Elektronisk orakel: orakel@math.uio.no

EKSEMPLER KJERNEREGEL.

(i) $\mathbb{R} \xrightarrow{g(t)} \mathbb{R}^3 \xrightarrow{f} \mathbb{R}.$

$$g(t) = (\cos(t), \sin(t), t)$$

$$f(x,y,z) = x \cdot y \cdot z.$$

Finn den deriverte til $f(g(t))$ ved hjelp av kjerneregel.

$$\frac{d}{dt} f(g(t)) = f'(g(t)) \cdot g'(t)$$

- $f'(x,y,z) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}(x,y,z), \frac{\partial f}{\partial y}(x,y,z), \frac{\partial f}{\partial z}(x,y,z) \right)$
  $= (yz, x \cdot z, xy)$

- $f'(g(t)) = (\sin(t) \cdot t, \cos(t) \cdot t, \cos t \cdot \sin t).$

- $g'(t) = \begin{pmatrix} -\sin(t) \\ \cos(t) \\ 1 \end{pmatrix}$

Så $\frac{d}{dt} f(g(t)) = -\sin^2 t \cdot t + \cos^2 t \cdot t + \cos(t) \cdot \sin(t).$

(Sjekk $(\sin t \cdot \cos t \cdot t)'$)

jan 24-10:07

(ii) La $f(x,y) = x^2 + y^2 - R^2$, $R>0$.

Anta at $y = g(x)$ e en funksjon s.a. $f(x, g(x)) = 0$.

Vis at $g'(x) = -\frac{x}{g(x)}$.

Innfør $h(x) = (x, g(x))$.

Da er $f(h(x)) = 0$.

- $f'(x,y) = (2x, 2y)$
- $h'(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ g'(x) \end{pmatrix}$
- $\frac{d}{dx} f(h(x)) = f'(h(x)) \cdot h'(x) = 0$

$$= (2x, 2g(x)) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ g'(x) \end{pmatrix}$$

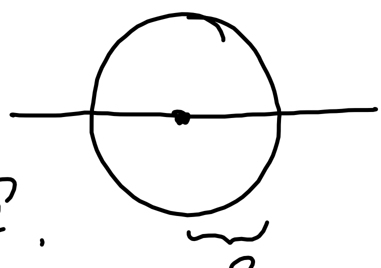
$$= 2x + 2g(x) \cdot g'(x).$$

Får $\cancel{2} \cdot g(x) \cdot g'(x) = -\cancel{2}x$

$$\underline{\underline{g'(x) = -\frac{x}{g(x)}}},$$

$f(x,y) = x^2 + y^2 - R^2 = 0$

$x^2 + y^2 = R^2$



$(x, g(x))$ $\quad g(x) = \pm\sqrt{R^2 - x^2}$.

R.