

Tarea V Simulación para un Sistema de Colas en un Restaurante de Comida Rápida

Simulación de Workflow

1 Introducción

Este documento describe la especificación para una simulación de un sistema de colas en un restaurante de comida rápida. El sistema modela un workflow con múltiples etapas de servicio, donde los clientes no necesariamente pasan por todas las fases, sino que cada etapa se activa con una probabilidad específica basada en el pedido del cliente. El objetivo principal de la simulación es evaluar y minimizar el tiempo de espera promedio de los clientes en el sistema, modelado como una red de colas abierta con enrutamiento probabilístico.

Adicionalmente, se propone una configuración alternativa de servidores para minimizar la varianza del tiempo de espera, manteniendo un enfoque en la eficiencia del workflow. La simulación se implementará utilizando técnicas de simulación discreta de eventos, asumiendo llegadas de clientes Poisson y tiempos de servicio con distribuciones específicas por etapa.

El sistema se compone de las siguientes etapas (estaciones de servicio):

- **Cajas (Cashiers):** Recepción y pago del pedido.
- **Refrescos (Drinks):** Preparación de bebidas.
- **Freidora (Fryer):** Preparación de productos fritos (e.g., papas).
- **Postres (Desserts):** Preparación de postres.
- **Pollo (Chicken):** Preparación de items de pollo.

Cada cliente comienza en las cajas y luego se enruta probabilísticamente a las etapas subsiguientes, según las necesidades de su pedido. El sistema es una red de colas en serie-paralelo con probabilidades de ramificación.

2 Modelo de Colas

El sistema se modela como una red de colas de Jackson abierta, donde:

- Las llegadas de clientes siguen un proceso Poisson con tasa $\lambda = 3$ (ajutable en la simulación).
- Cada estación i (para $i \in \{\text{cajas, refrescos, freidora, postres, pollo}\}$) tiene c_i servidores paralelos, con tiempos de servicio independientes.
- Los tiempos de servicio en cada estación siguen distribuciones específicas (exponenciales para simplicidad, capturando variabilidad en operaciones de comida rápida):

- Cajas: Distribución exponencial con media $\mu_{\text{cajas}}^{-1} = 2.5$ minutos.
- Refrescos: Distribución exponencial con media $\mu_{\text{refrescos}}^{-1} = 0.75$ minuto.
- Freidora: Distribución normal discreta con media $\mu_{\text{freidora}}^{-1} = 3$ minutos (tasa $\mu_{\text{freidora}} \approx 0.333$ por minuto).
- Postres: Distribución binomial con media $\mu_{\text{postres}}^{-1}, n = 5$ y $p = 0.6$ minutos (tasa $\mu_{\text{postres}} \approx 0.667$ por minuto).
- Pollo: Distribución geométrica con $p = 0.1$ y x siendo los minutos.

- Se asume disciplina FCFS (First-Come, First-Served) en cada cola, con capacidad infinita para evitar rechazos. - El tiempo total de espera de un cliente es la suma de los tiempos de espera en cola y servicio en las estaciones visitadas.

Para una red de colas con enrutamiento probabilístico, el tiempo de espera promedio W en el sistema se calcula como:

$$W = \sum_i p_i \left(\frac{\rho_i}{\mu_i(1 - \rho_i)} + \frac{1}{\mu_i} \right),$$

donde $\rho_i = \lambda_i / (c_i \mu_i)$ es la utilización de la estación i , λ_i es la tasa de llegada efectiva a i (ajustada por

probabilidades de enrutamiento), p_i es la probabilidad de visitar i , y el primer término representa el tiempo en cola (aproximación M/M/c).

2.1 Cantidad de trabajos por servidor

Cada cliente, tendrá una cantidad de órdenes en los servidores, que sigue una binomial con $n = 5$ y $p = \frac{2}{5}$

3 Workflow y Probabilidades de Enrutamiento

Los clientes no pasan por todas las fases; en su lugar, después de las cajas (que todos visitan con probabilidad $p_{\text{cajas}} = 1$), se enruta probabilísticamente a las etapas subsiguientes. Las probabilidades se basan en patrones típicos de pedidos en comida rápida (e.g., no todos piden pollo o postres). Se definen las siguientes probabilidades condicionales de visita (independientes entre etapas para simplicidad):

- Probabilidad de necesitar refrescos después de cajas: $p_{\text{refrescos}} = 0.9$ (la mayoría pide bebidas).
- Probabilidad de necesitar freidora (e.g., papas fritas, nuggets, etc): $p_{\text{freidora}} = 0.7$.
- Probabilidad de necesitar postres: $p_{\text{postres}} = 0.25$.
- Probabilidad de necesitar pollo: $p_{\text{pollo}} = 0.3$.

El enrutamiento es probabilístico: un cliente sale de una estación y decide independientemente si visita la siguiente con su probabilidad respectiva. El flujo efectivo $\lambda_i = \lambda \prod_{j \text{ previas}} p_j$ para estaciones en secuencia, pero dado el paralelismo, se simula visitando subconjuntos posibles.

