0. Introduction

1) Least Square Method

요약)

Least square method 또는 최소 제곱법은 주어진 데이터 포인트를 잘 이어주는 표현하는 수학적인 기법 중 하나이다. 이 기법의 목표는 데이터 포인트와 이 기법으로 산출된 그래프의 MSE (평균 제곱 오차)를 최소한으로 줄이는 것이다.

최소 제곱법은 파라미터를 모르지만 이미 결과 값을 측정한 실험에서 수학적인 표현을 하기 위해 쓰이기도 한다. 이 기법으로 선형 또는 비선형 모델의 계수를 추정할 수 있다. 신호 처리에서 받아온 데이터의 노이즈를 필터링하여 모델의 파라미터를 추정할 수 있게 하기도 한다.

최소 제곱법으로 얻을 수 있는 이점으로는 이 기법으로 인해 효율적이고, 간단하게 알지 못하는 파라미터를 수학적으로 표기할 수 있고, 선형/비선형 모델에 대하여 예측할 수 있다. 마지막으로는 에러 값이나 노이즈를 포함하고 있는 데이터를 다룰 수 있다.

2) Average Filter & Moving Average Filter

요약)

Average Filter: 평균은 데이터의 총합을 데이터 개수로 나눈 값을 의미한다. 평균 필터는 잡음을 제거할 수 있다는 점에 큰 장점이 있다. 하지만 데이터의 변화(시스템의 동적 변화)를 반영할 수 없다.

Batch expression 으로는

Recursive expression 으로는

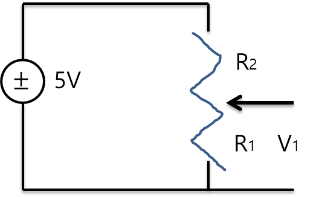
이다.

Moving Average Filter: 이동 평균 필터는 노이즈나 불필요한 계측 값을 필터링해줄 수 있는 필터 중 하나로 필터 사이즈(Filter noise 혹은 Window size) 내의 평균 값을 내어 계측 값을 여과하는 동시에 그래프의 트렌드나 패턴을 보존할 수 있다. 필터 사이즈에 따라 평균 실제 데이터 값과의 차이나 트렌드 변화에 변화하는 비율이 달라질 수 있다. 모든 측정 데이터가 아니라 최근 측정 값만으로 계산한 평균이다.

Batch expression으로는

Recursive expression 으로는

이다.

1. startForeground

1) 가변저항의 전압(V1)을 읽어 각도 값을 계산하는 프로그램을 만드세요  
- 샘플링: 100 [Hz], 계측시간: 1.0 [s]  
- 10 data points between -135 ~ +135 deg  
- 각도기로 실제 각도 측정  
- y = ax+b, Linear Regression with Least Squares Method

답)

차트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

그림 1 각도와 전압의 관계를 나타내는 곡선 회귀분석 결과

차트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

그림 2 cftool을 선형회귀 plot

텍스트, 편지이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

그림 3 cftool 결과

텍스트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

그림 4 최소 제곱법을 사용한 회귀분석 결과

|  |  |
| --- | --- |
| **MATLAB Code** | **코드 설명** |
| %=======================================================1-1======================================================%  DATA =[-125 4.9850; %1열이 각도 2열이 전압 전압이 x 각도가 y  -100 4.8000;  -75 4.2060;  -50 3.5520;  -25 2.8150;  0 2.3080;  25 1.7150;  50 1.1360;  75 0.7030;  100 0.1880;  125 0.0500];  ANGLE=DATA(:,1); %Extract angle data from DATA  V=DATA(:,2); %Extract voltage data from DATA  Coeff=polyfit(V,ANGLE,1); %cftool을 쓴 선형회귀 계수  H= [V ones(11,1)]; %Least square method에 쓰일 H행렬  HTH= H'\*H; % H'H 행렬  LSMcoeff = inv(HTH)\*H'\*ANGLE; %최소제곱법 선형회귀 분석  disp('Coefficient using cftool');  disp(Coeff); %Polyfit 함수(cftool과 동일)로 추출한 선형회귀 식 계수  disp('Coefficient using least square method');  disp(LSMcoeff'); %최소제곱법 공식으로 추출한 선형회귀 식 계수 | 주석으로 대체 |

