

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i MAT1110 — Kalkulus og lineær algebra.
Eksamensdag: Fredag 14. august 2009. UTSATT/NY PRØVE
Tid for eksamen: 09.00 – 12.00.
Oppgavesettet er på 2 sider.
Vedlegg: Formelark.
Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommeregner.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Under sensureringen teller i utgangspunktet alle deloppgaver (1, 2, 3, 4a, 4b osv.) 10 poeng hver. Du må begrunne alle svar, og du må vise nok mellomregninger til at man lett kan følge argumentene dine.

Oppgave 1

Et kjeglesnitt har ligningen

$$16x^2 - 9y^2 + 64x + 18y = 89$$

Finn sentrum, brennpunkt og eventuelle asymptoter, og lag en tegning av kjeglesnittet med disse punktene og linjene.

Oppgave 2

Finn en potensialfunksjon til det konservative feltet

$$\mathbf{F}(x, y) = 2xy \mathbf{i} + (x^2 + 3) \mathbf{j}$$

Finn så $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ der C er kurven parametrisert ved

$$\mathbf{r}(t) = e^t t^3 \mathbf{i} + \frac{t^2}{1+t^4} \mathbf{j} \quad \text{for } t \in [0, 1]$$

Oppgave 3

a) Finn konvergensintervallet til potensrekken $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n2^n}$.

b) Finn summen til rekken.

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 4

a) Bruk radoperasjoner til å omforme matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

til redusert trappeform.

b) Finn en egenvektor med egenverdi 1 for matrisen

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

c) Finn de andre egenverdiene til B .

d) Finn det stasjonære punktet til funksjonen

$$f(x, y, z) = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + z^2 + 2xy + xz + yz - 2x - y - z$$

e) Avgjør om det stasjonære punktet i d) er et lokalt minimum, et lokalt maksimum eller et sadelpunkt.

Oppgave 5

A er området i første kvadrant avgrenset av kurvene $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{3}{x}$, $y = x^3$, $y = 2x^3$. Lag en skisse av A og finn arealet.

SLUTT