# DER MATHEMATISCHE ZUSATZTEST

AM STUDIENKOLLEG BOCHUM Die nachfolgenden Informationen enthalten

- 1. Allgemeine Hinweise
- 2. Inhaltliche Hinweise
- 3. Beispielaufgaben
- 4. Lösungshinweise
- 5. Online-Materialien zur Vorbereitung

zum Aufnahmetest Mathematik.

### 1. Allgemeine Hinweise:

Die Aufnahmeprüfung zum Studienkolleg Bochum besteht aus einem sprachlichen und einem mathematischen Teil. Die Mathematikprüfung mit ca. sechs Aufgaben dauert 30 Minuten. Hilfsmittel sind bei der Bearbeitung nicht zugelassen.

#### 2. inhaltliche Hinweise:

Die meisten Aufgaben entsprechen dem Niveau des Mathematikunterrichtes bis zur Klasse 10. Einige wenige Aufgaben gehören zum Unterrichtsstoff der Klassen 11 und 12.

#### Schwerpunkte:

- Rechenregeln zu Brüchen, Potenzen, Logarithmen und Termumformungen mit Variablen
- Rechnen mit einfachen Polynomen und rationalen Funktionen, Polynomdivision
- Lösen von linearen und quadratischen Gleichungen
- Lösen von einfachen linearen Gleichungssystemen
- Graphen von linearen und quadratischen Funktionen
- Berechnungen an einfachen ebenen und räumlichen geometrischen Figuren (Dreieck, Quadrat, Rechteck, Kugel, Zylinder und Kegel, sowie Zusammensetzungen dieser Figuren).
- Anwenden von Eigenschaften trigonometrischer Funktionen (sin, cos, tan, cot)
- Graphen von einfachen trigonometrischen Funktionen
- Anwendung von einfachen Differentiations- und Integrationsregeln
- Algebraische und geometrische Eigenschaften von Vektoren
- Linearkombinationen, parallele und orthogonale Vektoren, Rechengesetze für Vektoren

# 3. Beispielaufgaben

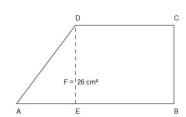
Die folgenden Aufgaben sind typische Beispiele für den Stoff. Damit werden inhaltliche Schwerpunkte - ohne Anspruch auf Vollständigkeit - erläutert.

Aufgabe 1

Verolnfachen Sie: 
$$1 + (2 + 3(x - 4 + (5x - 6))) =$$

$$\frac{4x^3 - 19x^2 + 16x - 16}{x - 4} =$$

Aufgabe 2



$$\overline{AE} = 3 \text{cm}, \quad \overline{AB} = 8 \text{cm}, \quad F = 26 \text{ cm}^2$$

$$\overline{DC} = , \quad \overline{DE} = , \quad \overline{AD} =$$

Aufgabe 3

$$\sqrt{x-2}+2=x, x \in \mathbb{R}.$$

$$x_1 =$$
 ,  $x_2 =$ 

Aufgabe 4

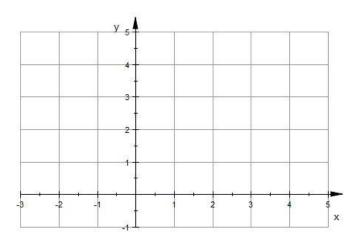
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}, \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$3 \cdot \vec{a} - 4 \cdot \vec{b} = \left( \right) - \left( \right) = \left( \right), \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = \left( \right)$$

Aufgabe 5

$$\begin{array}{rcl}
x - y & = & -1 \\
-2x - y & = & -4
\end{array}$$

$$x =$$
 ,  $y =$ 



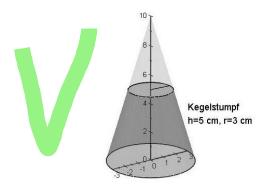
# Aufgabe 6

Skizzieren Sie die Graphen von  $y = x^2 + 1$  und y = 3 - x in das Koordinatensystem:

An welchen Punkten schneiden sich die Graphen?

$$x_1 = , y_1 =$$
und  $x_2 = , y_2 =$ 

# Aufgabe 7



Die Höhe des Kegels beträgt  $h=10\ cm$ .

Der Durchmesser der Grundfläche beträgt r = 3 cm.

