UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Ny/Utsatt eksamen i:	MAT1110 — Kalkulus og lineær algebra
Eksamensdag:	Fredag 18.august, 2017.
Tid for eksamen:	09:00 – 13:00
Oppgavesettet er på 3 sider.	
Vedlegg:	Formelark.
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1

La A være matrisen

$$A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

1a 10 poeng

Finn egenverdiene og egenvektorene til A.

1b 10 poeng

Definer en følge $\{(x_n, y_n)\}_{n=1}^{\infty}$ ved

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}, \quad n \geq 0.$$

Finn grensen

$$\lim_{n\to\infty} \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}.$$

Oppgave 2

2a 10 poeng

Finn konvergensradien til rekka

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} x^{2n}, \qquad (n! = n \cdot (n-1) \cdots 2 \cdot 1,\ 0! = 1).$$

(Fortsettes på side 2.)

2b 10 poeng

La

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} x^{2n}.$$

Finn $f(1/2)$.

Oppgave 3 10 poeng

Hva er den største verdien funksjonen $f(x, y, z) = xyz^2$ kan ha når (x, y, z) ligger på kuleflaten $x^2 + y^2 + z^2 = 1$?

Oppgave 4

La $\mathbf{F}$ være vektorfeltet

$$\mathbf{F}(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2 + 1}\,\mathbf{i} - \frac{x}{x^2 + y^2 + 1}\,\mathbf{j}.$$

4a 10 poeng

Finn Jacobimatrisen $\mathbf{F}'(x, y)$ til $\mathbf{F}$, og lineariseringen til $\mathbf{F}$ om punktet $(x_0, y_0) = (0, 0)$.

4b 10 poeng

Er $\mathbf{F}$ konservativt? (Svaret skal begrunnes)

4c 10 poeng

La $\mathcal{C}$ være kurven med parameterframstilling $\mathbf{r}(t) = \cos(t)\,\mathbf{i} + \sin(t)\,\mathbf{j}$, $t \in [0, 2\pi]$. Regn ut

$$\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}.$$

Oppgave 5

5a 10 poeng

La A være området i planet gitt ved $A = \left\{(x, y) \mid \frac{\pi}{4} \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq \frac{\pi}{3}\right\}$. Regn ut

$$\iint_A \frac{\tan\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)}{\sqrt{x^2 + y^2}}\, dxdy.$$

5b 10 poeng

La B være området i planet gitt ved $B = \left\{(x, y) \mid \frac{1}{x} \leq y \leq \frac{2}{x},\ 1 \leq x \leq 7\right\}$. Regn ut

$$\iint_B xy^2\, dxdy.$$

(Fortsettes på side 3.)

SLUTT