Fizyka
Zestaw 8

Jan Kwinta

2023-01-03

Zadanie 1. Jaka siła Lorentza działa na proton, który z predkością $\vec{v} = (v_0, 0, 0)$ wpada w pole magnetyczne o indukcji $\vec{B} = (0, B_0, 0)$? Ładunek protonu wynosi $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$C, $B_0 = 2$T i $v_0 = 108\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

$$\vec{F} = q \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$$

$$\vec{F} = q \cdot \left(\begin{bmatrix} v_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ B_0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) = q \cdot \det \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_0 & 0 & 0 \\ 0 & B_0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{F} = q \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_0 \cdot B_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q \cdot v_0 \cdot B_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_0 \end{bmatrix}$$

gdzie $F_0 = q \cdot v_0 \cdot B_0 = 3.456 \cdot 10^{-17}$N

Zadanie 2. Udowodnić, że energia kinetyczna naładowanej czastki poruszającej się w polu magnetycznym jest stała w czasie.

Zadanie 3. Udowodnić, że całkowita siła działajaca na zamknięty obwód z prądem w jednorodnym polu magnetycznym wynosi zero. Obwód ma dowolny kształt i nie musi zawierać się w jednej płaszczyźnie.

Zadanie 5. W nieskończenie długim walcu o promieniu R płynie prad o stałej gęstści J. Korzystajac z prawa Ampère'a znaleźć indukcję magnetyczną $\vec{B}$ w odległości r od osi walca w dwóch przypadkach: $r \leq R$ i $r > R$

$$J = \frac{I}{S} \Rightarrow I = JS = J\pi R^2$$

(a) $r \leq R$

Indukcja wewnątrz przewodnika: przez kontur kołowy o promieniu r przepływa jakiś prąd I_r będący częścią prądu I.

$$I_r = I\frac{\pi r^2}{\pi R^2} = J\pi R^2\frac{\pi r^2}{\pi R^2} = J\pi r^2$$

Z prawa Ampère'a:

$$\oint Bdl = \mu_0 I \Rightarrow B2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I_r}{2\pi r} = \frac{J\pi r^2}{2\pi r} = \frac{1}{2}Jr\mu_0$$

(b) $r > R$

Indukcja na zewnątrz przewodnika: możemy uprościć model - sprowadzamy walec o promieniu R do cienkiego przewodu. Wtedy, z prawa Ampère'a:

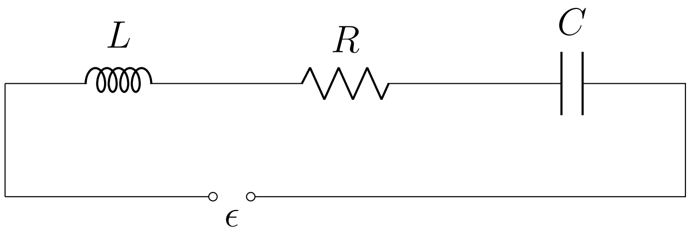
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{J\pi R^2}{2\pi r} = \frac{1}{2}\cdot\frac{JR^2}{r}$$

Zadanie 7. Kwadratową ramkę o boku a i całkowitym oporze R umieszczono w odległości s od nieskończonego przewodnika liniowego, w którym płynie prąd $I(t)$

$$I(t) = \begin{cases} (1 - \alpha t)I_0 & , \ 1 \leq t \leq \frac{1}{\alpha} \\ \\ 0 & , \ t > \frac{1}{\alpha} \end{cases}$$

gdzie α i I_0 to dodatnie stałe. Ramka i przewodnik leżą w jednej płaszczyźnie, a bok ramki jest równoległy do przewodnika. Jaka bedzie wartość natężenia i kierunek prądu indukowanego w ramce prądu $I_i(t)$?

Zadanie 8. Dany jest tzw. szeregowy obwód RLC. Znaleźć równanie różniczkowe opisujace napiecie na kondensatorze $U(t)$ i jego zwiazek z natężeniem prądu I płynacego w obwodzie. W ogólnym przypadku w obwód można wpiać źródło zewnętrznej siły elektromotorycznej zmiennej w czasie $\epsilon(t)$. Co stanowi mechaniczny odpowiednik takiego obwodu? Dlaczego zwykle rozważania ograniczaja się do siły elektromotorycznej postaci $\epsilon(t) = \epsilon_0 \cos(\omega t)$ lub $\epsilon(t) = \epsilon_0 \sin(\omega t)$, gdzie ϵ_0 i ω to stałe?



Obecność oporu w obwodzie powoduje straty energii i zawarta w obwodzie energia maleje i wzrasta - otrzymujemy drgania tłumione analogiczne do drgań oscylatora harmonicznego tłumionego. Współczynnik tłumienia równy jest $\frac{R}{2L}$.

Zasilanie takiego obwodu zmienną siłą elektromotoryczną (ze stałym okresem) prowadzi do podtrzymania drgań.

$$U(t) = \frac{1}{C} \cdot \int I \, dt$$

Z prawa Kirchhoffa:

$$\frac{dI}{dt}L + I \cdot R + \frac{Q}{C} = \epsilon(t)$$

Wiedząc, że $I = \frac{dQ}{dt}$ możemy podstawić i zróżniczkować obustronnie:

$$\frac{d^2 I}{dt^2}L + \frac{dI}{dt}R + \frac{I}{C} = \frac{dI}{dt}\epsilon(t)$$

Powiedzmy, że $\epsilon(t) = \epsilon_0 \sin(\omega t)$. Wtedy:

$$\frac{dI}{dt}\epsilon(t) = \omega\epsilon_0 \cos(\omega t)$$

Więc:

$$\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{dI}{dt}\frac{R}{L} + \frac{I}{LC} = \frac{\omega\epsilon_0}{L}\cos(\omega t)$$