

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i MAT1100 — Kalkulus

Eksamensdag: Torsdag 7. oktober 2010.

Tid for eksamen: 12:15 – 13:03.

Oppgavesettet er på 2 sider.

Vedlegg: Ingen

Tillatte hjelpemidler: Alle

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1. Den deriverte til funksjonen $f(x) = x \ln(\cos^2 x)$ er:

- ☐ $\ln(\cos^2 x) + \frac{x}{\cos^2 x}$
- ☐ $-2x \tan x$
- ☐ $\ln(\cos^2 x)$
- ☐ $\ln(\cos^2 x) + x \tan x$
- ☒ $\ln(\cos^2 x) - 2x \tan x$

Oppgave 2. Det komplekse tallet $i/(1 - \sqrt{3}i)$ blir på polarform

- ☐ $\frac{1}{2}e^{2\pi i/3}$
- ☐ $2e^{-i\pi/6}$
- ☐ $\frac{1}{2}e^{i\pi/3}$
- ☐ $\frac{1}{2}e^{-i\pi/3}$
- ☒ $\frac{1}{2}e^{5i\pi/6}$

Oppgave 3. Polynomet $z^3 - 2z^2 + z - 2$ har røtter

- ☐ 1, 2 og i
- ☒ i , $-i$ og 2
- ☐ 1, 2 og 2
- ☐ 2, $1 - i\sqrt{3}$ og $1 + i\sqrt{3}$
- ☐ 1, $1 - i$ og $1 + i$

Oppgave 4. Grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\sqrt{\sin^2(x) + x^2} - \sin(x)} \text{ blir}$$

- ☐ 2
- ☒ $1 + \sqrt{2}$
- ☐ $\pi/2$

(Fortsettes på side 2.)

☐ Grensen eksisterer ikke

☐ 1

Oppgave 5. En kasse med en kvadratisk grunnflate med sider x og høyde r skal kunne romme $1m^3$. Hva må x være for at det totale overflatearealet (bunn og sidevegg, vi regner ikke med toppen) skal bli minst mulig?

☐ 2

☐ $2^{-2/3}$

☐ $\frac{1}{2}$

☒ $2^{1/3}$

☐ 1

Oppgave 6. La

$$a_n = e^{n^2(1-\cos(\frac{1}{n}))}, \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots$$

Da er $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ lik

☐ e^2

☐ 1

☐ Ingenting, følgen divergerer.

☒ $e^{1/2}$

☐ e

Oppgave 7. En konkav og to ganger kontinuerlig deriverbar funksjon f er slik at $f(x) > 0$ for alle x med i definisjonsområdet til f , D_f . Sett $g(x) = \ln(f(x))$. Hvilket av følgende utsagn må da være sant?

☒ g er konkav på D_f

☐ g er konveks på D_f

☐ g er verken konveks eller konkav på D_f

☐ g er voksende på D_f

☐ g er avtagende på D_f

Oppgave 8. Når $x \rightarrow \infty$ har funksjonen

$$f(x) = \sqrt{4x^2 + 4x}$$

asymptote:

☐ $y = 3x$

☐ $y = 3x - 1$

☐ $y = x + 1$

☒ $y = 2x + 1$

☐ $y = 2x - 1$

SLUTT