La simulación debe generar trayectorias de clientes muestreando estas probabilidades para determinar el sub-workflow de cada uno (e.g., un cliente podría ir: cajas \rightarrow refrescos \rightarrow freidora, sin pollo ni postres).

4 Servidores

Se cuentan en el restaurante con 12 colaboradores. Su tarea consiste en indicar cuántos deben trabajar en cada una de las estaciones, tal que se minimice el tiempo de espera promedio y la varianza promedio.

5 Objetivos de Optimización en la Simulación

La simulación correrá por un horizonte de tiempo $T = 8$ horas (un turno), replicando muchas corridas independientes para estimar promedios y varianzas. Métricas clave: - Tiempo de espera promedio por cliente: \bar{W} . - Varianza del tiempo de espera: $\text{Var}(W)$. - Utilización por estación: $\rho_i < 0.8$ para estabilidad.

5.1 Configuración para Minimizar Tiempo de Espera Promedio

Para minimizar \bar{W} , se optimiza el número de servidores c_i asignando más recursos a cuellos de botella (estaciones con altas probabilidades y tiempos largos, como pollo y freidora). Ejemplo de configuración:

- $c_{\text{cajas}} = 3$ (alta tasa de llegada).
- $c_{\text{refrescos}} = 2$ (alta probabilidad, tiempo corto).
- $c_{\text{freidora}} = 2$ (probabilidad media, tiempo medio).
- $c_{\text{postres}} = 1$ (baja probabilidad).
- $c_{\text{pollo}} = 5$ (tiempo largo, probabilidad media).

En la simulación, esta configuración reduce \bar{W} a aproximadamente 5-7 minutos (estimado analítico: resolver el sistema de ecuaciones de flujo y usar fórmulas M/M/c para cada cola, ponderado por probabilidades).

6 Evaluación de la Simulación

En esta sección se describe el proceso de evaluación de la simulación del sistema de colas en el restaurante de comida rápida. El objetivo es establecer un criterio claro y cuantificable para asignar puntos a cada generación de datos probabilísticos en función de su alineación con la especificación del sistema. La evaluación se centra en cómo cada configuración y ejecución de la simulación se correlaciona con la media de tiempo de espera obtenida y su comparabilidad con otros enfoques similares.

6.1 Criterios de Evaluación

La evaluación se basará en los siguientes criterios:

1. **Alineación con la Especificación:** Cada generación de datos probabilísticos debe cumplir

con los requisitos establecidos en la especificación del sistema, incluyendo las probabilidades de enrutamiento y la estructura del workflow.

2. **Media de Tiempo de Espera:** Se medirá la media de tiempo de espera promedio por cliente obtenida en la simulación. Esta media debe ser corroborable con las ejecuciones de otras configuraciones o simulaciones que operen bajo condiciones similares.

3. **Comparabilidad de Resultados:** Se espera que los resultados sean comparables con otras simulaciones que abordan el mismo problema. Esto implica que los tiempos de espera deben estar en un rango razonable en comparación con los resultados de otros enfoques.

6.2 Asignación de Puntos

La evaluación se realiza en una escala de 0 a 100 puntos, donde:

- ****Alineación con la Especificación (40 puntos)**:** - 0 puntos si no se cumplen los criterios. - 20 puntos si hay cumplimiento parcial (algunas probabilidades o etapas no se implementan correctamente). - 40 puntos si se cumplen todas las especificaciones.

- ****Media de Tiempo de Espera (50 puntos)**:** - Se asignarán puntos basados en la media de tiempo de espera en comparación con la media mínima esperada. La puntuación se calculará con la siguiente fórmula:

$$\text{Puntuación} = 50 \times \left(1 - \frac{\bar{W} - \bar{W}_{\min}}{\bar{W}_{\max} - \bar{W}_{\min}} \right)$$

donde: - \bar{W} es la media de tiempo de espera obtenida en la simulación. - \bar{W}_{\min} es la media mínima alcanzable. - \bar{W}_{\max} es la media máxima observada en simulaciones comparables.

- ****Comparabilidad de Resultados (10 puntos)**:** - 0 puntos si los resultados no son comparables. - 5 puntos si los resultados son parcialmente comparables (similaridad en tendencias, pero no en magnitudes). - 10 puntos si los resultados son totalmente comparables con otros enfoques similares.

6.3 Cálculo de la Puntuación Final

La puntuación final de cada ejecución de simulación se calculará sumando los puntos obtenidos en cada criterio:

El objetivo es que cada simulación alcance una puntuación total cercana a 100, lo que indicaría que se ha logrado una media de tiempo de espera mínima corroborable y se han cumplido todos los criterios establecidos en la especificación.

Esta evaluación permitirá una comparación efectiva entre diferentes configuraciones y enfoques, proporcionando una base sólida para la mejora continua del sistema de colas en el restaurante de comida rápida.

$$\text{Puntuación Total} = \text{Puntos de Alineación} + \text{Puntos de Media de Tiempo de Espera} + \text{Puntos de Comparabilidad}$$