

Mat 1100 Obligatorisk oppgave 1

Høsten 2015

Innleveringsfrist: *Torsdag 24. september kl. 14.30.*

Sted for innlevering: *7. etasje, Niels Henrik Abels hus. Det blir ofte kødannelse ved innleveringstidspunktet, så det kan være lurt å ikke komme rett før kl. 14.30. Husk å søke om utsettelse til studieinfo@math.uio.no før innleveringsfristen dersom du blir syk.*

Instruksjoner: *Studenter som ikke får oppgaven godkjent, vil ikke få adgang til avsluttende eksamen. For å få besvarelsen godkjent, må man ha minst 60 % score. Det vil bli lagt vekt på at man har en klar og ryddig besvarelse med gode begrunnelser. Alle delspørsmål (punktene a, b osv) teller like mye. Du kan få poeng på en oppgave selv om du ikke har kommet frem til riktig svar, og det er derfor viktig at du leverer inn alt du har kommet frem til. Studenter som ikke får sin opprinnelige besvarelse godkjent, men som har gjort et reelt forsøk på å løse oppgavene, vil få én mulighet til å levere en revidert besvarelse.*

Det er lov å samarbeide og bruke alle slags hjelpemidler. Den innleverte besvarelsen skal imidlertid være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

Oppgaven skal leveres med en egen forside, som du finner på

www.mn.uio.no/math/studier/admin/obligatorisk-innlevering/obligforside.pdf

LYKKE TIL!

Oppgave 1

Finn komplekse tall c_0 , c_1 og c_2 slik at polynomet

$$P(z) = z^3 + c_2 z^2 + c_1 z + c_0$$

har de tre røttene $z = i$, $z = 1 + 5i$ og $z = -2$.

Oppgave 2

Du har funnet et gammelt skattekart som forteller om skatten fra en skute som forliste i året 1681. Kartet sier:

Start ved klippen i strandkanten, der vraket av skuta ligger. For å finne skatten, skal du gå rett innover land fra baksiden av klippen. Skjær ned skutas mast, og legg den slik at den peker rett innover land fra klippens fot. Da kommer du til det *første* målepunktet. Avstanden fra klippen til det *andre* målepunktet finner du ved å gange avstanden til første målepunkt først med seg selv og så med 8, legge til årstallet da skuta forliste, dele på 9 og ta kvadratroten. Avstanden fra klippen til det *tredje* målepunktet finner du ved å gange avstanden til andre målepunkt først med seg selv og så med 8, legge til årstallet da skuta forliste, dele på 9 og ta kvadratroten. Fortsetter du slik uendelig lenge, kommer du dit skatten er nedgravd.

Når du kommer til øya, finner du klippen. Men vraket av skuta er det nesten ingen ting igjen av, og du finner ikke masten! Først tenker du at dette er håpløst. Men så innser du at kunnskaper fra Mat1100 gjør at du kanskje kan finne skatten likevel.

Vi kjenner ikke lengden av masten, så la oss kalles den M (meter). La a_n være avstanden fra foten av klippen til målepunkt nummer n , målt i meter. Da er $a_1 = M$.

- Finn en formel som uttrykker a_{n+1} ved a_n , for alle $n \geq 1$.
- Anta at følgen $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ konvergerer. Hvilket tall konvergerer den i så fall mot?
- Bevis at følgen $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ er oppad begrenset. Her kan du anta at masten i alle fall ikke har vært høyere enn 30 meter.
- Bevis at følgen $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ er voksende.
- Bevis at følgen $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ konvergerer.
- Hvis kartet er riktig, hvor ligger skatten nedgravd? Begrunn svaret.

Oppgave 3

- a) Vis at det komplekse tallet $z = 2i$ er en av røttene til polynomet

$$P(z) = z^4 - 4z^3 + 33z^2 - 16z + 116$$

- b) Finn kompleks faktorisering av polynomet P .
c) Finn reell faktorisering av polynomet P .

Oppgave 4

Bruk definisjonen av kontinuitet til å bevise at funksjonen f gitt ved $f(x) = 17x - 8$ er kontinuert i punktet 3.

SLUTT