

3.6

$$2) y^2 = 4ax$$

topppunkt i $(0,0)$

brennpunkt i $(a,0)$

styrelinje $x = -a$

$$2) y^2 - 4x - 2y - 7 = 0$$

$$(y-1)^2 - 1 - 4x - 7 = 0$$

$$(y-1)^2 - 4x = 8$$

$$y' = y-1, \quad x' = x+2$$

$$(y-1)^2 = 4(x+2)$$

$$(y')^2 = 4x'$$

Topppunkt $(x', y') = (0, 0)$

Brennpunkt $(x', y') = (1, 0)$

Styrelinje $x' = -1$

Topppunkt $(-2, 1) = (x, y)$

Brennpunkt $(-1, 1) = (x, y)$

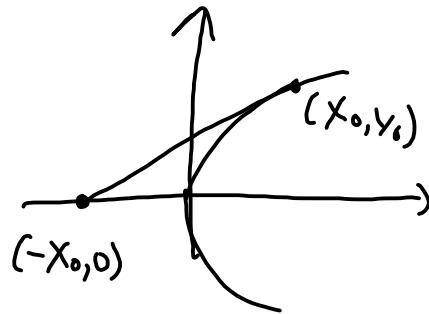
Styrelinje $x = -3$

$$\begin{aligned} \text{Brennvidde } & |(-2, 1) - (-1, 1)| \\ & = |(-1, 0)| = 1 \end{aligned}$$

$$9) \quad y^2 = 4ax$$

Vis at tangent i et punkt

(x_0, y_0) skjærer x -aksen i $(-x_0, 0)$



Om $(x_0, y_0) = (0, 0)$ så er dette
opplagt (tangenten er y -aksen)

$(x_0, y_0) \neq (0, 0)$, kan oppfatte
 $y = y(x)$, $y^2 = 4ax$ implisitt

derivasjon gir $2yy' = 4a$

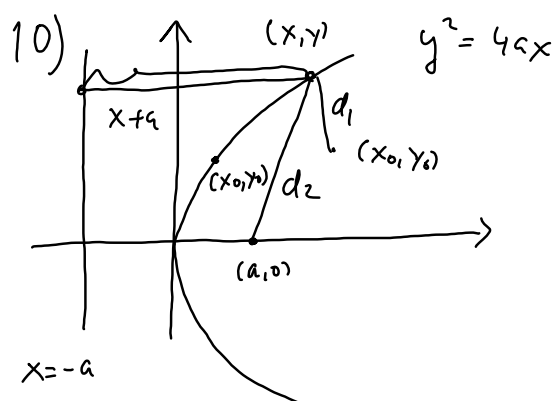
$y' = \frac{2a}{y}$. Tangentlikning i

(x_0, y_0) , $y - y_0 = \frac{2a}{y_0}(x - x_0)$

skjæring med x -aksen $-y_0 = \frac{2a}{y_0}(x - x_0)$

$$2a(x - x_0) = -y_0^2$$

$$x = -\frac{y_0^2}{2a} + x_0 = -\frac{4ax_0}{2a} + x_0 = -x_0$$



Skal finde (x, y) så at

$d_1 + d_2 = d$ er minst mulig

$$d(y) = \sqrt{(y-y_0)^2 + (x-x_0)^2} + x+a$$

$$y = y(x),$$

$$d'(y) = \frac{2(y-y_0)y'(x) + 2(x-x_0)}{2\sqrt{(y-y_0)^2 + (x-x_0)^2}} + 1 = 0$$

Hvis $y = y_0$

$$d'(y_0) = \frac{x-x_0}{\sqrt{(x-x_0)^2}} + 1$$

$$= \frac{x-x_0}{x_0-x} + 1 = -1 + 1 = 0$$

Sev at $y = y_0$ gir to

kritisk punkt for $d(y(x))$

For $y = y_0$ har vi da:

$$d(y_0) = \sqrt{(x-x_0)^2} + x+a$$

$$= x_0 - x + x + a = x_0 + a$$

For et generelt punkt (x, y)

på parabolen har vi

$$d = \sqrt{(y-y_0)^2 + (x-x_0)^2} + x+a$$

$$\geq \sqrt{(x-x_0)^2} + x+a \geq x_0 - x + x + a$$

$$= x_0 + a$$

Konklusjon korteste
vei blir skjæringspunktet
med linje gjennom (x_0, y_0)
perpendikelt med akselen

A. 9.1

$$a_1 = 1, a_2 = 3$$

$$a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n$$

Finne a_n for $n \leq 30$.

A. 9.2

X rovdyr (rever)

y byttedyr (kaniner)

$X(n)$ = antall rever etter n år.

$y(n)$ = —||— kaniner —||— .

$$X(n) = X(n-1)(r + c y(n-1))$$

$$y(n) = y(n-1)(q - d X(n-1))$$

A.9.2 forts.

Har oppgitt

$$r = 0,98$$

$$q = 1,04$$

$$c = 0,0002$$

$$d = 0,001$$

$$X(1) = 50$$

$$y(1) = 200$$

se på utvikling

$$1 \leq n \leq 1000$$

(c.a. 19 år)

A.10.1

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad \det A = ad - bc$$

2x2 matrisen. Skal skrive

et program (funksjon)

har som input a, b, c, d og

output $\det A$

A. 10.2

$$ax + by = e$$

$$cx + dy = f$$

Skal skrive program med
input a, b, c, d, e, f , output
løsningene x og y

$$\begin{array}{c} \text{A. 12.2} \\ \hline \int_0^1 \int_1^3 \int_0^2 (x + ye^{2z}) dz dy dx \end{array}$$