

Mat 1100 Obligatorisk oppgave 1

Høsten 2013

Innleveringsfrist: *Torsdag 26. september kl. 14.30.*

Sted for innlevering: *7. etasje, Niels Henrik Abels hus. Det blir ofte kødannelse ved innleveringstidspunktet, så det kan være lurt å ikke komme rett før kl. 14.30. Husk å søke om utsettelse til studieinfo@math.uio.no før innleveringsfristen dersom du blir syk.*

Instruksjoner: *Studenter som ikke får oppgaven godkjent, vil ikke få adgang til avsluttende eksamen. For å få besvarelsen godkjent, må man ha minst 60 % score. Det vil bli lagt vekt på at man har en klar og ryddig besvarelse med gode begrunnelser. Alle delspørsmål (punktene a, b osv) teller like mye. Du kan få poeng på en oppgave selv om du ikke har kommet frem til riktig svar, og det er derfor viktig at du leverer inn alt du har kommet frem til. Studenter som ikke får sin opprinnelige besvarelse godkjent, men som har gjort et reelt forsøk på å løse oppgavene, vil få én mulighet til å levere en revidert besvarelse.*

Det er lov å samarbeide og bruke alle slags hjelpemidler. Den innleverte besvarelsen skal imidlertid være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

Oppgaven skal leveres med en egen forside, som du finner på

www.mn.uio.no/math/studier/admin/obligatorisk-innlevering/obligforside.pdf

LYKKE TIL!

Oppgave 1

Kaptein Sabeltann er på skattejakt, og han har kommet til et gammelt tempel i jungelen der det ligger en skatt begravd et hemmelig sted under steingulvet. På skattekartet står det:

Om hundre sjømenn går i flokk, kan ingen av dem gå lenge nok...

Først skal du gå ett skritt innover fra døren. Gang så lengden av dette skrittet (målt i fot) med seg selv og deretter med 3, og legg til 196. Del så på 4, og ta kvadratroten. Da finner du ut hvor mange fot du skal ha kommet innover fra døren etter dine *to* første skritt. Gang så denne lengden med seg selv og deretter med 3, legg til 196, del svaret på 4, og ta kvadratroten igjen. Da finner du hvor mange fot du skal ha kommet innover etter *tre* skritt. Fortsetter du å gå slik som dette til evig tid, vil du komme til stedet skatten er nedgravd.

Kapteinen spør mannskapet til råds, men selv Langemann må innrømme at han synes dette høres umulig ut. Man må gå jo uendelig mange skritt, og siden man ikke engang vet hvor langt det første skrittet skal være, vet man ikke hvor lange *noen* av skrittene blir! Pinky har imidlertid gjennomført et anakronistisk brevkurs i Mat1100, og nå begynner han å resonnerer seg frem.

- Vi kjenner ikke lengden av det første skrittet, så la oss kalle den a_1 , målt i fot. La så a_2 være den totale lengden man skal ha flyttet seg etter to skritt, a_3 den totale lengden etter tre skritt, og så videre. Finn en formel som uttrykker a_{n+1} ved a_n , for alle $n \geq 1$.
- Bevis at følgen $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ er oppad begrenset. Du kan her gå ut fra at det første skrittet i alle fall er kortere enn 6 fot.
- Bevis at følgen $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ er voksende.
- Bevis at følgen $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ konvergerer.
- Hvor mange fot fra døren ligger skatten nedgravd?

Oppgave 2

- Finn alle de komplekse åttenderøttene til tallet 1. Skriv røttene på polarform $re^{i\theta}$.
- Tegn en figur som viser hvordan røttene fra a) ligger plassert i det komplekse planet.
- Skriv røttene fra a) på formen $a + bi$.

Oppgave 3

- a) Vis at det komplekse tallet $z = 3 + i$ er en løsning av fjerdegradslikningen

$$z^4 - 11z^3 + 46z^2 - 86z + 60 = 0.$$

- b) Finn eventuelle andre komplekse løsninger av likningen fra a).

Oppgave 4

Her er et “bevis” for at $1 = -1$:

$$1 = \sqrt{1} = \sqrt{(-1) \cdot (-1)} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1} = i \cdot i = -1.$$

Hva er galt med dette?

SLUTT