MAT1110 - Våren 2004 Prøveeksamen

Oppgave 1

(**a**) Vi har gitt likningssystemet:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 \qquad\qquad &= 1 \\ x_2 + x_3 \qquad &= 1 \\ x_3 + \; x_4 &= 1 \\ x_1 \qquad\qquad + a x_4 &= b \end{aligned}$$

Løs dette likningssystemet når $a = 2$ og $b = 1$.
i) For hvilke verdier av a og b har dette systemet en entydig løsning.
ii) For hvilke verdier av a og b har dette systemet uendelig mange løsninger.
i) For hvilke verdier av a og b har dette systemet ingen løsning.

(**b**) Drøft rangen til koeffisientmatrisen til likningssystemet i (**a**) når parameteren a varierer.
Finn en basis for kolonnerom og nullrom til denne koeffisientmatrisen når a varierer.

(**c**) Finn den inverse til koeffisientmatrisen for de verdier av parameteren a som gjør koeffisientmatrisen invertibel. Bruk den inverse til å kontrolere svaret du fant på likningssystemet du løste i (**a**).

Oppgave 2

(a) La T være området som både ligger inne i sylinderen $x^2 - 2x + y^2 = 0$ og inne i kula $x^2 + y^2 + z^2 = 4$. Finn volumet av T

(b) Finn arealet av den delen av overflaten til T som ligger på kuleflaten $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Oppgave 3

(a) La D være området i $\mathbf{R}^2$ bestemt av ulikhetene $x \geq 0$, $y \geq 0$ og $x \leq y \leq 2 - x^2$. Sett opp et dobbeltintegral som har verdi lik arealet av D og regn ut verdien av dette dobbeltintegralet.

(b) Beregn arealet av D ved å beregne linjeintegralet av et passelig vektorfelt langs randa til D.

Oppgave 4

(a) La C være kurven med parameterfremtilling

$$\mathbf{r}(t) = \sin^2 t\mathbf{i} + \cos^2 t\mathbf{j} + \sin t\mathbf{k},$$

der $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$. Finn buelengden av C.

(b) Finn konvergensområdet til rekken.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n+1}.$$

(c) Finn et funksjonsutrykk for summen $S(x)$ til rekken i (**b**).