# UNIVERSITETET I OSLO

## Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

| | |
|---|---|
| Deleksamen i | MAT1110 — Kalkulus og lineær algebra. |
| Eksamensdag: | Torsdag 7. april 2016. |
| Tid for eksamen: | 13:00 – 15:00. |
| Oppgavesettet er på 5 sider. | |
| Vedlegg: | Formelark |
| Tillatte hjelpemidler: | Ingen. |

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

KANDIDATNR. __________

Eksamen består av 15 oppgaver. De 10 første teller 3 poeng hver, mens de 5 siste teller 4 poeng hver slik at den totale poengsummen er 50. Det er bare ett riktig alternativ på hver oppgave. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på en oppgave, får du 0 poeng. Du blir altså ikke "straffet" for å gjette. Svarene fører du inn på dette svararket. Krysser du av mer enn ett alternativ på en oppgave, får du 0 poeng. *Lykke til!*

| Oppgave | Alt. a) | Alt. b) | Alt. c) | Alt. d) | Alt. e) | Poengverdi |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | x | | | | | 3 poeng |
| 2 | | | | | x | 3 poeng |
| 3 | x | | | | | 3 poeng |
| 4 | | | x | | | 3 poeng |
| 5 | | | | | x | 3 poeng |
| 6 | | | | | x | 3 poeng |
| 7 | | | | x | | 3 poeng |
| 8 | x | | | | | 3 poeng |
| 9 | | | x | | | 3 poeng |
| 10 | | x | | | | 3 poeng |
| 11 | | | x | | | 4 poeng |
| 12 | | x | | | | 4 poeng |
| 13 | | | x | | | 4 poeng |
| 14 | | | | | x | 4 poeng |
| 15 | | | x | | | 4 poeng |

*(Fortsettes på side 2.)*

**Oppgave 1.** (3 poeng) La $\boldsymbol{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ være en avbildning slik at $\boldsymbol{F}(1,1) = (2,3)$ og $\boldsymbol{F}'(1,1) = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{smallmatrix}\right)$. La $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ være en funksjon slik at $\left(\frac{\partial g}{\partial x}(2,3), \frac{\partial g}{\partial y}(2,3)\right) = (1,1)$. Da blir $\left(\frac{\partial h}{\partial x}(1,1), \frac{\partial h}{\partial y}(0,0)\right)$ for den sammensatte funksjonen $h(x,y) = g(\boldsymbol{F}(x,y))$:

a) $(3,3)$ b) $(1,0)$ c) $(0,1)$ d) $(1,-1)$ e) $(1,2)$

**Oppgave 2.** (3 poeng) En parametrisert kurve er gitt ved

$$\boldsymbol{r}(t) = \cos t\,\boldsymbol{i} + \sin t\,\boldsymbol{j} + t^2\,\boldsymbol{k}.$$

Baneakselerasjonen $a(t)$ er da

a) $1$
b) $-\sin t\,\boldsymbol{i} + \cos t\,\boldsymbol{j} + 2t\,\boldsymbol{k}$
c) $-\cos t\,\boldsymbol{i} - \sin t\,\boldsymbol{j} + 2\,\boldsymbol{k}$
d) $\sqrt{1+4t^2}$
e) $4t/\sqrt{1+4t^2}$

**Oppgave 3.** (3 poeng) Lengden til kurven

$$\boldsymbol{r}(t) = t^2\,\boldsymbol{i} + t^3\,\boldsymbol{j} + t^2\,\boldsymbol{k},\ ,\ 0 \le t \le 1.$$

er

a) $\frac{1}{27}(17\sqrt{17} - 16\sqrt{2})$ b) $\frac{1}{27}(\sqrt{17} - \sqrt{2})$ c) $\sqrt{17}$ d) $\frac{2}{3}(3\sqrt{7} - 1)$ e) $6\sqrt{2} - 1$

**Oppgave 4.** (3 poeng) En potensialfunksjon $\phi$ til vektorfeltet

$$\boldsymbol{F}(x,y,z) = (y+2z)\boldsymbol{i} + (x+3z)\boldsymbol{j} + (2x+3y)\boldsymbol{k}$$

er gitt ved

a) $\phi(x,y,z) = 2xy + 3xz + yz$
b) $\phi(x,y,z) = 3xy + xz + 2yz$
c) $\phi(x,y,z) = xy + 2xz + 3yz$
d) $\phi(x,y,z) = xy + xz + yz$
e) $\phi(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$

*(Fortsettes på side 3.)*

**Oppgave 5.** (3 poeng) Tangentplanet til funksjonen

$$f(x,y) = xe^y + y\cos(\pi x) + 3$$

i punktet $(1,0)$ er gitt ved

a) $z = 4 + 2(x-1)$
b) $z = 3 + (x-1) + y$
c) $z = 4 + (x-1) + y$
d) $z = 4 + y$
e) $z = 4 + (x-1)$