Der Kegelstumpf hat die halbe Höhe. Berechnen Sie das Volumen des Kegelstumpfs:

$$V = cm^3$$

### Aufgabe 8

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) =$$
 ,  $\tan(x) = 1 \implies x =$ 

### Aufgabe 9

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \cdots$$

$$f(x) = \sin(x^2), \quad g(x) = x^2 + 2x + 1, \quad h(x) = \frac{1}{2 - 3x}$$

$$f'(x) = , \quad g'(x) = , \quad h'(x) =$$

## Aufgabe 10

$$\int x^2 dx = , \quad \int_0^1 x^2 (1-x) dx = , \quad \int_{-\pi}^{3\pi} \sin(x) dx =$$

## 4. Lösungshinweise zu den Beispielaufgaben

## Zu Aufgabe 1:

$$1 + (2 + 3(x - 4 + (5x - 6))) = 1 + (2 + 3(6x - 10)) = 1 + (2 + 18x - 30) = 18x - 27.$$

$$(4x^3 - 19x^2 + 16x - 16): (x - 4) = 4x^2 - 3x + 4$$

#### Zu Aufgabe 2:

$$\overline{DC} = \overline{AB} - \overline{AE} = 5 \text{ cm}, \ 26 = \frac{3}{2} \overline{DE} + 5\overline{DE} = 6.5 \overline{DE} \implies \overline{DE} = 4, \ \overline{AD} = \sqrt{\overline{AE}^2 + \overline{DE}^2}$$
$$= \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

### Zu Aufgabe 3:

$$\sqrt{x-2} = x-2 \iff x-2 = x^2-4x+4 \iff x^2-5x+6 = (x-2)(x-3) = 0 \iff x_1 = 2,$$
 $x_2 = 3.$ 

Alternative Berechnung mit der (p,q)-Formel:

$$x^{2} - 5x + 6 = 0 \iff x_{1,2} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - 6} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{24}{4}} = \frac{5 \pm 1}{2} \iff x_{1} = 2, \qquad x_{2} = 3.$$

#### Zu Aufgabe 4:

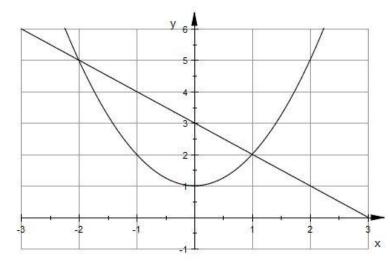
$$3 \cdot \vec{a} - 4 \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ -9 \\ 15 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -17 \\ 19 \end{pmatrix}, \ \vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 1 - 3 \cdot 2 + 5 \cdot (-1) = 2 - 6 - 5 = -9.$$

#### Zu Aufgabe 5:

$$\begin{array}{rcl}
x - y & = & -1 \\
-2x - y & = & -4
\end{array} \iff \begin{array}{rcl}
x + 1 & = & y \\
4 - 2x & = & y
\end{array} \iff x + 1 = 4 - 2x \iff 3x = 3 \iff x = 1$$

$$\implies y = 2.$$

### Zu Aufgabe 6:



$$x_1 = -2, \qquad y_1 = 5$$

$$x_2 = 1$$
,  $y_2 = 2$ 

## Zu Aufgabe 7:

$$V = V_1 - V_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 10 - \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot 5 = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(90 - \frac{45}{4}\right) = \frac{105}{4}\pi = 26.25\pi.$$

# Zu Aufgabe 8:

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{2}, \qquad \tan(x) = 1 \iff x = \frac{\pi}{4} + k \cdot \pi, \qquad k \in \mathbb{Z}.$$

## Zu Aufgabe 9:

$$f'(x) = 2x \cdot cos(x^2), \quad g'(x) = 2x + 2, \quad h'(x) = \frac{3}{(2 - 3x)^2}.$$

### Zu Aufgabe 10:

$$\int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 + c, \quad \int_0^1 x^2 (1 - x) dx = \int_0^1 x^2 - x^3 dx = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}, \quad \int_{-\pi}^{3\pi} \sin(x) dx = 0.$$

### 5. Online - Materialien zur Vorbereitung

### • www.mathe-online.at

Multimediale Lernhilfen für Schule, Fachhochschule, Universität und Selbststudium. Beinhaltet auch mathematische Lehrtexte, Aufgaben zum Selbstlernen und ein Lexikon.

#### • <u>www.mathe1.de</u>

Das kostenlose online Mathematikbuch.

• www.arndt-bruenner.de/mathe/mathekurse.htm

Mathematiksammlung mit vielen Java-Applets zum Lernen und Selbstlernen

• www.kubach-mathe.de

Serviceseite mit Aufgaben, Übungen, Klausur- und Prüfungsbeispielen in Mathematik am Studienkolleg Bochum (vom Vorkurs bis zum zweiten Semester)