5a) $[V, D] = \text{eig}(A)$; Les av egenvektorer fra kolonner i V og tilhørende egenverdier av diag. i D.

$\text{rref}([A \ \vec{x}])$ ⇝ Les av vekter i lin. komb.

7.) Vis: A og A^T har samme egenverdier. Har de samme egenvektorer?

Pf: Anta λ er en egenverdi for A. Da er

$$0 = \det(\lambda I - A) = \det((\lambda I - A)^T) = \det(\lambda I - A^T)$$

def. egenverdi

$\boxed{\det(B) = \det(B^T)}$

transponert av sum er transponert av ledd. $I^T = I$

⇒ λ er egenverdi for A^T. Så alle egenverdier for A er også egenverdier for A^T.

På samme måte kan man vise at alle egenverdier for A^T også er egenverdier for A

aktuelt samme regning "baklengs"

⇓

A og A^T har de samme egenverdiene. ☒

Like egenvektorer?

Ingen grunn til at de skal ha samme egenvektorer. Får to helt ulike systemer å løse for hhv. A og A^T. Kan sjekke at $\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$ egenvektor for $A = \begin{bmatrix}1 & 0\\1 & 0\end{bmatrix}$, men ikke A^T

9.) Vis: Anta $\vec{v}$ egenvektor for A & B. Vis at $\vec{v}$ er egenvektor for AB.

Pf: $\vec{v}$ egenvektor for A ⇒ $A\vec{v} = \lambda_a \vec{v}$ (Fins egenverdier λ_a og λ_b s.a.:)

$\vec{v}$ —— " —— B ⇒ $B\vec{v} = \lambda_b \vec{v}$.

Men da er: $(AB)\vec{v} = A(B\vec{v}) = A(\lambda_b \vec{v})$

$$= \lambda_b (A\vec{v}) = \lambda_b \lambda_a \vec{v} = \lambda_{ab} \vec{v}$$

⇒ $\vec{v}$ er egenvektor for AB m/ egenverdi

$$\lambda_{ab} = \lambda_a \lambda_b.$$ ☒

per def. egenvektor

$\begin{bmatrix}1 & 0\\1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$

Dvs: $A\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix} = 1\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$, ↳ egenvektor!

men $A^T\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 1\\0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$

ikke konst. $\cdot \begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$

⇒ ikke egenvektor for A^T!