UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT 1110 — Kalkulus og lineær algebra.
Eksamensdag:	Fredag 13.08.2004. Kontinuasjonseksamen.
Tid for eksamen:	09.00 – 12.00.
Oppgavesettet er på 2 sider.	
Vedlegg:	Formelsamling.
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.

a) Finn alle løsninger på likningssystemet

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 \qquad\qquad &= 4 \\ x_2 - x_3 \qquad &= 1 \\ 3x_2 - 3x_3 + x_4 &= 6 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 \qquad &= 5 \end{aligned}$$

La $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & -3 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 0 \end{bmatrix}$. Finn den reduserte trappeformen til A (dvs. finn en matrise på redusert trappeform som er rekkeekvivalent med A). Finn en basis for nullrommet og kolonnerommet til A.

b) La $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ og la $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$. Beregn BC og finn a slik at $C = B^{-1}$.

(Fortsettes side 2.)

c) For hvilke verdier av b har likningssystemet

$$\begin{aligned} x_1 \qquad\; + x_3 &= 0 \\ bx_1 + x_2 \qquad\;\; &= 1 \\ x_2 + 2x_3 &= 1 \end{aligned}$$

ingen, én eller uendelig mange løsninger.

Oppgave 2.

a) La D være det begrensete området i $\mathbb{R}^3$ som både ligger inne i paraboloiden $z = 4 - x^2 - y^2$ og inne i sylinderen $x^2 + y^2 = 1$ og som ligger over xy-planet. Finn volumet av D.

b) Finn arealet av den delen av randflaten til D som ligger på paraboloiden $z = 4 - x^2 - y^2$.

Oppgave 3.

a) La C være den parametriserte kurven $\vec{r}(t) = \frac{1}{t}\vec{\imath} + \sqrt{2}\, t\vec{\jmath} + \frac{1}{3}t^3\vec{k}$, $t \in [1, 2]$. Finn buelengden til C.

b) For hvilke x er rekka $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{2^n} x^{n+1}$ konvergent?

c) La $f(x)$ betegne summen av rekka i b) der den konvergerer. Finn et funksjonsuttrykk for $f(x)$.

Oppgave 4.

a) La D være det begrensete området i $\mathbb{R}^2$ som er begrenset av parabelen $y = 1 - x^2$ og x-aksen. La C være den lukkete randkurven til D. Orienter C mot urviseren. Regn ut kurveintegralet $I = \oint_C -y\, dx + x^2 dy$ ved direkte utregning av kurveintegralet.

b) Regn ut I ved å beregne et dobbelt integral $\iint_D f(x, y) dA$ av et passelig skalarfelt $f(x, y)$.

SLUTT