12.6: Fant fra forholdstest: Konvergens for $x \in (-4, 4)$.

1.) g) Endepunkter:

$x = 4$: $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^2 \, 4^n}{(2n)!}$

merk: $(n!)^2 4^n = (n!)^2 (2^2)^n = (n!)^2 \, 2^n \cdot 2^n$

$= (2^n n!)(2^n n!)$

$= (2\cdot 1)\cdot(2\cdot 2)\cdot(2\cdot 3)\cdot \ldots \cdot(2\cdot n)\cdot (2\cdot 1)\cdot(2\cdot 2) \ldots (2\cdot n)$

$= (2\cdot 4\cdot 6\cdot \ldots \cdot 2n)\cdot(2\cdot 4\cdot 6\cdot \ldots \cdot 2n)$

$\geq (1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot(2n-1))\cdot(2\cdot 4\cdot 6 \ldots \cdot 2n)$

$= (2n)!$

større faktor for faktor!

Så:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^2 4^n}{(2n)!} \geq \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{2n!} = \sum_{n=0}^{\infty} 1,$$

Divergerer!

Så rekka divergerer (ev. følger dette og fra divergenstest).

$x = -4$: Tilsvarende: ledd $\not\to 0$, så divergens (fra divergenstesten).