

4.3.17

$$a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + 1$$

$$\underline{a_0 = 0}$$

Skal vise at den $\{a_n\}$
er konvergent!

Må vise ① begrenset og ② monoton

① Anta at $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$

$$a_{n+1} = A = a_n \text{ fra } n \text{ stor nok.}$$

$$A = \frac{A}{2} + 1 \quad | \cdot 2$$

$$2A = A + 2 \quad | - A$$

$$\underline{A = 2}$$

← Dette vil den konvergere mot -
hvis den konvergerer

② INDUKSJONS

① $\underline{a_0 = 0}$

$$a_1 = \frac{a_0}{2} + 1$$

$$= \frac{0}{2} + 1$$

$$\underline{a_1 = 1}$$

Viser at følgen er monoton
ved INDUKSJON

② Anta $\underline{a_k > a_{k-1}}$

INDUKSJONSHYPOTHESE

③ $\underline{a_{k+1} = \frac{a_k}{2} + 1} > \underline{\frac{a_{k-1}}{2} + 1} = \underline{a_k}$ INDUKSJONSSKLETT.

Følgen er monoton ved induksjon.

✓ TEOREM er følgen konvergent; den er monoton økende og oppad begrenset.