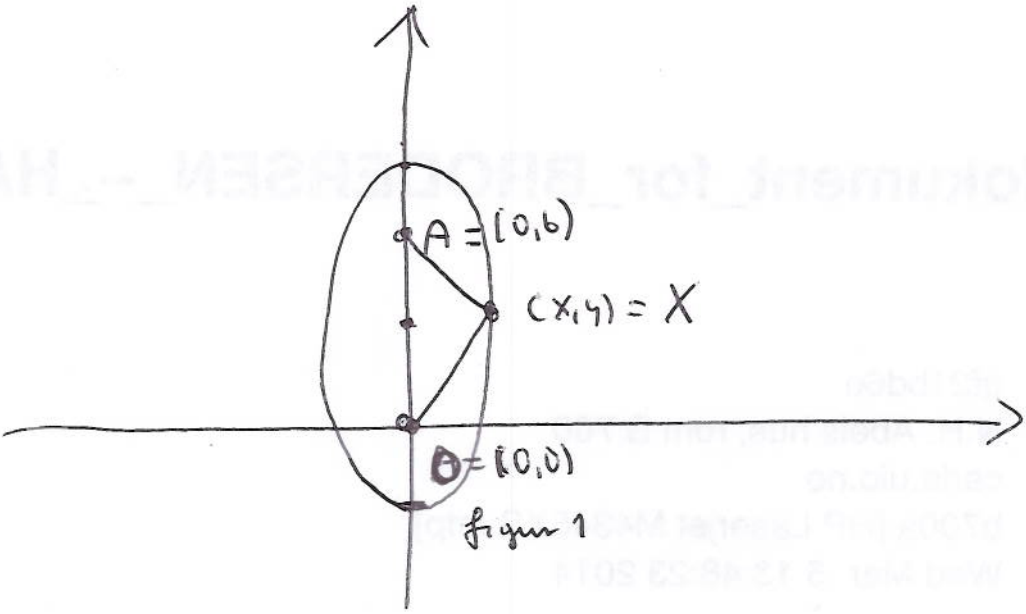
3.6.14

a)



figur 1

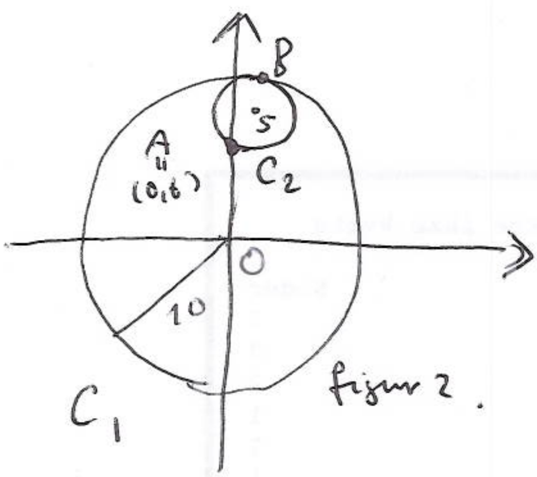
Har $|OX| + |AX| = 10$. Dette er en ellipse med brennpunkter i O og A.

$c = \frac{1}{2}|OA| = 3$, $a = \frac{10}{2} = 5$, $b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{25-9} = 4$

Ellipsen har sentrum i $(0,3)$ og likning

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$$ (fordi den har ~~akse~~ hovedakse langs y-aksen)

b)



figur 2.

C_1 sirkel med sentrum O radius 10

C_2 sirkel gjennom A som tangerer C_1 i B

S sentrum i C_2

C_1 og C_2 har felles tangent i B og derfor også felles normal i B (normal på tangenten til C_1 og C_2 i B).

Normalen fra B går derfor både gjennom S og O. ~~No~~ Da har vi

$$10 = |OB| = |OS| + |SB| = |OS| + |AS|$$

Dvs. $|OS| + |AS| = 10$ så S ligger på ellipsen fra a)

c)

Tenker nå at figur 2 er et tverrsnitt av et rør som inneholder kabel med radius 3. Kapelen tangerer røret og går gjennom A (dvs. C_1 er tverrsnitt av røret, C_2 tverrsnitt av kabelen). Skal finne koordinatene til S og B.

Vi har at S ligger på ellipsen $\frac{x^2}{16} + \frac{(y-3)^2}{25} = 1$

Siden C_2 har radius 3 og går gjennom A har vi $|AS| = 3$ og om ~~$B = (x,y)$~~ $S = (x,y)$

~~er $|(x,y)| = |OA| = 10$~~

er da $|AS| + |OS| = 10$ så $|OS| = |(x,y)| = 7$

dvs. $x^2 + y^2 = 49$. Så $|AS|^2 = x^2 + (y-6)^2 = 9$

$$x^2 + y^2 - 12y + 36 = 9, \quad 12y = x^2 + y^2 + 36 - 9 = 49 + 36 - 9 = 76$$

$$y = \frac{76}{12} = \frac{19}{3}$$

$x^2 = 49 - y^2 = 49 - \left(\frac{19}{3}\right)^2 = \frac{80}{9}$, $x = \frac{4\sqrt{5}}{3}$ (antar $x > 0$ som på tegningen)

$$B = \left(\frac{4\sqrt{5}}{3}, \frac{19}{3}\right)$$

B ligger på linja mellom O og S

der denne skjærer C_1.

Dvs B ligger på linja med parameter-

fremstilling $t\left(\frac{4\sqrt{5}}{3}, \frac{19}{3}\right)$

Vi må altså ha

$$t^2\left(\left(\frac{4\sqrt{5}}{3}\right)^2 + \left(\frac{19}{3}\right)^2\right) = 10^2$$

so gir $t^2 = \frac{100}{49}$, $t = \frac{10}{7}$

Og vi får $B = \frac{10}{7}\left(\frac{4\sqrt{5}}{3}, \frac{19}{3}\right) = \underline{\underline{\left(\frac{40\sqrt{5}}{21}, \frac{190}{3}\right)}}$