MAT 1110: OBLIGATORISK OPPGAVE 1, V-2014

1. Informasjon

Innleveringsfrist: Torsdag 20. februar klokka 14:30, i 7. etasje i Nils Henrik Abels Hus. Husk å bruke forside - denne finner du på kursets hjemmeside. Erfaringsmessing blir det lange køer både ved skrivere og utenfor ekspedisjonskontoret rett før fristen, så det kan være smart å levere tidlig. Se forøvrig også lenker på kursets hjemmeside for mer informasjon.

Oppgaven er obligatorisk, og studenter som ikke får besvarelsen godkjent, vil ikke få tilgang til avsluttende eksamen. For å få godkjent må du ha 60 prosent score. Alle utregninger skal være med, og det legges vekt på god fremstilling. Du kan få uttelling for god fremgangsmåte selv om svaret er galt, men da er det viktig at fremstillingen er klar. Dersom du ikke får obligen godkjent etter første innlevering, får du en siste mulighet dersom det kommer klart frem at du har gjort et ærlig forsøk. Det er lov å samarbeide om å løse oppgavene, men den endelige innleveringen skal være skrevet av deg selv og skal være preget av din personlige forståelse av stoffet. Er vi i tvil om forståelsen, kan vi kalle deg inn til muntlig høring.

I MATLAB-oppgavene, legg ved koden din samt de grafene du er bedt om å tegne. Du kan eventuelt bruke Python.

2. Oppgaven

For de to første oppgavene minner vi om at en *egenvektor* $\mathbf{v}$ for en kvadratisk matrise A er en vektor $\mathbf{v} \neq 0$ slik at $A\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}$ for et tall $\lambda \in \mathbb{R}$. Tallet λ kalles *egenverdien* til A.

Oppgave 1) MATLAB: Lag et script *eigen(a,b,c,d,e,f)* som sjekker om vektoren $\mathbf{v} = (e, f)$ er en egenvektor for matrisen

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

Oppgave 2) MATLAB: I denne oppgaven skal vi lage et script som forsøker å estimere den største egenverdien til en matrise A. Vi beskriver først en algoritme (potensmetoden) for å estimere denne - oppgaven blir siden å implememtere denne i et script.

Anta at vi er gitt en matrise A som over. Algoritmen er som følger: Velg en startvektor $\mathbf{v_0} \in \mathbb{R}^2$ med største komponent lik 1 i absoluttverdi. For $k = 0, 1, 2, ...$ gjør vi som følger

a. Regn ut $A\mathbf{v_k}$,

b. la r_k være en komponent i $A\mathbf{v_k}$ med størst absoluttverdi,
c. la $\mathbf{v_{k+1}} = (1/r_k)A\mathbf{v_k}$.

Da vil det typisk være slik at r_k konvergerer mot den største egenverdien når $k \to \infty$. (Det er ikke alltid denne metoden fungerer, men det skal vi ikke tenke på i denne oppgaven)

Lag et script *estimer(a,b,c,d,e,f,s,n)* som gjennomfører potensmetoden som beskrevet over, med A som i Oppgave 1) og med $\mathbf{v_0} = (e, f)$. Scriptet skal stoppe etter skritt k dersom $\|\mathbf{v_k} - \mathbf{v_{k-1}}\| < s$, og uansett når $k = n$. Her skal altså $s > 0$ og n være et heltall. Scriptet skal til slutt skrive ut r_k og $\mathbf{v_k}$ for verdien av k der det stopper.

Oppgave 3) Vi definerer en parametrisert kurve $\mathbf{r} : [0, 1] \to \mathbb{R}^3$ ved $\mathbf{r}(t) = (\cos(2\pi t^2), \sin(2\pi t^3), \sin(2\pi t^7))$. Tegn den tredimensjonale kurven i MATLAB. Estimer lengden til kurven nummerisk. Definer så et skalarfelt $f(x, y, z)$ ved $f(x, y, z) = xyz$, og estimer integralet nummerisk.

$$\int_C f d\mathbf{s}.$$

Oppgave 4) Definer et vektorfelt $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, z)$. I samme vindu som kurven over, tegn dette vektorfeltet langs kurven. For vektorfeltet, bruk en oppløsning slik at det ikke blir alt for mange vektorer. Estimer så integralet

$$\int_C \mathbf{F} d\mathbf{r}.$$

nummerisk. Hva er den eksakte verdien til integralet?

February 6, 2014