

# UNIVERSITETET I OSLO

## Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: Tja, egentlig ikke — Regnedag Mat1100

Eksamensdag: Lørdag 3. desember 2016

Tid for eksamen: 10.00 – 14.45.

Oppgavesettet er på 2 sider.

Vedlegg: På ekte eksamen: Svarark og formelark

Tillatte hjelpemidler: Godkjent kalkulator

Kontroller at oppgavesettet er komplett før  
du begynner å besvare spørsmålene.

Dette oppgavesettet tilsvarende andre del av ordinær avsluttende eksamen, bortsett fra at det inneholder 10 delspørsmål i stedet for 7. Hvis dere vil samarbeide, er det selvsagt helt greit. Spør hvis dere vil ha hjelp og hint. Oppgavesettet gjennomgås kl. 15.15-17 i Sophus Lies auditorium. Lykke til! Hilsen Arne.

**Oppgave 1.** (10 poeng) La  $M$  være matrisen gitt ved

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}.$$

Finn determinanten til matrisen  $2M + M^4$ .

**Oppgave 2.** La  $k > 0$ , og la  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  være definert ved

$$f(x) = e^{-kx^2}.$$

- a) (10 poeng) Avgjør hvor  $f$  vokser og avtar, og finn eventuelle globale maksimums- og minimumspunkter for  $f$ .
- b) (10 poeng) Avgjør hvor  $f$  er konveks og konkav, og skisser grafen til  $f$ .
- c) (10 poeng) La  $r > 0$ . La  $V(r)$  være volumet av omdreiningslegemet som fås når grafen til  $f$  på intervallet  $[0, r]$  roteres om  $y$ -aksen. Finn  $V(r)$ , og avgjør om grensen

$$\lim_{r \rightarrow \infty} V(r)$$

eksisterer.

(Fortsettes på side 2.)

**Oppgave 3.**

- a) (10 poeng) Finn Jacobimatrisen til funksjonen  $\mathbf{F} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  gitt ved

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2yz, xy^2z, xyz^2).$$

- b) (10 poeng) Finn eventuelle punkter  $(x, y, z)$  der determinanten til Jacobimatrisen fra a) er 0.

**Oppgave 4.** (10 poeng) La  $k$  være et reelt tall, og la  $f : (-1, 1) \rightarrow \mathbf{R}$  være funksjonen definert ved

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{1-\sqrt{1-x^2}} & \text{for } x \neq 0 \\ k & \text{for } x = 0. \end{cases}$$

Avgjør om det fins en verdi av  $k$  slik at  $f$  er kontinuert.

**Oppgave 5.** (10 poeng) Finn kompleks faktorisering av polynomet

$$P(z) = z^3 - 11z^2 + 36z - 26.$$

**Oppgave 6.** (10 poeng) Beregn integralet

$$\int \frac{2}{(x+1)(x^2+1)} dx.$$

**Oppgave 7.** (10 poeng) Finn eventuelle horisontale, vertikale eller skrå asymptoter for funksjonen  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$  definert ved

$$f(x) = (x+7)e^{2/x}.$$

SLUTT