

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i: MAT1110 — Kalkulus og lineær algebra

Eksamensdag: Fredag 28. mars 2014

Tid for eksamen: 15.00 – 17.00

Oppgavesettet er på 5 sider.

Vedlegg: Svarark, formelsamling.

Tillatte hjelpemidler: Ingen.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Eksamen består av 15 spørsmål. De 10 første teller 3 poeng hver, mens de 5 siste teller 4 poeng hver slik at den totale poengsummen er 50. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke “straffet” for å gjette. Krysser du av mer enn ett alternativ på et spørsmål, får du 0 poeng. Svarene fører du inn på eget svarark.

Oppgave 1. (3 poeng) La $F(x, y) = (x^3 + 5y, 5x - y^2)$. Lineariseringen til F i punktet $(1, 2)$ er gitt ved :

A)

B) $(3x + 5y - 2, 5x - 4y + 4)$

C)

D)

E)

Oppgave 2. (3 poeng) La L være en lineær avbilding slik at $L(\mathbf{e}_1) = (1, 1)$ og $L(2\mathbf{e}_2) = (8, -2)$, der \mathbf{e}_1 er vektoren $\mathbf{e}_1 = (1, 0)$ og $\mathbf{e}_2 = (0, 1)$. Da er matrisen til L

A)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

B)

C)

D)

E)

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 3. (3 poeng) La $R \subset \mathbb{R}^2$ være rektangelet $R = [2, 4] \times [1, 6]$, og la $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ være affin-avbildingen definert ved $F(x, y) = (11, 1) + A(x, y)$ der A er matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Da er arealet til bildet $F(R)$ lik

- A)
- B)
- C)
- D)
- E) 20

Oppgave 4. (3 poeng) Ligningen

$$x^2 - 3x + 2y^2 - 4y + 13/4 = 0$$

fremstiller

- A) en ellipse med senter $(3/2, 1)$ med halvakser 1 og $1/\sqrt{2}$.
- B)
- C)
- D)
- E)

Oppgave 5. La C være kurven i \mathbb{R}^2 parametrisert ved $\mathbf{r}(t) = (\cos(t), \sin(t))$, $t \in [0, 2\pi]$, og la $f(x, y) = x^2y$. Da er $\int_C f d\mathbf{s}$ lik

- A)
- B)
- C)
- D) 0
- E)

Oppgave 6. (3 poeng) La C være kurven i \mathbb{R}^2 parametrisert ved

$$\mathbf{r}(t) = (1 - t, 1 - 1/2(1 - t)^2), t \in [0, 2],$$

og la $\mathbf{F}(x, y) = (xy, y)$. Da er $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ lik

- A) 0
- B)
- C)
- D)
- E)

(Fortsettes på side 3.)

Oppgave 7. (3 poeng) La $A \subset \mathbb{R}^3$ være området $A = [0, 2] \times [0, 2] \times [0, 2]$, og la $f(x, y, z) = x^2 y^3 z^4$. Da er

$$\int \int \int f(x, y, z) dx dy dz$$

lik

A)

B)

C)

D) $2^{10}/15$

E)

Oppgave 8. (3 poeng) La $g(x) = \sin(x)$ og la $h(x) = 1 + \sin(x)$, og la A være området i \mathbb{R}^2 definert ved

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 2, g(x) \leq y \leq h(x)\}.$$

La $f(x, y) = y$. Da er

$$\int \int_A f(x, y) dx dy$$

lik

A) $1/2 + \cos(1) - \cos(2)$

B)

C)

D)

E)

Oppgave 9. (3 poeng) La C være kurven i \mathbb{R}^3 parametrisert ved

$$\mathbf{r}(t) = (2 + t^2 + t^3, t \sin(2\pi t), e^{t(t-1)} - 1), t \in [0, 1].$$

la $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, z)$. Da er

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

lik

A)

B)

C)

D) 6

E)

Oppgave 10. (3 poeng) La $S \subset \mathbb{R}^3$ være området avgrenset av (x, y) -planet, sylindren $x^2 + y^2 = 1$, og kuleskallet $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, og med $z \geq 0$. Da er

$$\int \int \int z dx dy dz$$

(Fortsettes på side 4.)

lik

A)

B) $\pi/4$

C)

D)

E) **Oppgave 11.** (4 poeng) La $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ være en deriverbar avbilding slik at $F((0,0)) = (0,0)$ og

$$F'(0,0) = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

La $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ være en funksjon slik at $g'(0,0) = (5,1)$. Da er den deriverte til den sammensatte funksjonen $h(x,y) = g(F(x,y))$ i origo lik

A)

B)

C) (11,14)

D)

E)

Oppgave 12. (4 poeng) La $A \subset \mathbb{R}^2$ være rektangelet $A = [0,1] \times [0,1]$ og la C være den stykkevis glatte kurven som avgrenser A . Da er

$$\int_C (xy + \sin(x^2))dx + (y + e^{\sin(y^3)} + \cos^{17}(y))dy$$

lik

A)

B)

C)

D)

E) $-1/2$

Oppgave 13. (4 poeng) La $f(x,y) = x^2 + y^2$ og la S være grafen til f i \mathbb{R}^3 . Tangentplanet til S i punktet $(1,2,f(1,2))$ er definert ved

A)

B)

C) $z = 2x + 4y - 5$

D)

E)

Oppgave 14. (4 poeng) La S være samme flate som i forrige oppgave. Da er normalvektoren til S i punktet $(1,2,f(1,2))$ gitt ved

(Fortsettes på side 5.)

A)

B) $(-2, -4, 1)$

C)

D)

E)

Oppgave 15. (4 poeng) La S være samme flate som i de to forrige oppgavene. Da er arealet av den delen av S som ligger over området $x^2 + y^2 \leq 1$ lik

A)

B)

C)

D)

E) $(\pi/6)(5\sqrt{5} - 1)$

SLUTT