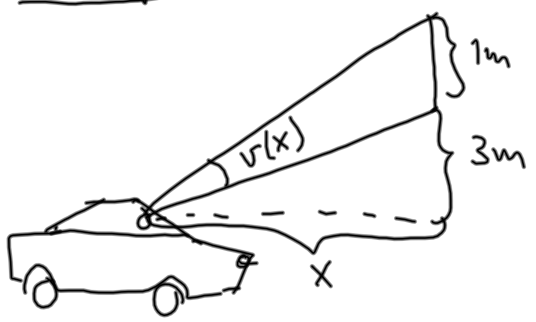
$$f'(x) = \frac{1}{1+\sin^2 x}\cos x = \frac{\cos x}{1+\sin^2 x}.$$

<u>Eksempel:</u>

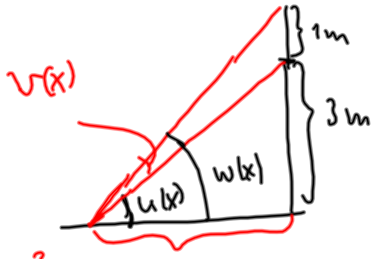
$$\lim_{x\to\infty} x\,\underbrace{\left(\frac{\pi}{2} - \arctan x\right)}_{0} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{\pi}{2} - \arctan x}{\frac{1}{x}}$$

$$\overset{L'H}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{-\frac{1}{1+x^2}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{1+x^2} \overset{L'H}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{2x}{2x} = \underline{\underline{1}}$$

Eksempel:



Når er vinkelen v størst?
Hvilken x-verdi svarer til størst v?



$$v(x) = w(x) - u(x) = \arctan\frac{4}{x} - \arctan\frac{3}{x} \Leftarrow \begin{cases} u(x) = \arctan\frac{3}{x} & \Leftarrow \tan u(x) = \frac{3}{x} \\ w(x) = \arctan\frac{4}{x} & \Leftarrow \tan w(x) = \frac{4}{x} \end{cases}$$

For å finne når $v(x)$ er størst, deriverer vi:

$$v'(x) = \frac{1}{1+\left(\frac{4}{x}\right)^2}\left(-\frac{4}{x^2}\right) - \frac{1}{1+\left(\frac{3}{x}\right)^2}\left(-\frac{3}{x^2}\right) =$$

$$= -\frac{4}{x^2+16} + \frac{3}{x^2+9} = \frac{-4(x^2+9) + 3(x^2+16)}{(x^2+16)(x^2+9)}$$

$$= \frac{-4x^2 - 36 + 3x^2 + 48}{(x^2+16)(x^2+9)} = \frac{-x^2+12}{(x^2+16)(x^2+9)}$$

som er null når $x^2 = 12$,

dvs $x = \sqrt{12}$

$= \underline{\underline{2\sqrt{3}}}$

Utsatt frist på oblig: 20. oktober: