

SW 아카데미 알고리즘 특강





● Contents

Chap. 1 알고리즘 기초

Chap. 2 자료구조

Chap. 3 정수론

Chap. 4 조합론

Chap. 5 그래프

Chap. 6 동적계획법



▶▶ 오늘의 원리

- 자료구조(Data Structure)란 효율적으로 접근하고 수정할 수 있도록 데이터를 구성하고 저장하는 방법을 이야기한다.
- Tree는 사이클이 없는 그래프로 루트노드를 시작으로 계층 구조를 이룬다.
- 자식이 최대 2개 까지 존재하는 Tree를 Binary Tree(이진 트리)라고 부른다.

▶▶ 학습목표

- 자주 사용하는 자료구조의 구조를 이해하고 구현 할 수 있다.
- 다양한 자료구조를 학습하고 API 사용 방법을 익혀 활용할 수 있다.

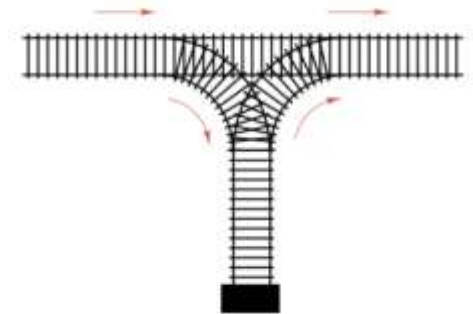


2_자료구조

[들여가기](#)[학습하기](#)[정리하기](#)[연습문제](#)[문제 접근법](#)[문제풀이](#)

✓ 사전문제

- 1) 옆에 그림과 같은 구조의 선로가 있다고 하자. 기차들은 그림과 같이 왼쪽에서 오른쪽으로 이동할 수 있으며, 잠시 대기소로 들어가서 기차를 돌린 뒤 나올 수도 있다. 대기소 특성상 나중에 들어간 기차가 먼저 나오게 되어있다.



1,2,3,4,5 순서대로 기차가 지나간다고 할 때, 3,2,5,4,1 순서대로 기차가 나올 수 있는지 구하시오.

- 2) 다음 상황에서 크기가 10만인 배열의 구간($i \sim j$) 합을 빠르게 구하는 방법에 대하여 논의하시오.
1. 구간 합을 한번만 구하는 경우
 2. 구간 합을 여러 차례 구하는 경우
 3. 구간 합을 여러 차례 구하는 중간에 배열의 값이 바뀌는 경우.



2_자료구조

[들여가기](#)[학습하기](#)[정리하기](#)[연습문제](#)[문제 접근법](#)[문제풀이](#)

✓ 사전문제 접근법

- 1) 가장 먼저 나와야 하는 기차는 어떤 기차인지 고민해본다.
- 2) 각 경우 별로 미리 구해두어야 하는 값을 계산해본다.



2_자료구조

[들어가기](#)[학습하기](#)[정리하기](#)[문제내용](#)[문제 접근법](#)[문제풀이](#)

✓ 문제풀이 방법

- (1) 3 -> 2 -> 5 -> 4 -> 1 순서대로 지나가야 하므로 1, 2 번을 대기소에 넣고 3번을 보낸 뒤, 대기소에서 2번을 뺀다. 4번을 대기소에 넣고 5번을 보낸 뒤 4번 1번 순서로 빼내면 위 순서대로 지나갈 수 있음을 알 수 있다.
- (2) 단 한번만 구간합을 구하는 경우는 $i \sim j$ 까지 다 더하는 것이 최적이다. $O(N)$

여러 차례 구할 경우 누적 합을 이용하는 방법이 최적이다.

$D[i] = D[i-1] + A[i]$ 라는 기조로 $i \sim j$ 까지 구간합을 구할 경우 $D[j] - D[i-1]$ 로 한번에 구할 수 있다.

마지막 방법은 이후 설명할 인덱스 트리를 사용하여 해결한다.



자료구조의 정의 및 분류

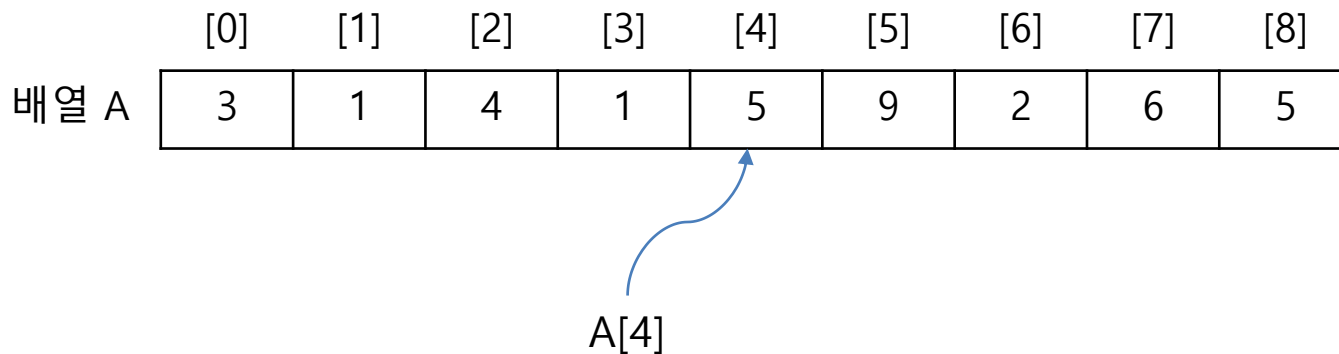
- 자료구조(Data Structure)란 효율적으로 접근하고 수정할 수 있도록 데이터를 구성하고 저장하는 방법을 이야기한다.
- 자료구조는 저장되는 데이터의 형태에 따라 선형 자료구조와 비선형 자료구조로 구분된다.
 - 선형 자료구조 : 데이터가 일렬로 나열되어 있음
 - 배열 (Array)
 - 연결 리스트 (Linked List)
 - 스택 (Stack)
 - 큐 (Queue)
 - 비선형 자료구조 : 데이터가 특정한 형태를 띄고 있음
 - 트리 (Tree)
 - 그래프 (Graph)



✓ 배열 (Array)

가장 기본적인 자료구조로 동일한 자료형의 데이터를 일렬로 나열한 자료구조.

- 배열의 특징
 - 데이터 접근이 용이.
 - 데이터 삽입/삭제가 어려움.
 - 구조가 간단하여 프로그램 작성이 쉬움.

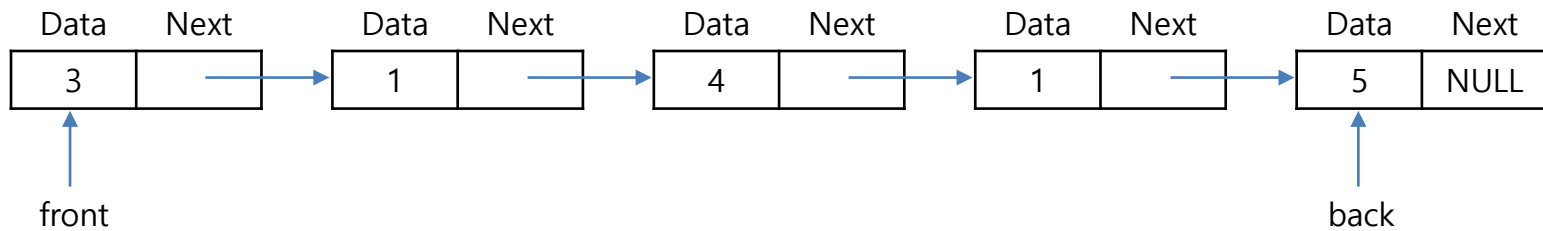




✓ 연결 리스트 (Linked List)

각 노드가 데이터와 포인터를 가지고 일렬로 연결되어있는 방식으로 데이터를 저장하는 자료구조.

- 연결 리스트의 특징
 - 배열과 반대되는 특징을 가짐.
 - 데이터의 접근이 느림
 - 데이터의 삽입/삭제 연산이 용이
 - 포인터를 위한 추가 공간 필요, 프로그램 작성이 어려움



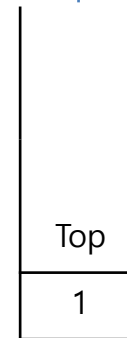
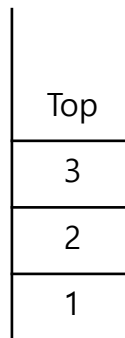


✓ 스택 (Stack)

- 스택 (Stack)
 - 삽입연산, 삭제연산이 한 방향에서 이루어지는 선형 자료구조.
 - 한 방향에서 삽입과 삭제가 이루어지기 때문에 나중에 삽입된 데이터가 먼저 삭제되는 후입 선출(LIFO, Last In First Out) 구조를 가진다.
 - 스택에 데이터가 삽입될 위치를 Top이라고 한다.

삽입 (Push)

Push(1)
Push(2)
Push(3)



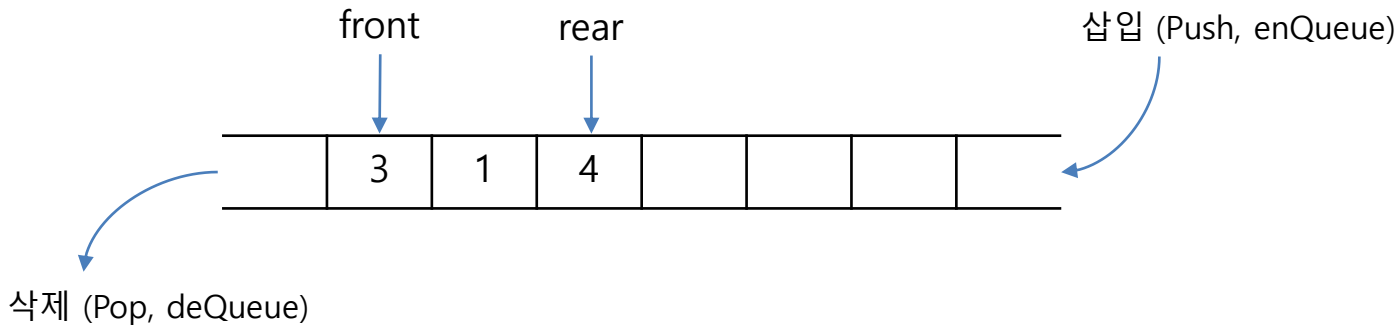
삭제 (Pop)

Pop() -> 3
Pop() -> 2



✓ 큐 (Queue)

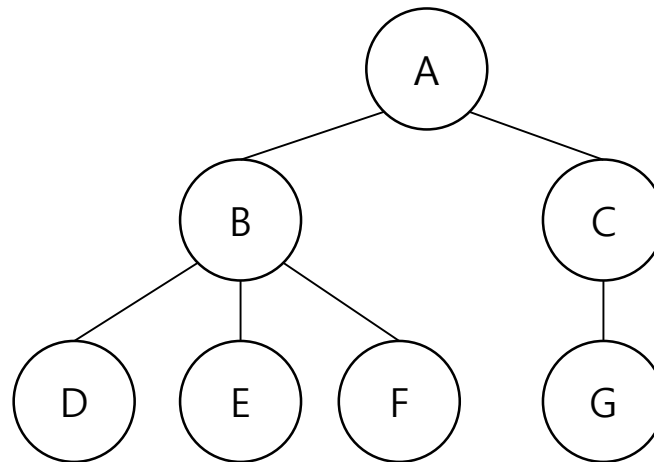
- 큐 (Queue)
 - 한 방향에서는 삽입연산이, 반대편에서는 삭제연산이 이루어지는 자료구조.
 - 스택과 마찬가지로 선형 자료구조이다.
 - 한쪽 방향에서 삽입이, 반대편에서 삭제가 이루어지기 때문에 먼저 삽입된 데이터가 먼저 삭제되는 선입선출(FIFO, First In First Out) 구조를 가진다.
 - 데이터가 삭제될 위치를 Front / Head, 마지막 데이터가 삽입된 위치를 Rear / Tail 이라 부른다.
 - 양 방향에서 삽입연산과 삭제연산이 모두 이루어지는 큐를 덱(Deque)이라고 한다.





✓ 트리 (Tree)

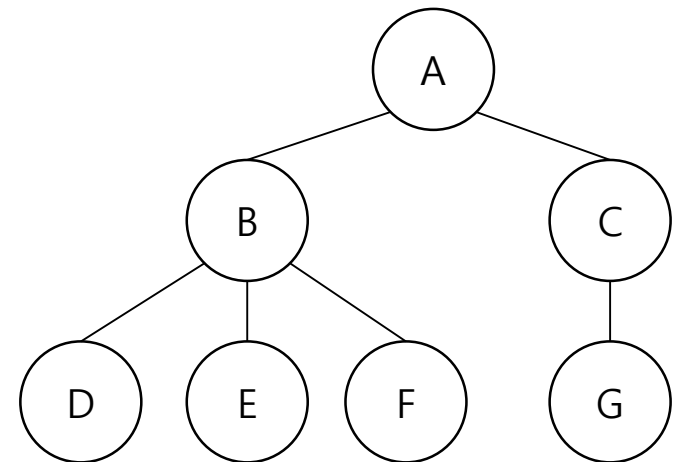
- 트리 (Tree)
 - 자료들 사이의 계층적 관계를 나타내는데 사용하는 자료구조로 부모-자식 관계로 표현된다.
 - 트리는 1개 이상의 노드를 갖는 집합으로 다음의 조건을 만족한다.
 - 루트(root) 노드가 존재한다.
 - 트리의 부분트리(Sub Tree) 또한 트리 구조를 따른다.





✓ 트리 (Tree)의 용어

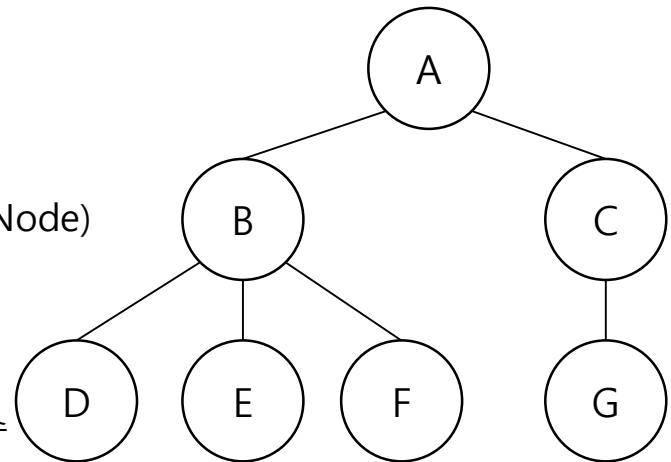
- 루트 노드 (Root Node)
 - 트리의 최상위 노드. 유일하다.
- 깊이 (Depth)
 - 루트 노드에서 해당 노드까지 도달하는데 사용하는 간선의 개수
 - 루트 노드는 자기 자신까지 도달하는 간선의 개수가 0이므로 루트 노드의 깊이는 0이다.
- 레벨 (Level)
 - 노드의 깊이 +1
- 부모 노드 (Parent Node)
 - 부모 자식 관계에서 상위 계층에 있는 노드.
 - 상위 계층에 있을수록 노드의 깊이와 레벨이 낮다.
- 자식 노드 (Child Node)
 - 부모 자식 관계에서 하위 계층에 있는 노드.
- 형제 노드
 - 부모가 동일한 노드.





✓ 트리 (Tree)의 용어

- 조상 노드
 - 해당 노드의 부모노드부터 루트노드까지 가는 경로에 존재하는 노드들을 그 노드의 조상 노드라고 한다.
- 후손 노드
 - 해당 노드를 루트로 하는 서브트리에 있는 모든 노드를 그 노드의 후손 노드라고 한다.
- 노드의 분지 수 (노드의 차수, Degree)
 - 노드의 자식 수
- 트리의 분지 수 (트리의 차수)
 - 해당 트리 내 모든 노드의 분지 수 중 최댓값
- 내부 노드 (internal/nonterminal Node)
 - 자식이 있는 노드
- 외부 노드 (단말 노드, 잎새 노드, leaf/external/terminal Node)
 - 자식이 없는 노드
- 높이 (Height)
 - 루트 노드에서 해당 노드까지 도달하는데 지나간 정점의 개수
 - 노드 중 가장 높이가 높은 노드의 높이를 트리의 높이라고 한다.

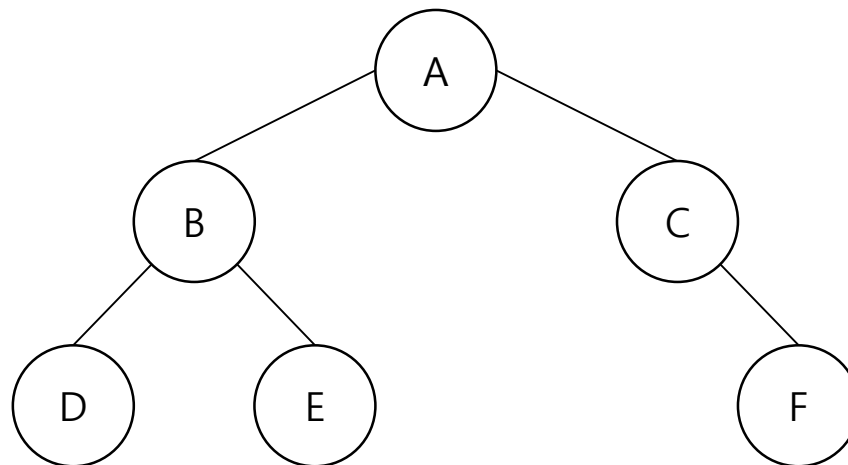




✓ 이진 트리 (Binary Tree)

트리의 분지 수가 2 이하인 트리. 대부분의 트리 자료구조는 이진 트리 형태에서 나온다.

- 이진 트리의 특징
 - 자식이 최대 2개이기 때문에 자식을 왼쪽 자식과 오른쪽 자식으로 구분한다.
 - 높이가 N인 이진 트리의 최대 노드 개수는 $2^N - 1$ 개이다.





이진 트리 (Binary Tree)의 종류

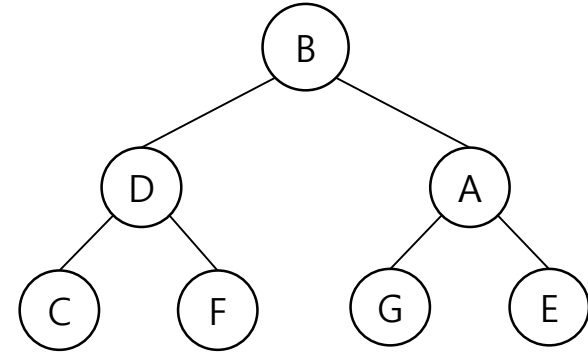
- 정 이진 트리 (Full Binary Tree)
 - 모든 노드의 차수가 0 또는 2인 이진 트리
- 포화 이진 트리 (Perfect Binary Tree)
 - 정 이진 트리에서 모든 단말 노드의 깊이가 같은 이진 트리
 - 높이가 H 인 포화 이진 트리의 노드 개수는 $2^H - 1$ 개이다.
 - 반대로 노드가 N 개인 포화 이진 트리의 높이는 $\log_2(N+1)$ 이다.
 - 깊이가 D 인 포화 이진 트리의 단말 노드 개수는 2^D 개이다.
- 완전 이진 트리 (Complete Binary Tree)
 - 마지막 레벨은 노드가 왼쪽에 몰려있고 마지막 레벨을 제외하면 포화 이진 트리 구조를 띄고 있는 이진 트리.
- 사향 이진 트리 (Skewed Binary Tree)
 - 연결리스트처럼 한 줄로 연결 되어 있는 형태의 이진 트리



✓ 이진 트리 (Binary Tree)의 표현

- 연결 자료 구조 - 연결리스트 형태의 자료구조

```
class Node
    Object data
    Node left_child, right_child
```



- 연속 구조 - 일차원 배열을 이용한 구현
 - 배열에 트리 노드를 레벨 순서대로 왼쪽에서 오른쪽으로 저장한다. 완전 이진 트리로 가정하고 배열의 1번 위치부터 저장을 시작한다고 가정했을 때 i 번 노드의 부모, 왼쪽 자식, 오른쪽 자식을 구하는 방법은 다음과 같다.

```
function Parent( i )
    return i/2
```

```
function Left_Child( i )
    return i*2
```

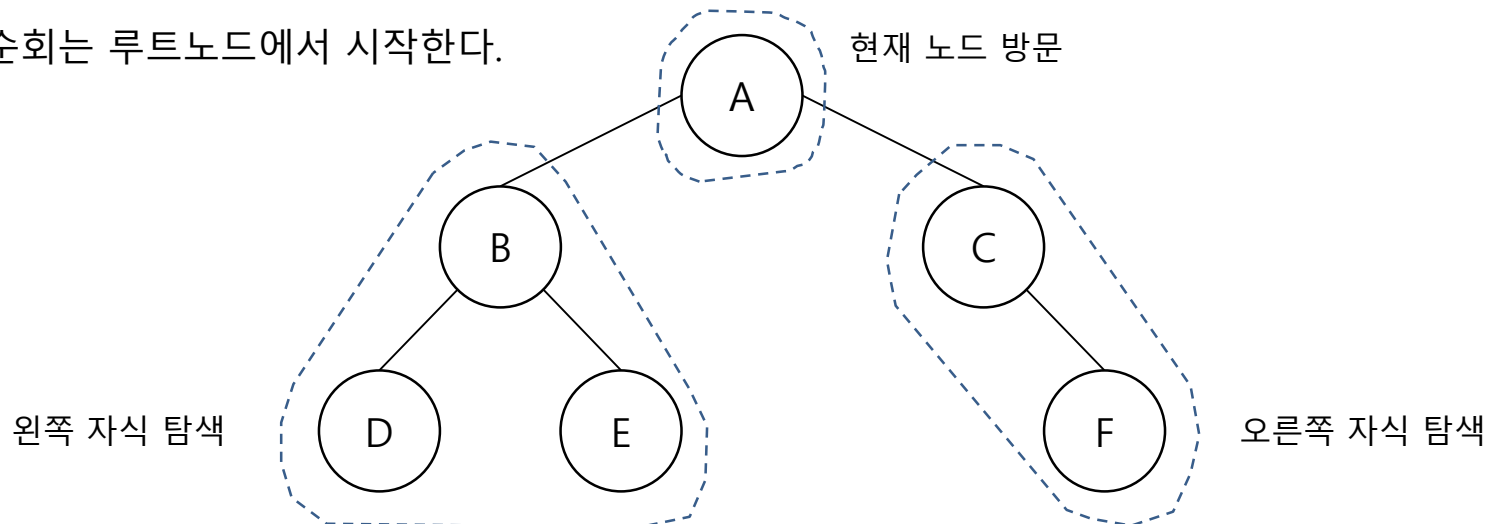
```
function Right_Child( i )
    return i*2+1
```

1	2	3	4	5	6	7
B	D	A	C	F	G	E



✓ 이진 트리 (Binary Tree)의 순회

- 트리는 비 선형 자료구조이기 때문에 모든 노드를 for문 한번으로 방문이 불가능하다. 이런 트리 구조에서 모든 노드를 방문하기 위한 과정을 트리의 순회라고 한다.
- 특히 이진 트리의 순회는 왼쪽 자식 탐색, 오른쪽 자식 탐색, 현재 노드 방문의 세 가지 주요 과정을 통해 진행되며, 노드를 방문하는 순서에 따라 전위 순회(pre-order), 중위 순회(in-order), 후위 순회(post-order)로 나뉜다.
- 모든 순회는 루트노드에서 시작한다.





이진 트리 (Binary Tree)의 순회

- 전위 순회(pre-order)

1. 현재 노드 방문
2. 왼쪽 자식 탐색
3. 오른쪽 자식 탐색

방문 순서 : A - B - D - E - H - C - F - G

- 중위 순회(in-order)

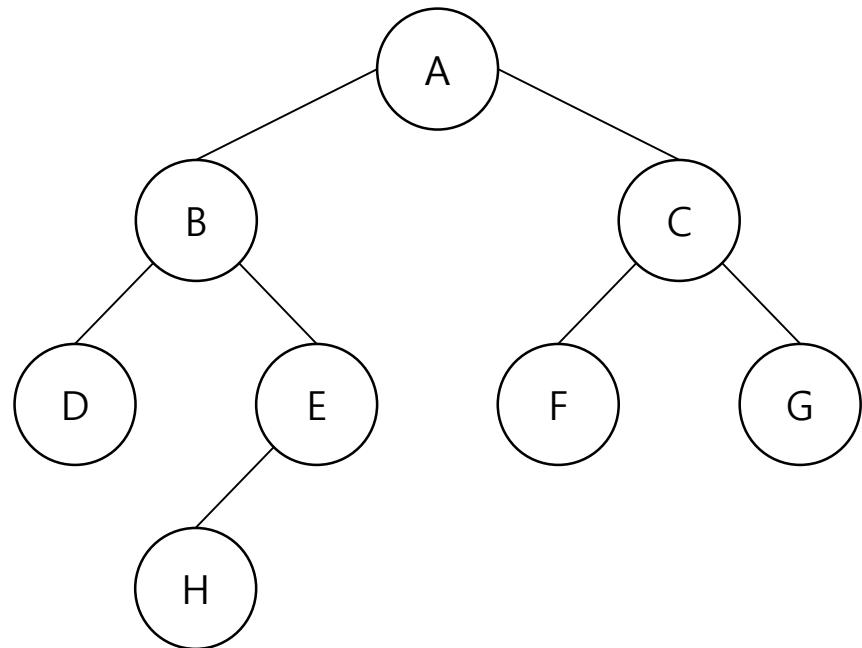
1. 왼쪽 자식 탐색
2. 현재 노드 방문
3. 오른쪽 자식 탐색

방문 순서 : D - B - H - E - A - F - C - G

- 후위 순회(post-order)

1. 왼쪽 자식 탐색
2. 오른쪽 자식 탐색
3. 현재 노드 방문

방문 순서 : D - H - E - B - F - G - C - A

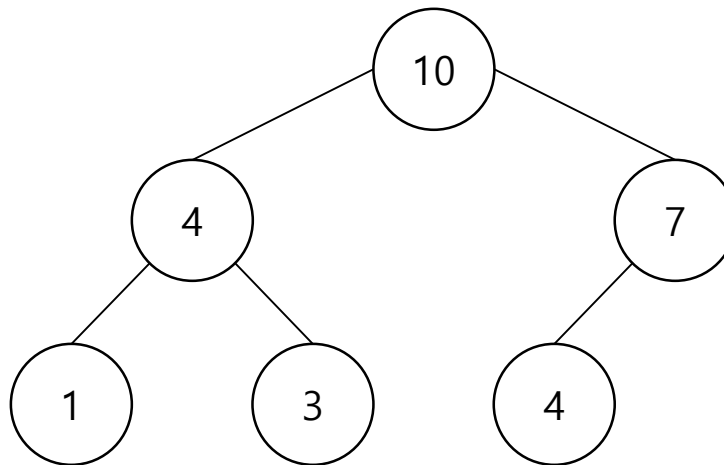




✓ 이진 트리 (Binary Tree)의 응용 – 힙 (Heap)

- 힙 (Heap)
 - 완전 이진트리 형태의 자료구조
 - 힙 조건 (Heap Condition)을 만족한다.
 - 힙 조건 예시 : 각 노드의 키 값은 자식 노드의 키 값보다 더 크다. (그림 참고)
 - 일차원 배열로 구현한다.
 - 일반적으로 그룹을 정렬(Heap Sort)하거나 입력된 데이터 안에서 최소/최대 값을 찾을 때 사용한다. 데이터의 삽입과 삭제가 빠르며 각각의 수행시간이 $O(\log N)$ 이다.

1	10
2	4
3	7
4	1
5	3
6	4





✓ 이진 트리 (Binary Tree)의 응용 – 힙 (Heap)

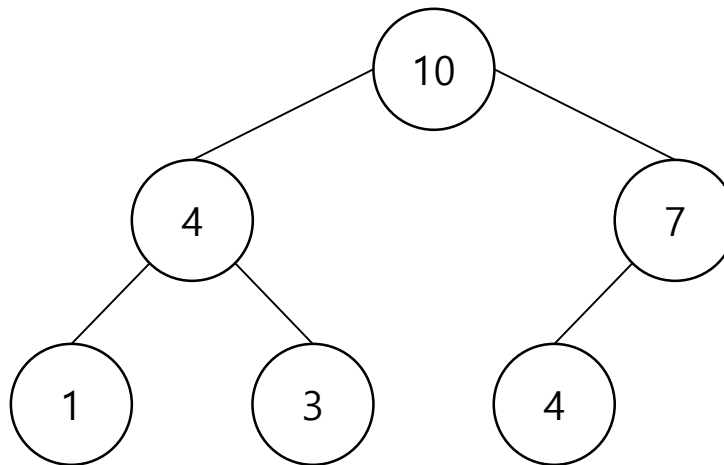
- 최소 힙 (Min Heap)과 최대 힙(Max Hap)

최소 힙과 최대 힙은 각각 다음 Heap Condition을 가지는 대표적인 유형의 힙이다.

- 최소 힙 : 부모노드의 키 값이 자식노드의 키 값보다 항상 작다.
- 최대 힙 : 부모노드의 키 값이 자식노드의 키 값보다 항상 크다.

부모노드의 키 값이 자식노드의 키 값보다 작은(큰) 관계가 유지되므로 트리 내에서 가장 작은(큰) 키 값을 가진 노드는 항상 루트 노드가 된다. 아래는 Max Heap의 예시이다.

