UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT1110 — Kalkulus og lineær algebra
Eksamensdag:	Torsdag 22. mars 2018
Tid for eksamen:	09.00 – 11.00
Oppgavesettet er på 5 sider.	
Vedlegg:	Svarark, formelsamling.
Tillatte hjelpemidler:	Ingen.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Eksamen inneholder 15 oppgaver som hver teller 2 poeng. Det er bare ett riktig alternativ på hver oppgave. Om du svarer galt eller lar være å svare på en oppgave, får du 0 poeng. Du blir altså ikke "straffet" for å gjette. Før svarene dine inn på svararket. Krysser du av mer enn ett alternativ på en oppgave, får du 0 poeng.

Oppgave 1. En parametrisert kurve er gitt ved $\mathbf{r}(t) = t^3\mathbf{i} + e^{-2t}\mathbf{j}$. Akselerasjonvektoren $\mathbf{a}(1)$ i punktet $t = 1$ er da

A) $9\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$
B) $3\mathbf{i} + e^{-2}\mathbf{j}$
C) $6\mathbf{i} - \mathbf{j}$
D) $3\mathbf{i} + (\ln 2)\mathbf{j}$
E) $6\mathbf{i} + 4e^{-2}\mathbf{j}$

Oppgave 2. La $\mathbf{F} : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ være gitt ved

$$\mathbf{F}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^2 + 3 \\ xy + 2 \end{pmatrix}$$

Lineariseringen $\mathbf{L}$ til $\mathbf{F}$ i punktet $(1, 1)$ er da gitt ved

A) $\mathbf{L}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \end{pmatrix}$

B) $\mathbf{L}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \end{pmatrix}$

C) $\mathbf{L}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \end{pmatrix}$

D) $\mathbf{L}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

E) $\mathbf{L}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 3. Hvilken av disse vektorene er en lineærkombinasjon av vektorene $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ og $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$?

A) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} -2 \\ 15 \\ -2 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 1 \\ 12 \\ 2 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Oppgave 4. La $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 4 & 16 & 3 \\ -2 & 7 & 1 \end{pmatrix}$. Hvilken påstand er sann?

A) Likningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har ingen løsninger.
B) Likningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har kun løsningen $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.
C) Den reduserte trappeformen til A har 3 pivotsøyler.
D) Den reduserte trappeformen til A har nøyaktig 2 pivotsøyler.
E) Den reduserte trappeformen til A har kun 1 pivotsøyle.

Oppgave 5. Egenverdiene til matrisen $\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ er:

A) 6 og -1
B) -2 og 4
C) 4 og -1
D) 3 og 5
E) 7 og 1

Oppgave 6. Hvilken av disse skalarfunksjonene er en potensialfunksjon for vektorfeltet $\mathbf{F}(x,y,z) = yz\cos(xy)\mathbf{i} + xz\cos(xy)\mathbf{j} + \sin(xy)\mathbf{k}$:

A) $f(x,y,z) = \sin(xyz)$
B) $f(x,y,z) = \cos(xyz)$
C) $f(x,y,z) = z\sin(xy)$
D) $f(x,y,z) = xyz \cdot \cos(xy) \cdot \sin(xy)$
E) $f(x,y,z) = z\sin(xy) + z$

Oppgave 7. La C være kurven i $\mathbf{R}^3$ parametrisert ved $\mathbf{r}(t) = (t, t^2, t^3)$ for $t \in [0,1]$, og la $\mathbf{F}$ være vektorfeltet gitt ved

$$\mathbf{F}(x,y,z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}.$$

(Fortsettes på side 3.)

Da er linjeintegralet $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ lik:

A) 0
B) 1/2
C) 1
D) 3/2
E) 2

Oppgave 8. La

$$\mathbf{F}(x, y) = P(x, y)\mathbf{i} + Q(x, y)\mathbf{j}$$

være et vektorfelt definert i et åpent område $A \subseteq \mathbf{R}^2$, og anta at alle de partielle deriverte av komponentfunksjonene P og Q er kontinuerlige på A. Hvilket utsagn er sant?

A) Hvis $\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y}$ på hele A, så er $\mathbf{F}$ konservativt.
B) Hvis A er enkeltsammenhengende og C er en lukket kurve i A, så er $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 0$.
C) Hvis A ikke er enkeltsammenhengende, så er ikke $\mathbf{F}$ konservativt.
D) Hvis A er enkeltsammenhengende og $\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y}$ på hele A, så har $\mathbf{F}$ en potensialfunksjon på A.
E) Hvis $\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y}$ på hele A og A ikke er enkeltsammenhengende, så er ikke $\mathbf{F}$ konservativt.

Oppgave 9. Hvilket utsagn om likningen

$$4x^2 + y^2 + 24x - 4y + 24 = 0$$

er sant?

A) Likningen beskriver en ellipse med sentrum i $(-3, 2)$ og halvakser 2 og 4
B) Likningen beskriver en ellipse med sentrum i $(-3, 2)$ og halvakser 4 og 16
C) Likningen beskriver en parabel med styrelinje $x = 3$
D) Likningen beskriver en parabel med toppunkt i $(3, 2)$
E) Likningen beskriver en hyperbel med sentrum i $(24, 2)$

Oppgave 10. La $a > 0$ og $b > 0$ være reelle tall. Hvilken av disse matrisene har 1 som egenverdi?

A) $\begin{pmatrix} 1 & -a \\ b & 1 \end{pmatrix}$
B) $\begin{pmatrix} 0 & -a \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
C) $\begin{pmatrix} -1 & a \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
D) $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & b \end{pmatrix}$
E) $\begin{pmatrix} 0 & -a \\ b & 0 \end{pmatrix}$

Oppgave 11. Hvilken vektor er en egenvektor for $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$?

(Fortsettes på side 4.)

A) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Oppgave 12. La R være området bestående av alle punkter $(x, y) \in \mathbf{R}^2$ slik at $x^2 + y^2 \leq 1$. Da er dobbeltintegralet $\int\int_R (x^2 + y^2) dxdy$:

A) π
B) 2π
C) $\pi/2$
D) $2\pi/3$
E) π^2

Oppgave 13. Hvilket utsagn om det uegentlige integralet

$$\int\int_{\mathbf{R}^2} (x^2 + y^2) e^{-(x^2+y^2)^2} dxdy$$

er sant:

A) Integralet dividerer
B) Integralet er lik 1
C) Integralet er lik $\pi/2$
D) Integralet er lik $\pi/4$
E) Integralet er lik $\pi/8$

Oppgave 14. La R være området bestående av alle punkter $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$ slik at $x, y, z \in [0, 2]$. Da er trippelintegralet $\int\int\int_R xy^2 dxdydz$:

A) 32/3
B) 16/3
C) 9/3
D) 8/3
E) 5

Oppgave 15. La $\mathbf{F}$ være vektorfeltet i $\mathbf{R}^2$ gitt ved

$$\mathbf{F}(x, y) = (y + \sin(x^2))\mathbf{i} - (5x + \cos(y^2))\mathbf{j},$$

og la C være sirkelen $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 1$ orientert mot klokken. Da er

(Fortsettes på side 5.)

linjeintegralet $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$:

A) 0
B) π
C) -2π
D) 3π
E) -6π

SLUTT