텍스트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

그림 5 최소제곱법과 cftool에서 polyval 결과 값 차이

2) 각도기의 각도와 가변저항의 전압으로 계산한 각도를 비교해보세요  
- 샘플링: 100 [Hz], 계측시간: 1.0 [s]  
- 10 data points between -135 ~ +135 deg  
- 각도기 값을 참으로 가정하고 다음을 설명: Accuracy, Precision, Saturation, Linear Range, …

답)

|  |  |
| --- | --- |
| **MATLAB Code** | **코드 설명** |
| Vavg= sum(data\_stack)/length(data\_stack); %Batch expression of V  angle= Coeff(1,1)\*Vavg+ Coeff(1,2); % 전압과 각도의 선형회귀식  disp(angle); | 주석으로 대체 |
| **Figure** |  |
|  |  |

설명:

가변저항의 각도와 전압의 관계를 이론적으로 알아내는 데에는 한계가 있다. 따라서 모델의 알지 못하는 파라미터를 수학적으로 모델링하기 위하여 최소 제곱법을 사용해 그 각도와 전압의 관계를 수식적으로 나타내었다.

각도기

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 각도기 값 [deg] | 프로그램 값의 5개의 평균[deg] | 절대오차[deg] | 상대오차[%] | 표준편차 |
| 120 | 106.4418 | 13.55822 | 11.29851 | 0.022569 |
| 90 | 90.16017 | -0.16017 | 0.17797 | 0.064904 |
| 60 | 62.65068 | -2.65068 | 4.4178 | 0.020418 |
| 30 | 30.56441 | -0.564412 | 1.881373 | 0.010708 |
| 0 | 3.141003 | 3.141003 | - | 0.025176 |
| -30 | -26.3089 | -3.69114 | 12.3038 | 0.01986 |
| -60 | -62.3886 | 2.388562 | 3.980937 | 0.034095 |
| -90 | -91.2758 | 1.275834 | 1.417593 | 0.016993 |
| -120 | -116.974 | -3.02609 | 2.52174 | 0.021514 |

표 1 5번씩 측정한 값의 평균을 바탕으로 낸 분석표

Accuracy, Precision, Saturation, Linear Range:

120도를 제외하면 모든 구간에서 절대오차는 5도 미만으로 돌리는 전체 각도(250도) 내에서 유효한 값을 갖게 된다. 또한 90도를 제외하면 5번씩 평균을 낸 데이터를 다시 평균을 내었을 때 표준편차가 0.05미만을 갖음을 알 수 있다.

2. startBackground

1) 시간에 대한 각도 그래프를 실시간으로 그려보세요  
- 샘플링: 1000 [Hz], 계측시간: 20 [s]  
- 데이터를 workspace에 저장하기

답)

|  |  |
| --- | --- |
| **MATLAB Code** | **코드 설명** |
| %%=======================================================2-1======================================================%  Coefficient= [-45.7150440068524 109.957148575755]; %curve fit tool로 가져온 선형회귀 계수  angle= Coefficient(1,1)\*data\_stack+ Coefficient(1,2); %전압과 그에 따른 각도에 대한 선형회귀 식  plot(time\_stack, angle); grid on; %real time plotting  drawnow; | 주석으로 대체 |
| **Figure** |  |
|  |  |

2) Moving Average Filter를 사용하여 잡음을 제거해보세요  
- 샘플링: 1000 [Hz], 계측시간: 20 [s]  
- Filter size: 5, 10, 20, 50  
- 필터 사이즈의 장단점을 설명

답)

|  |  |
| --- | --- |
| **MATLAB Code** | **코드 설명** |
|  |  |
| **Figure** |  |
|  |  |

설명 :

필터 사이즈에 따른 장단점:

1. 필터 사이즈를 증가할수록, 더 신호의 노이즈를 감쇄시켜 연속적인 신호를 만들 수 있다.
2. 필터 사이즈를 증가할수록 신호의 딜레이가 생긴다. 따라서 실시간 반영에는 무리가 있을 수 있다.
3. 필터 창을 높일수록 세부적인 데이터 변화에 둔감하다. 이는 노이즈와 같은 원리로 감쇄된다.
4. 창을 낮출수록 데이터의 특징을 원상태에 비슷하게 보존할 수 있다.

전체적으로 이동 평균 필터의 필터 사이즈 선택은 특정 상황에 따라 달라져야 하고 노이즈 감소와 데이터의 특징은 이동 평균 필터에서 서로 상충 관계임을 고려해야 한다.