$\vec{T}_b(t) = \frac{1}{5}(4,3)$

1.2.27

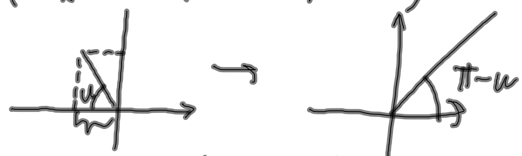
a) $p_b(t) = (0,6) + t\,\vec{T}_b(t)\,v_b$

$= (0,6) + t\,\frac{1}{5}(4,3)\cdot 5$

$= (0,6) + (4t+3t) = \underline{\underline{(4t, 6+3t)}}$

b) $p_k(t) = (20,0) + (t-2)\,\vec{T}_k(t)\,v_k$

$(\vec{T}_k(t) = (-\cos u, \sin u)$



$p_k(t) = (20,0) + (t-2)(-\cos u, \sin u)\,70$

$= (20 - (t-2)70\cos u,\ 70(t-2)\sin u)$

c) $p_b(t) = p_k(t)$

$20 - (t-2)70\cos u = 4t$

$70(t-2)\sin u = 6+3t$

$\cos u = \frac{20-4t}{70(t-2)}$

$\sin u = \frac{6+3t}{70(t-2)}$

$\cos^2 u + \sin^2 u = 1 \Leftrightarrow \frac{(20-4t)^2}{(70(t-2))^2} + \frac{(6+3t)^2}{(70(t-2))^2} = 1$

$(20-4t)^2 + (6+3t)^2 = (70(t-2))^2$

$\Updownarrow$

$436 - 124t + 25t^2 = 4900t^2 - 19600t + 19600$

$\Updownarrow$

$4875t^2 - 19476t + 19164 = 0$

$\Updownarrow$

$t = \frac{19476 \pm \sqrt{19476^2 - 4\cdot 4875 \cdot 19164}}{2\cdot 4875}$

$t = 2.2406$ eller $t = 1.7545$

$\Rightarrow$ ~~$t = 2.2406$~~ vil kula treffe ballong.

u: $\cos u = \frac{20-4t}{70(t-2)} \Rightarrow u \approx \underline{49.05°}$

høyde: siden $p_b(t) = (4t, 6+3t)$ blir høyden $6 + 3\cdot 2.2406 \approx \underline{\underline{12.7\text{m}}}$

1.2.28

a) $0 \leq |a\vec{x} \pm b\vec{y}|^2 = (a\vec{x} \pm b\vec{y}) \cdot (a\vec{x} \pm b\vec{y})$

$= (a\vec{x} \pm b\vec{y}) \cdot (a\vec{x}) \pm (a\vec{x} \pm b\vec{y}) \cdot (b\vec{y})$

$= (a\vec{x}) \cdot (a\vec{x}) \pm (b\vec{y}) \cdot (a\vec{x}) \pm (a\vec{x}) \cdot (b\vec{y}) + (b\vec{y}) \cdot (b\vec{y})$

$= a^2 (\vec{x} \cdot \vec{x}) \pm ab (\vec{y} \cdot \vec{x}) \pm ab (\vec{x} \cdot \vec{y}) + b^2 (\vec{y} \cdot \vec{y})$

$= a^2 |\vec{x}|^2 \pm 2ab (\vec{x} \cdot \vec{y}) + b^2 |\vec{y}|^2$

b) Vi velger $a = |\vec{y}|$, $b = |\vec{x}|$:

$0 \leq |\vec{y}|^2 |\vec{x}|^2 \pm 2 |\vec{y}| |\vec{x}| (\vec{x} \cdot \vec{y}) + |\vec{x}|^2 |\vec{y}|^2$

$0 \leq 2 |\vec{x}|^2 |\vec{y}|^2 \pm 2 |\vec{y}| |\vec{x}| (\vec{x} \cdot \vec{y})$

$0 \leq |\vec{x}| |\vec{y}| \pm (\vec{x} \cdot \vec{y})$

$\mp (\vec{x} \cdot \vec{y}) \leq |\vec{x}| |\vec{y}|$

$\Downarrow$

$\underline{\underline{|\vec{x} \cdot \vec{y}| \leq |\vec{x}| |\vec{y}|}}$, som er Schwarz ulikhet.

