''(2) $P(B^c \cap A) = P(B^c) \cdot P(A)$ 도 (1)과 같이 증명 가능.

''(3) $P(A^c \cap B) = P(A^c) \cdot P(B)$

$= P(A^c) \cdot \{1 - P(B^c)\}$

$= P(A^c) - P(A^c) \cdot P(B^c)$

$\Leftrightarrow P(A^c) - P(A^c \cap B) = P(A^c) \cdot P(B^c)$

$\Leftrightarrow P(A^c) - P(A^c \cap B) + P(B) - P(B) = $ ''

$\Leftrightarrow P(A^c \cup B) - P(B) = P(A^c) \cdot P(B^c)$

$\Leftrightarrow P(A^c - B) = P(A^c) \cdot P(B^c)$

$\Leftrightarrow P(A^c \cap B^c) = P(A^c) \cdot P(B^c)$ □.

10번)

(1) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.7$

$= 0.5 + P(B) + 0 = 0.7$

$\boxed{P(B) = 0.2}$

(2) $\cdot P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$= 0.5 \times P(B)$

$\cdot P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

$= 0.5 + P(B) - 0.7$

$= P(B) - 0.2$

$\Rightarrow P(B) - 0.2 = 0.5 \times P(B)$

$\Leftrightarrow 0.5P(B) = 0.2$

$\Leftrightarrow \boxed{P(B) = 0.4}$

11번)

D_i: i번째 주사위 눈의 수.

(1) $A = \{(6,1), (1,6), (2,5), (5,2), (3,4), (4,3)\} \Rightarrow P(A) = 1/6$

$\{D_1 = 4\} = \{(4,1), \dots, (4,6)\}$

$P(D_1 = 4) = 1/6$

$D_1 = 4 \cap A = \{(4,3)\}$

$\therefore P(D_1 = 4 \cap A) = 1/36$.

$\therefore P(D_1 = 4 \cap A) = P(D_1 = 4) \cdot P(A)$ □.

'''(2) (1)과 동일.

12번)

A, B, C가 모두 독립임

$\Leftrightarrow \begin{cases} P(AB) = P(A) \cdot P(B) & (\circ) \\ P(AC) = P(A) \cdot P(C) & (\circ) \\ P(BC) = P(B) \cdot P(C) & (\circ) \\ P(ABC) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) & (\times) \end{cases}$

$P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{2}$

$P(AB) = 1/4$, $P(AC) = 1/4$,

$P(BC) = 1/4$

$P(ABC) = 1/4$

$\boxed{\text{독립} \times}$

13번)

C: 불량품.

(1) $P(C) = P(A) \times P(C|A) + P(C) \times P(B|C)$

$= \boxed{0.8 \cdot 0.02 + 0.2 \cdot 0.05}$

(2) $P(A|C) = \boxed{\frac{P(AC)}{P(C)}}$

14번)

M: 남자, F: 여자, S: 흡연자.

$P(M) = 0.6$, $P(F) = 0.4$, $P(S|M) = 0.8$

$P(S|F) = 0.3$

□: $P(M|S) = \frac{P(MS)}{P(S)}$

$= \boxed{\frac{P(M) \cdot P(S|M)}{P(M) \cdot P(S|M) + P(F) \cdot P(S|F)}}$

15번)

(1) $\boxed{\frac{2\times 5!}{6!}}$ (2) $\boxed{\frac{2\times 5!}{6!}\times\frac{2}{5}}$

16번)

A:보통, B:고급, C:경유, F:가득

$P(A)=0.4,\ P(B)=0.25,\ P(C)=0.35$

$P(F|A)=0.3,\ P(F|B)=0.6,\ P(F|C)=0.5$

(1) $P(F)=\boxed{P(F|A)\cdot P(A)+P(F|B)\cdot P(B) \\ P(F|C)\cdot P(A)}$

(2) $P(A|F)=\boxed{P(AF)/P(F)}$

18번)

$$\underbrace{\frac{365}{365}\times\frac{364}{365}\times\cdots\times\frac{365-n+1}{365}}_{n}=\boxed{\prod_{k=0}^{n-1}\frac{365-k}{365}}$$

19번)

$P(A_1^c)=0.1,\ P(A_2^c)=0.2,\ P(A_3^c)=0.3$

$P(A_4^c)=0.4$

$$1-P(A_1^cA_2^cA_3^cA_4^c)=1-P(A_1^c)\times\cdots\times P(A_4^c)$$
$$=\boxed{1-0.1\cdot0.2\cdot0.3\cdot0.4}$$

20번)

A_i: i번째 전자부품이 작동, A_i^c: i 〃 고장.

$$P(A_1^c\cap\cdots\cap A_n^c)=P(A_1^c)\times\cdots\times P(A_n^c)$$
$$=0.05\times\cdots\times0.05$$

$\Leftrightarrow (0.05)^n \le 0.01$

$\boxed{n\geq 2}$

21번)

$$\frac{\cancel{\binom{10}{0}}\binom{90}{20}+\binom{10}{1}\binom{90}{19}+\binom{10}{2}\binom{90}{18}}{\binom{100}{20}}$$

22번)

$$1-\frac{48}{52}\times\frac{47}{51}\times\frac{46}{50}\times\frac{45}{49}\times\frac{44}{48}$$

23번)

P(눈의 합이 9) = $25/216$ $\to 6^3$

P(〃 10) = $27/6^3$

24번).

