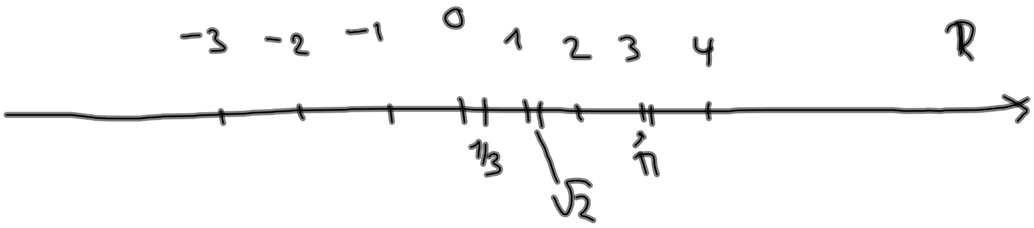
Reelle tall

Tallene på tallinjen, dvs alle desimaltallene



Tallsystemer:

Naturlige tall: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$

Heltall : $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

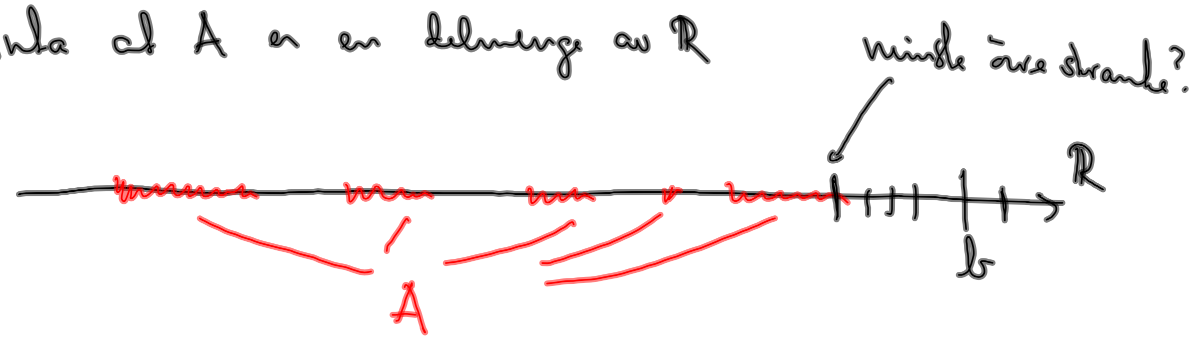
Rasjonale tall: $\mathbb{Q} = \{\frac{m}{n} : m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}\}$

Reelle tall : $\mathbb{R}$ – de reelle tallene

Komplekse tall: $\mathbb{C} = \{a + ib : a, b \in \mathbb{R}\}$

"Hvis $a \in \mathbb{Q}$..." forkortelse for "Hvis a er et rasjonalt tall....."

Anta at A er en delmengde av $\mathbb{R}$

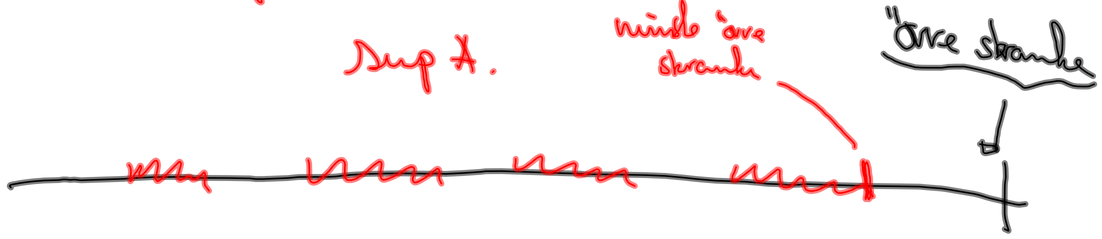


Et tall $b \in \mathbb{R}$ kalles en <u>övre</u> <u>skranke</u> for A dersom b er större enn eller lik alle elementene i A, dvs $b \geq a$ for alle $a \in A$.

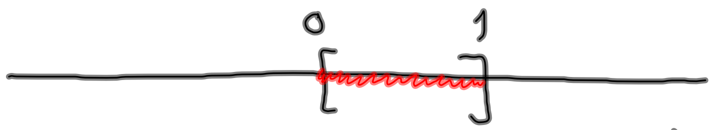
Vi sier at en mengde er <u>oppad</u> <u>begrenset</u> dersom den har en övre skranke.

<u>Kompletthetsprinsippet</u>: Enhver oppad begrenset, ikke-tom mengde A har en minste övre skranke. Denne minste övre skranken kalles også supremum til mengden og betegnes med

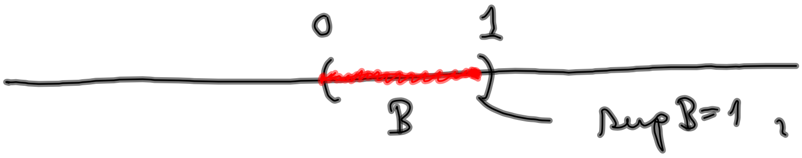
sup A.



Eksempel: $A = [0,1]$, $B = (0,1)$



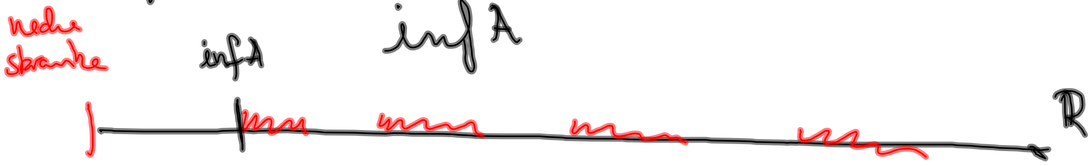
$\sup A = 1$, $1 \in A$



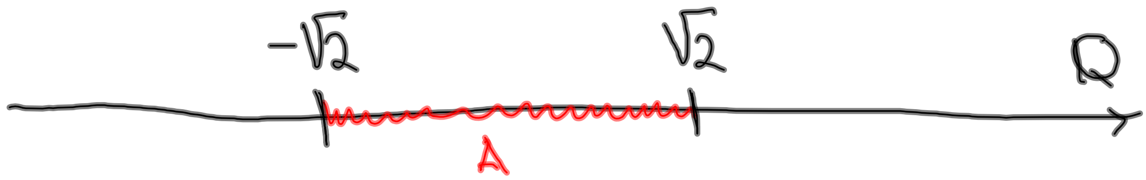
$\sup B = 1$, $1 \notin B$

Tilsvarende har enhver nedad begrenset mengde en største nedre skranke som også kalles infimum til A og betegnes med

$$\inf A$$



Hvis vi bare hadde arbeidet med rasjonale tall,
ville kompletthetsprinsippet ikke ha holdt:



$A = \{a \in \mathbb{Q} : a^2 < 2\}$ har ikke inf og sup innenfor $\mathbb{Q}$

<u>Konsekvenser:</u>