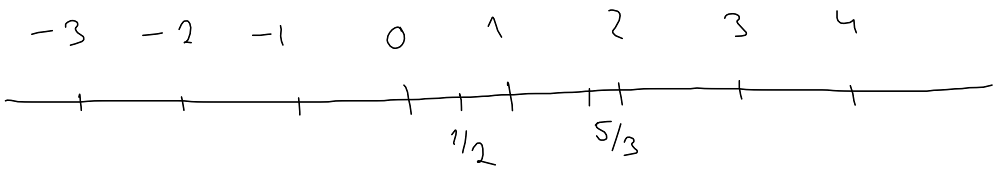
Kap 3 → 2.3 + 4.3 → Kap 5

Kompletthet

Tallinjen



$\mathbb{R}$ = de reelle tallene = tallene på tallinjen
= alle desimaltall

Et reelt tall som kan skrives som en brøk $\frac{a}{b}$ der a og b er hele tall, kalles et rasjonalt tall

Eks: $\frac{3}{2}$, $\frac{-17}{24}$, $3 = \frac{3}{1}$

Et reelt tall som ikke er rasjonalt, kalles irrasjonalt:

Eks: $\sqrt{2}$, π, e

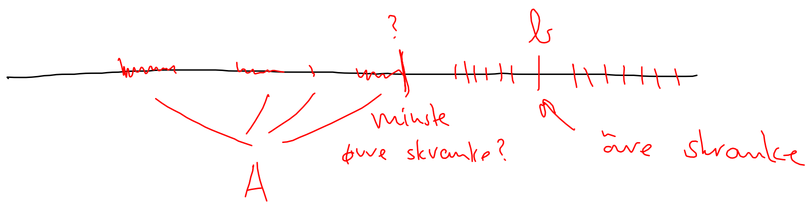
Tallverdi: $|x| = \begin{cases} x & \text{hvis } x \geq 0 \\ -x & \text{hvis } x < 0 \end{cases}$ så $|7| = 7$, $|-7| = -(-7) = 7$

$|a-b|$ = avstanden mellom a og b.

Trekantulikheten: $|a+b| \leq |a| + |b|$

$|7+(-3)| = |7-3| = 4$

$|7| + |-3| = 7+3 = 10$

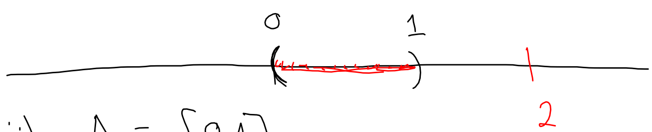


En delmengde A av $\mathbb{R}$ kalles <u>oppad begrenset</u> dersom det finnes et tall b slik at $b \geq a$ for alle $a \in A$. Vi kaller b en øvre skranke for A.

<u>Kompletthetsprinsippet</u>: Enhver ikke-tom, oppad begrenset delmengde A av $\mathbb{R}$ har en minste øvre skranke.

Den minste øvre skranken til A kalles også <u>supremum</u> til A og betegnes med $\sup A$

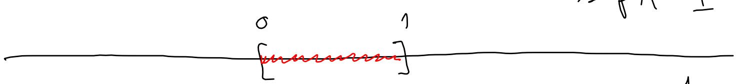
<u>Eksempel</u>: (i) $A = (0,1)$, $\sup A = \underline{1}$



$\underline{1} \notin A$

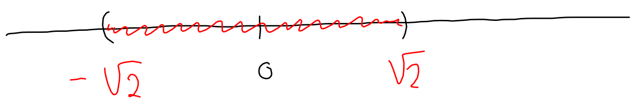
(ii) $A = [0,1]$

$\sup A = \underline{1}$



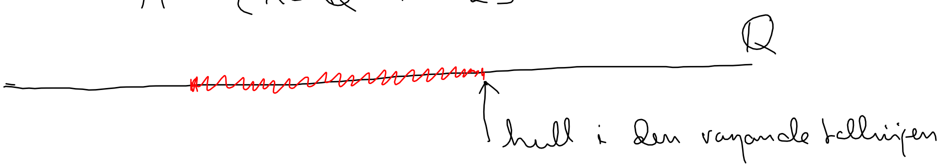
$1 \in A$

(iii) $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 < 2\}$, $\sup A = \sqrt{2}$

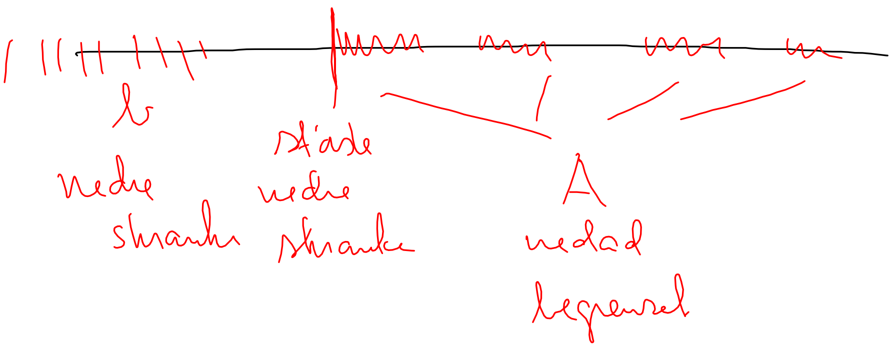


<u>Tankeeksperiment</u>: Tenk hvis vi bare arbeidet med rasjonale tall

$$A = \{x \in \mathbb{Q} : x^2 < 2\}$$



Nedre skranker:



Störste nedre skranke til A = infimum til A

= inf A