

\vec{v}_1 & \vec{v}_2 lin. uafh., så basis!

Fra opg. s. 292:

$$(A): \vec{r}(t) = C_1(t) \vec{v}_1 + C_2(t) \vec{v}_2 \quad (\text{siden egenvektorene er basis})$$

$$\text{der } C_1(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} \quad C_2(t) = C_2 e^{\lambda_2 t}$$

$$= C_1 e^0$$

$$= \underline{C_1}$$

$$= \underline{C_2 e^{-4t}}$$

Bruger startbetingelser:

$$\begin{bmatrix} 500 \\ 1000 \end{bmatrix} = \vec{r}(0) = C_1 \underbrace{\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\vec{v}_1} + C_2 e^{-4 \cdot 0} \underbrace{\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\vec{v}_2}$$

$$= \begin{bmatrix} 2C_1 - 2C_2 \\ C_1 + C_2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow C_1 = 1000 - C_2 \text{ og } 2(1000 - C_2) - 2C_2 = 500$$

$$2000 - 4C_2 = 500$$

$$4C_2 = 1500$$

$$C_2 = \frac{750}{2} = \underline{\underline{375}}$$

$$C_1 = 1000 - 375 \\ = \underline{\underline{625}}$$

Så:

$$\vec{r}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \overset{(A) \text{ or over}}{625} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + 375 e^{-4t} \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 1250 - 750 e^{-4t} \\ 625 + 375 e^{-4t} \end{bmatrix}$$

$$\text{D.v. } x(t) = 1250 - 750 e^{-4t}$$

$$y(t) = 625 + \underline{\underline{375 e^{-4t}}}$$

c) Observasjoner: På et kildesplet, er det ikke flere byttedyr.

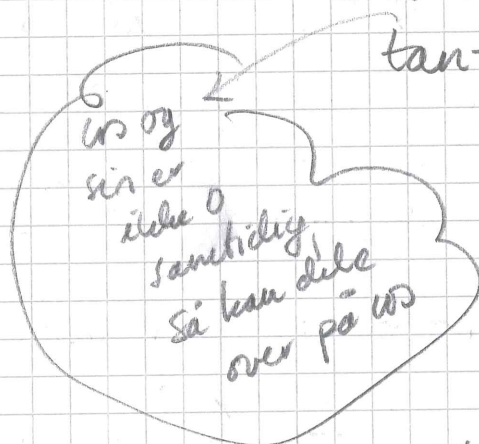
Hvilken modell passer med dette?

Modell A: Her er $y(t) = 0$ når

$$1000 \cos t - 500 \sin t = 0$$

$$2 \cos t = \sin t$$

$$\tan t = 2$$



Hvor mange måneder tar det før dette skjer?

$$\arctan(\tan t) = \arctan(2)$$

$$t \approx 1,1$$

Så etter ca. 1,1 år, dvs. ca. 13 måneder, er

det ingen byttedyr i modell A.

I modell B vil # rovdyr & # byttedyr stabiliseres

på: Rovdyr:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} 1250 - 750e^{-4t} \rightarrow 0$$
$$= \underline{\underline{1250}}$$

Byttedyr:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} 625 + 375e^{-4t} \rightarrow 0$$
$$= \underline{\underline{625}}$$