

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: MAT 1110 — Kalkulus og lineær algebra.

Eksamensdag: Mandag 13. juni 2005.

Tid for eksamen: 09.00 – 12.00.

Oppgavesettet er på 3 sider.

Vedlegg: Formelsamling.

Tillatte hjelpemidler: Godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.

a) Bruk elementære rekkeoperasjoner til å bringe matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 6 & 0 & -6 & 7 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

på redusert trappeform.

b) La

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ h \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Avgjør for hvilke verdier av h likningssystemet

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

er konsistent (der A er matrisen fra pkt. a)) og finn den generelle løsningen til systemet for disse h .

(Fortsettes side 2.)

c) Avgjør om mengden av vektorer

$$\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 7 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

er lineært avhengig. Avgjør også om mengden av vektorer

$$\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -6 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

er lineært avhengig. (Du må begrunne svarene.)

Oppgave 2.

a) La D være området i \mathbb{R}^2 som oppfyller ulikhetene $x^2 + y^2 \leq 1$ og $y \geq 0$.
La C være randa til D orientert mot urviseren.

Finn verdien av kurveintegralet

$$\oint_C (xy + \ln(x^2 + 1))dx + (4x + e^{y^2} + 3 \arctan y)dy.$$

b) For hvilke x er rekka $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{n+1}}{2^n n}$ konvergent?

c) La $f(x)$ betegne summen av rekka i b) der den konvergerer. Finn et funksjonsuttrykk for $f(x)$.

Oppgave 3.

a) La D være det begrensede området i \mathbb{R}^3 som er gitt ved ulikhetene

$$x^2 + y^2 \leq z \leq \sqrt{2 - x^2 - y^2}.$$

Finn volumet av D .

b) Beregn buelengden av romkurven gitt ved parametriseringen

$$\mathbf{r}(t) = \frac{2 \sin t}{t} \mathbf{i} + \frac{2 \cos t}{t} \mathbf{j} + t \mathbf{k}, \quad t \in [1, 2].$$

(Fortsettes side 3.)

Oppgave 4.

- a) Gitt koordinatskiftet $x = u \cos v$ og $y = 2u \sin v$. Beskriv linja $y = 2x$ i koordinatene u og v .

La R være området i 1. kvadrant av xy -planet som er begrenset av x -aksen, linja $y = 2x$ og ellipsen $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$. Finn arealet av R .

- b) Finn arealet av flaten $z = x^2 + \frac{y^2}{2}$, $(x, y) \in R$ (der R er området beskrevet i a)).

SLUTT