$\vec{v}_1$ & $\vec{v}_2$ lin. uavh., så basis!

Fra arg. s. 292:

$$(\Delta): \vec{r}(t) = c_1(t)\vec{v}_1 + c_2(t)\vec{v}_2$$ (siden egenvektorene er basis)

der $c_1(t) = c_1 e^{\lambda_1 t}$ $\qquad$ $c_2(t) = c_2 e^{\lambda_2 t}$

$= c_1 e^0$ $\qquad$ $= \underline{c_2 e^{-4t}}$

$= \underline{c_1}$

Bruker startbetingelsen:

$$\begin{bmatrix} 500 \\ 1000 \end{bmatrix} = \vec{r}(0) = c_1 \underbrace{\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\vec{v}_1} + c_2 e^{-4\cdot 0} \underbrace{\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\vec{v}_2}$$

$$= \begin{bmatrix} 2c_1 - 2c_2 \\ c_1 + c_2 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow c_1 = 1000 - c_2$ og $2(1000 - c_2) - 2c_2 = 500$

$2000 - 4c_2 = 500$

$4c_2 = 1500$

$c_1 = 1000 - 375$ $\qquad \Leftarrow \qquad$ $c_2 = \frac{750}{2} = \underline{\underline{375}}$

$= \underline{\underline{625}}$

Så: $$\vec{r}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} \overset{(\Delta) \text{ og over}}{=} 625 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + 375 e^{-4t} \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1250 - 750 e^{-4t} \\ 625 + 375 e^{-4t} \end{bmatrix}$$

Dvs. $x(t) = 1250 - 750 e^{-4t}$

$\underline{\underline{y(t) = 625 + 375 e^{-4t}}}$

c) Observasjoner: På ett tidspkt. er det ikke flere byttedyr.

Hvilken modell passer m/ dette?

Modell A: Her er $y(t) = 0$ når

$$1000 \cos t - 500 \sin t = 0$$

$$2 \cos t = \sin t$$

$$\tan t = 2$$

cos og sin er ikke 0 samtidig så kan dele over på cos

Hvor mange måneder tar det før dette skjer?

$$\arctan(\tan t) = \arctan(2)$$

$$t \approx 1{,}1$$

Så etter ca. 1,1 år, dvs. ca. 13 måneder, er det ingen byttedyr i modell A.

I modell B vil # rovdyr & # byttedyr stabiliseres på:

Rovdyr:

$$\lim_{t \to \infty} x(t) = \lim_{t \to \infty} 1250 - 750 e^{\overset{\to 0}{-4t}}$$

$$= \underline{\underline{1250}}$$

Byttedyr:

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{t \to \infty} 625 + 375 e^{-4t}$$

$$= \underline{\underline{625}}$$