1.4.8 $\vec{a} = (1,1,-1)$, $\vec{b} = (0,-2,-6)$, $\vec{c} = (2,3,3)$

$\vec{b} - \vec{a} = (0,-2,-6) - (1,1,-1) = (-1,-3,-5)$

$\vec{c} - \vec{a} = (2,3,3) - (1,1,-1) = (1,2,4)$

$\vec{n} = (\vec{b} - \vec{a}) \times (\vec{c} - \vec{a})$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & -3 & -5 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{array}{l} \vec{i}(-12+10) \\ -\vec{j}(-4+5) \\ +\vec{k}(-2+3) \end{array}$$

$= (-2,-1,1)$

likning for planet:

$-2x - y + z = d$ sett inn $(x,y,z) = (1,1,-1)$ $= \vec{a}$

$-2-1-1 = d \Rightarrow d = -4$

$$\underline{\underline{-2x - y + z = -4}}$$

1.8.9

Antar $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0$

Skal løse
$$\begin{aligned} a_1 x + b_1 y &= c_1 \quad \left| \begin{matrix} \cdot b_2 \\ + \\ \cdot(-b_1) \end{matrix} \right| \left. \begin{matrix} \cdot(-a_2) \\ + \\ \cdot a_1 \end{matrix} \right| \\ a_2 x + b_2 y &= c_2 \end{aligned}$$

$$\rightarrow (a_1 b_2 - a_2 b_1) x = c_1 b_2 - c_2 b_1$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}}}$$

$$\rightarrow (a_1 b_2 - a_2 b_1) \cancel{x} y = a_1 c_2 - a_2 c_1$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}}}$$

b) Anta $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 0$. $\Leftrightarrow a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0$

Likningene vi får da:

$$(a_1 b_2 - a_2 b_1) y = a_1 c_2 - a_2 c_1$$

$$0 \cdot y = a_1 c_2 - a_2 c_1$$

Denne har løsning hvis og bare hvis $a_1 c_2 - a_2 c_1 = 0$

Hvis $= 0$, kan vi ha uendelig mange løsninger

Vi kan altså ha både uendelig mange eller ingen løsninger, avhengig av c_1, c_2.

1.8.10

b) $\begin{vmatrix} -2 & 4 & 0 \\ -2 & 3 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \end{vmatrix} = -2\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} - 4\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$

$= -2(12) - 4(-8-3) = -24 - 4(-11)$

$= \underline{\underline{20}}$

1.6.8

a) $AB = ?$

første søyle i $AB = A \cdot$ (første søyle i B)

andre søyle i $AB = A \cdot$ (andre søyle i B)

siden første søyle i B = andre søyle i B,

så er første og andre søyle i AB like

b) andre søyle i $AB = A \cdot$ (andre søyle i B)

$= A \cdot \vec{0} = \underline{\underline{\vec{0}}}$

1.2.13

Anta $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{a} + \vec{b}| = 7$:

Vi vet at $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$

$$\Downarrow$$

$$7 \leq 3 + 2 = 5,$$

som er umulig

1.2.14

$|\vec{a}| = 7 \qquad |\vec{b}| = 2 \qquad \vec{a}\cdot\vec{b} = -16$

La v være vinkel mellom $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

$\left(\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos v\right)$

Schwarz ulikhet:

$\cos v = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{-16}{14}$

$|\vec{a}\cdot\vec{b}| \leq |\vec{a}|\,|\vec{b}|$

$16 \leq 7\cdot 2 = 14.$

Som er umulig.