① 1-P(4번 모두 1 아님) $\Leftrightarrow 1-\left(\frac{5}{6}\right)^4$

② 1-P(24번 모두 (1,1) 아님) $\Leftrightarrow 1-\left(1-\frac{1}{36}\right)^{24}$

27번)

손해X 경우 { (100, 100, 100) 1개

100×2, -80 3개.

$$\boxed{\left(\frac{2}{5}\right)^3+\left(\frac{2}{5}\right)^2\left(\frac{3}{5}\right)\times3}$$

17번)

(1) $\binom{n}{r}=\frac{n!}{r!(n-r)!}=\binom{n}{n-r}$ □

$$\text{(2)}\ \binom{n}{r} = (n-1)!\left\{\frac{1}{(r-1)!(n-r)!} + \frac{1}{r!(n-r-1)!}\right\}$$

$$= \frac{n!}{n} \times \left\{\frac{r}{r!\cdot(n-r)!} + \frac{n-r}{r!\cdot(n-r)!}\right\}$$

$$= \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}\ \square$$

26번)

분모: 4^6

분자

- 1종류만 받는경우 $=4$
- 2종류만 받는경우

$$\underbrace{\binom{4}{2}}_{①} \times \underbrace{\{2^6 - 2\}}_{②}$$

① : 4종류 중 2개 선택.

② : 항 분석.

- 2^6 : A와 B 중 하나 선택을 6번 반복함.
- 2 : A만 나오는경우 + B만 나오는 경우.

* 1종류만 받는경우 + 2종류만 받는 경우 $\neq \binom{4}{2} \times 2^6$ 아닌 이유는 A 또는 B만 나오는 경우가 $\binom{4}{2}$에 의해 중복으로 세어지기 때문.

$\therefore$ P(1종류 + 2종류 받는사건)

$$= \boxed{\frac{\left\{\binom{4}{2} \times (2^6 - 2) + 4\right\}}{4^6}}$$

〈흔히 하는 실수〉

X_i : 장난감 i, ($i \in \{1,2,3,4\}$) 라고 하자.

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 6$ 이다.

분모 : $x_i \in \mathbb{N}_0$ 일때, (x_1, x_2, x_3, x_4)의 개수 $= \binom{6+4-1}{4-1}$

* 음이 아닌 정수 벡터의 개수 구하는 경우 (#) 6번 뽑을때 4종류중 하나가 나오는 순서 없는 결과의 수.)

분자 :

- 1종류만 받는 사건 $= \{(6,0,0,0), (0,6,0,0), (0,0,6,0), (0,0,0,6)\}$
  경우의 수 $= 4$
- 2종류만 받는 사건 ;
  (x_1, x_2, x_3, x_4) 중 2개 선택.

$$\binom{4}{2} \times 5$$

$\{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\}$ 넣기.

$$\therefore \frac{\left(\binom{4}{2} \times 5 + 4\right)}{\binom{6+4-1}{4-1}}$$

* 정답과 다른 이유

EX1 : $(2,4,0,0)$을 한 번만 세면 안됨, 왜냐하면 6번 순서대로 뽑기 때문. 따라서 $\binom{6}{2} = 15$가지 존재.

EX2 : $(3,3,0,0) \Rightarrow \binom{6}{3}$개 존재, A와 B를 중 6개 나열하는 경우를 생각하면 A 3개, B 3개에서 $\binom{6}{3}$

25번)

풀이.

우리가 아는 사실.

- 사회자가 2번문을 엶 ⇔ 2번에는 꽝 ⇔ (? , 꽝, ?)
- 출연자가 1번문을 선택 ⇔ 사회자는 경품 없는 2번 혹은 3번을 정해서 열어야함(규칙)

사건 설정

- C_i : 경품이 i번째 문 뒤에 존재 $(i=1,2,3) \Rightarrow P(C_i)=1/3$
- H_j : 사회자가 j번째 문을 엶 ⇔ j번째 문 뒤에 꽝.

[1] : 출연자가 1번문 선택(문 유지)해서 경품탈 확률
⇔ 사회자가 2번문을 열때 1번에 경품있을 확률
⇔ $P(C_1|H_2)$

[2] : 출연자가 3번문 선택(문 바꿈) 해서 경품탈 확률.
⇔ 사회자가 2번문을 열때 3번에 경품이 있을 확률
⇔ $P(C_3|H_2)$

- $P(H_2|C_1)$ ⇔ (O, X, X)의 상황에서 2번문 열 확률
⇔ 사회자가 2,3번 문 중 하나 선택할 확률 $=1/2$
- $P(H_2|C_2)$ ⇔ (X, O, X)의 상황에서 2번문 열 확률 $=0$
⇔ '우리가 아는 사실' (사회자는 경품 없는 2번 - 〃)
- $P(H_2|C_3)$ ⇔ (X, X, O)의 상황에서 2번문 열 확률
⇔ 출연자가 이미 1번 결정함, 3번은 경품이라 못 엶
⇔ 2번문 열어야함 $=1$

$$=P(H_2) = P(C_1) \times \{P(H_2|C_1) + P(H_2|C_2) + P(H_2|C_3)\}$$

$$= \frac{1}{3} \times \left\{\frac{1}{2} + 1 + 0\right\} = \frac{1}{2}.$$

$$[1] : P(C_1|H_2) = \frac{P(H_2|C_1) \times P(C_1)}{P(H_2)} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

$$[2] : P(C_3|H_2) = \frac{P(H_2|C_3) \times P(C_3)}{P(H_2)} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

⇒ ∴ 문을 1번에서 3번으로 바꾸면 경품탈 확률 높아짐.