**Oppgave 6.** (3 poeng) Hvis $R$ er rektangelet $R = [0,2] \times [-1,1]$ så er dobbeltintegralet $\iint_R (x + xy + 1)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ lik:

a) $-8$ b) $-4$ c) $0$ d) $4$ e) $8$

**Oppgave 7.** (3 poeng) Skjæringen mellom kurven $z = \sqrt{x^2+y^2}$ og planet $z = 2x + 1$ gir en

a) Sirkel b) Ellipse c) Parabel d) Hyperbel e) Tom mengde

**Oppgave 8.** (3 poeng) La $\boldsymbol{F}$ være affinavbildningen

$$\boldsymbol{F}(x,y) = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 4 \\ -6 & 1 \end{smallmatrix}\right)\left(\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right) + \left(\begin{smallmatrix} 3 \\ 3 \end{smallmatrix}\right)$$

og la $R$ vï¿½re rektanglet der $1 \le x \le 3$, $2 \le y \le 4$. Da vil arealet til parallellogrammet $\boldsymbol{F}(R)$ vï¿½re

a) 100 b) 50 c) 25 d) $25\sqrt{2}$ e) 75

**Oppgave 9.** (3 poeng) La $A$ være området i $\mathbb{R}^2$ gitt ved $0 \le y \le \pi$ og $0 \le x \le \sin y$. Dobbeltintegralet $\iint_A x\cos y\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ er lik:

a) $-2$ b) $-1$ c) $0$ d) $1$ e) $2$

*(Fortsettes på side 4.)*

**Oppgave 10.** (3 poeng) Når vi skifter integrasjonsrekkefølge i integralet

$$\int_0^1 \left[ \int_{e^x}^{(e-1)x+1} f(x,y)\,\mathrm{d}y \right] \mathrm{d}x$$

får vi

a) $\displaystyle \int_1^e \left[ \int_{\ln y}^{(y-1)/(e-1)} f(x,y)\,\mathrm{d}x \right] \mathrm{d}y$

b) $\displaystyle \int_1^e \left[ \int_{(y-1)/(e-1)}^{\ln y} f(x,y)\,\mathrm{d}x \right] \mathrm{d}y$

c) $\displaystyle \int_0^1 \left[ \int_{(y-1)/(e-1)}^{\ln y} f(x,y)\,\mathrm{d}x \right] \mathrm{d}y$

d) $\displaystyle \int_1^e \left[ \int_{y/e}^{e^y} f(x,y)\,\mathrm{d}x \right] \mathrm{d}y$

e) $\displaystyle \int_0^e \left[ \int_{y/(e-1)}^{\ln y} f(x,y)\,\mathrm{d}x \right] \mathrm{d}y$

**Oppgave 11.** (4 poeng) Vi har gitt vektorfeltet

$$\boldsymbol{F}(x,y,z) = yz\,\boldsymbol{i} + xz\,\boldsymbol{j} + xy\,\boldsymbol{k}.$$

Hvis kurven $\mathcal{C}$ er parametrisert ved

$$\boldsymbol{r}(t) = \cos t\,\boldsymbol{i} + \sin t\,\boldsymbol{j} + t^2\boldsymbol{k},\ \pi/4 \le t \le 9\pi/4,$$

så blir $\int_{\mathcal{C}} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$

a) $1+\pi$ b) $\pi$ c) $5\pi^2/2$ d) 0 e) 3

**Oppgave 12.** (4 poeng) La $R$ være rektangelet $R = [0,1] \times [1,2]$ og la $f(x,y) = x + \sqrt{2}y$. Arealet til grafen $\{(x,y,z) \mid z = f(x,y)\}$ over $R$ er

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

*(Fortsettes på side 5.)*

**Oppgave 13.** (4 poeng) Hva slags kjeglesnitt får vi som løsningen på ligningen

$$3x^2 - 12x + 2y^2 - 4y + 8 = 0?$$

a) En hyperbel med sentrum i $(1, 2)$, med brennpunkter $(1, 1)$ og $(3, 1)$.
b) En hyperbel med sentrum i $(2, 1)$, med brennpunkter $(2, 0)$ og $(2, 2)$.
c) En ellipse med sentrum i $(2, 1)$ med brennpunkter $(2, 0)$ og $(2, 2)$.
d) En ellipse med sentrum i $(2, 1)$ med brennpunkter $(1, 1)$ og $(3, 1)$.
e) En parabel med sentrum i $(1, 2)$ og brennpunkt $(1, 3)$.

**Oppgave 14.** (4 poeng) Volumet til området avgrenset av sylinderen $x^2 + 2x + y^2 = 0$, $(x, y)$-planet og planet $z = 1 - y$ er:

a) $8\pi$ b) $\frac{32\pi}{3}$ c) $4\pi$ d) $\frac{24\pi}{5}$ e) $\pi$

**Oppgave 15.** (4 poeng) La $\mathcal{C}$ være den parametriserte kurven $\boldsymbol{r}(\theta) = 2\cos\theta\,\boldsymbol{i} + 2\sin\theta\,\boldsymbol{j}$, hvor $\theta \in [0, 2\pi]$. Regn ut integralet

$$\int_{\mathcal{C}} (x + 2y + \sin^2 x)\,\mathrm{d}x + (2x + y + e^{2y})\,\mathrm{d}y$$

a) $-2$ b) $-1$ c) $0$ d) $1$ e) $2$

SLUTT.