UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i:	MAT1110 — Kalkulus og lineær algebra
Eksamensdag:	Fredag 28. mars 2014
Tid for eksamen:	15.00 – 17.00
Oppgavesettet er på 5 sider.	
Vedlegg:	Svarark, formelsamling.
Tillatte hjelpemidler:	Ingen.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Eksamen består av 15 spørsmål. De 10 første teller 3 poeng hver, mens de 5 siste teller 4 poeng hver slik at den totale poengsummen er 50. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke "straffet" for å gjette. Krysser du av mer enn ett alternativ på et spørsmål, får du 0 poeng. Svarene fører du inn på eget svarark.

Oppgave 1. (3 poeng) La $F(x, y) = (x^3 + 5y, 5x - y^2)$. Lineariseringen til F i punktet $(1, 2)$ er gitt ved :

A) $(3x + 5y - 1, 5x - 4y + 4)$

B) $(3x + 5y - 2, 5x - 4y + 4)$

C) $(3x + 5y - 2, 5x - 4y + 3)$

D) $(5x + 3y - 2, 5x - 4y + 4)$

E) $(3x + 5y - 2, 4x - 4y + 4)$

Oppgave 2. (3 poeng) La L være en lineær avbilding slik at $L(\mathbf{e}_1) = (1, 1)$ og $L(2\mathbf{e}_2) = (8, -2)$, der $\mathbf{e}_1$ er vektoren $\mathbf{e}_1 = (1, 0)$ og $\mathbf{e}_2 = (0, 1)$. Da er matrisen til L

A)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

B)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

C)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(Fortsettes på side 2.)

D)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

E)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Oppgave 3. (3 poeng) La $R \subset \mathbb{R}^2$ være rektangelet $R = [2,4] \times [1,6]$, og la $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ være affin-avbildingen definert ved $F(x,y) = (11,1) + A(x,y)$ der A er matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Da er arealet til bildet $F(R)$ lik

A) 22

B) 19

C) 18

D) 24

E) 20

Oppgave 4. (3 poeng) Ligningen

$$x^2 - 3x + 2y^2 - 2y + 13/4 = 0$$

fremstiller

A) en ellipse med senter $(3/2, 1)$ med halvakser 1 og $1/\sqrt{2}$.

B) en sirkel med senter $(1, 1)$ og radius $3/2$.

C) en ellipse med senter $(3/2, 1)$ med halvakser 1 og $1/2$.

D) en parabel med senter i $(1, 3/2)$.

E) intet.

Oppgave 5. La C være kurven i $\mathbb{R}^2$ parametrisert ved $\mathbf{r}(\mathbf{t}) = (\cos(t), \sin(t)), t \in [0, 2\pi]$, og la $f(x,y) = x^2y$. Da er $\int_C f d\mathbf{s}$ lik

A) 1

B) $\sqrt{3}$

C) 2

D) 0

E) π

Oppgave 6. (3 poeng) La C være kurven i $\mathbb{R}^2$ parametrisert ved

$$\mathbf{r}(\mathbf{t}) = (1 - t, 1 - 1/2(1-t)^2), t \in [0, 2],$$

og la $\mathbf{F}(x,y) = (xy, y)$. Da er $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ lik

A) 0

(Fortsettes på side 3.)

B) 1

C) 2

D) $\sqrt{3}$

E) π

Oppgave 7. (3 poeng) La $A \subset \mathbb{R}^3$ være området $A = [0,2] \times [0,2] \times [0,2]$, og la $f(x,y,z) = x^2y^3z^4$. Da er

$$\int\int\int f(x,y,z)dxdydz$$

lik

A) $2^{12}/15$

B) $2^{10}/3$

C) 4

D) $2^{10}/15$

E) 2^{-2}.

Oppgave 8. (3 poeng) La $g(x) = \sin(x)$ og la $h(x) = 1 + \sin(x)$, og la A være området i $\mathbb{R}^2$ definert ved

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 2, g(x) \leq y \leq h(x)\}.$$

La $f(x,y) = y$. Da er

$$\int\int_A f(x,y)dxdy$$

lik

A) $1/2 + \cos(1) - \cos(2)$

B) $1/2 - \cos(1) - \cos(2)$

C) $1/2 + \cos(1) + \cos(2)$

D) $-1/2 + \cos(1) - \cos(2)$

E) 0

Oppgave 9. (3 poeng) La C være kurven i $\mathbb{R}^3$ parametrisert ved

$$\mathbf{r}(\mathbf{t}) = (2 + t^2 + t^3, t\sin(2\pi t), e^{t(t-1)} - 1), t \in [0,1].$$

la $\mathbf{F}(x,y,z) = (x,y,z)$. Da er

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

lik

A) 2

B) 4

C) 8

(Fortsettes på side 4.)

D) 6

E) 10

Oppgave 10. (3 poeng)La $S \subset \mathbb{R}^3$ være området avgrenset av (x, y)-planet, sylinderen $x^2 + y^2 = 1$, og kuleskallet $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, og med $z \geq 0$. Da er

$$\int\int\int zdxdydz$$

lik

A) π

B) $\pi/4$

C) $\pi/2$

D) 2π

E) 4π

Oppgave 11. (4 poeng)La $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ være en deriverbar avbilding slik at $F((0,0)) = (0,0)$ og

$$F'(0,0) = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

La $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ være en funksjon slik at $g'(0,0) = (5,1)$. Da er den deriverte til den sammensatte funksjonen $h(x, y) = g(F(x, y))$ i origo lik

A) (12,9)

B) (9,12)

C) (11,14)

D) (14,11)

E) (13,11)

Oppgave 12. (4 poeng) La $A \subset \mathbb{R}^2$ være rektangelet $A = [0,1] \times [0,1]$ og la C være den stykkevis glatte kurven som avgrenser A. Da er

$$\int_C (xy + \sin(x^2))dx + (y + e^{\sin(y^3)} + \cos^{17}(y))dy$$

lik

A) 0

B) 1/2

C) 1

D) -1

E) -1/2

Oppgave 13. (4 poeng) La $f(x, y) = x^2 + y^2$ og la S være grafen til f i $\mathbb{R}^3$. Tangentplanet til S i punktet $(1, 2, f(1, 2))$ er definert ved

A) $z = 4x + 2y - 5$

(Fortsettes på side 5.)

B) $z = 4x - 2y + 5$

C) $z = 2x + 4y - 5$

D) $z = 2x + 2y + 5$

E) $z = x - y + 1$

Oppgave 14. (4 poeng)La S være samme flate som i forrige oppgave. Da er normalvektoren til S i punktet $(1, 2, f(1, 2))$ gitt ved

A) (-4,2,1)

B) (-2,-4,1)

C) (-2,-4,-1)

D) (-2,-2,1)

E) (-1,1,1)

Oppgave 15. (4 poeng) La S være samme flate som i de to forrige oppgavene. Da er arealet av den delen av S som ligger over området $x^2 + y^2 \leq 1$ lik

A) $5\pi/6$

B) $(\pi/6)(5\sqrt{5})$

C) $(\pi/6)(2\sqrt{5} - 1)$

D) $(\pi/6)(\sqrt{5} - 1)$

E) $(\pi/6)(5\sqrt{5} - 1)$

SLUTT