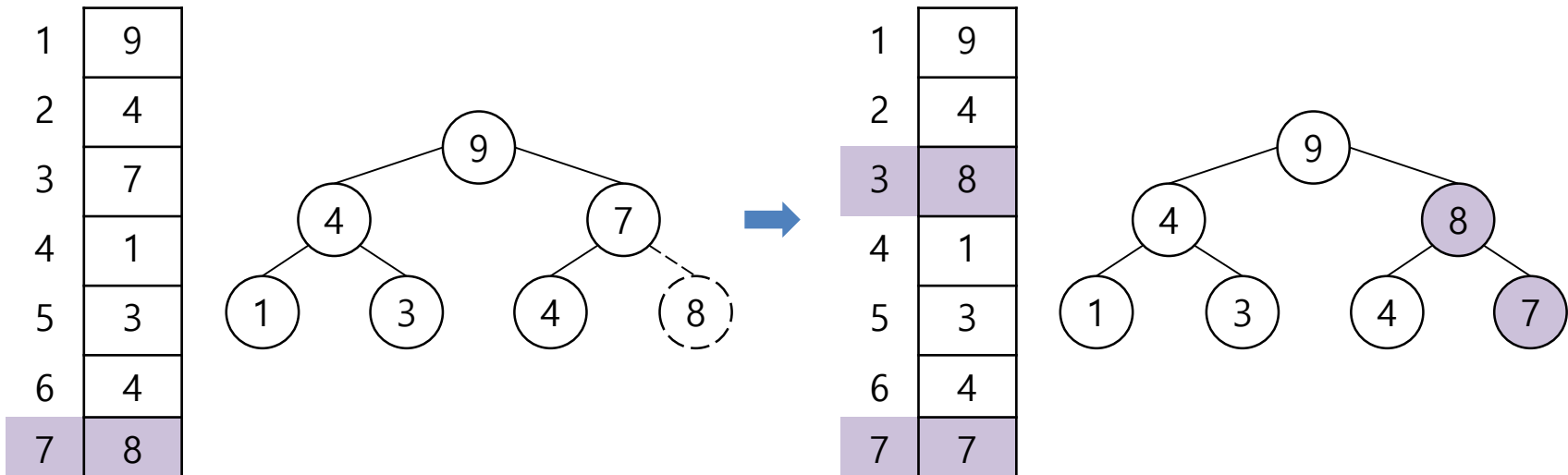
1	10
2	4
3	7
4	1
5	3
6	4





✓ 힙 (Heap)의 구현

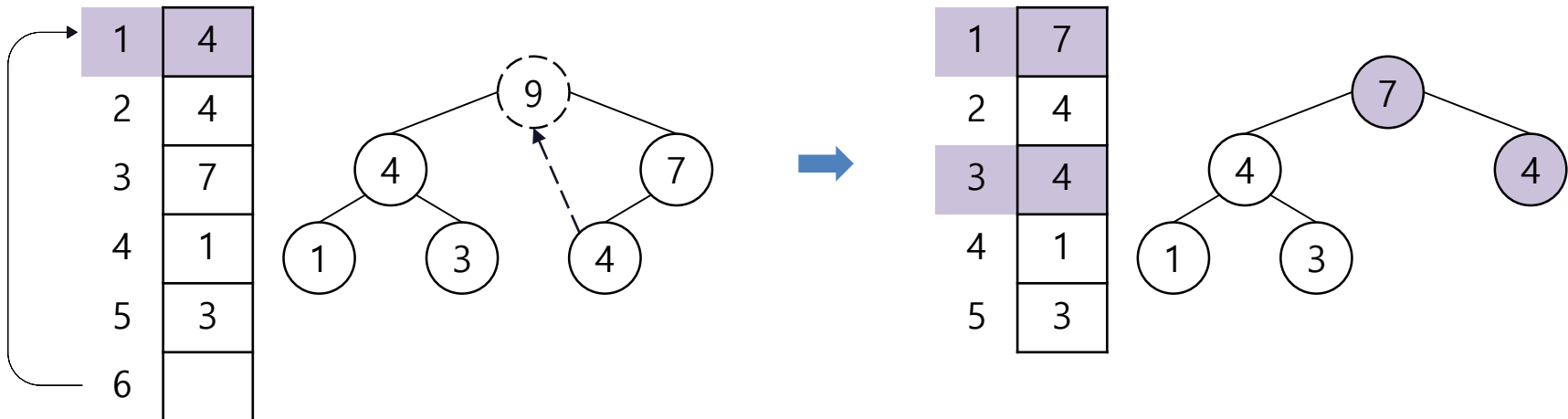
- 힙 (Heap) 의 삽입 연산
 1. 트리의 가장 마지막 위치에 노드를 삽입한다.
 2. 추가된 노드와 그 부모 노드가 힙 조건을 만족하는지 확인한다.
 3. 만족하지 않는다면 부모와 자식의 키 값을 바꾼다.
 4. 조건에 만족하거나 추가된 노드가 루트에 도달할 때까지 2 ~ 3 을 반복한다.
- ❖ 완전 이진 트리의 리프 노드부터 루트 노드까지 연산을 함. 노드가 N개일 때 수행 시간 $O(\log N)$





✓ 힙 (Heap)의 구현

- 힙 (Heap) 의 삭제 연산
 1. 힙의 삭제연산은 항상 루트 노드를 삭제한다.
 2. 트리의 가장 마지막 노드를 루트 자리로 삽입한다.
 3. 바꾼 위치의 노드가 힙 조건을 만족하는지 확인한다.
 4. 만족하지 않는다면 왼쪽 자식과 오른쪽 자식 중 적합한 노드와 키 값을 바꾼다.
 5. 조건을 만족하거나 리프 노드에 도달할 때까지 3 ~ 4를 반복한다.
- ❖ 완전 이진 트리의 루트 노드부터 리프 노드까지 연산을 함. 노드가 N개일 때 수행 시간 $O(\log N)$





✓ 힙 (Heap)의 활용 – 우선순위 큐(Priority Queue)

- 우선순위 큐 (Priority Queue)
 - 각 데이터에 우선순위를 부여하여 큐에 넣은 데이터를 꺼낼 때 우선순위가 높은 데이터를 먼저 꺼내는 자료구조.
 - 주로 정의된 우선순위를 Heap Condition으로 가지는 Heap 자료구조를 통해 구현된다.
 - 우선순위 큐는 기본적으로 다음 두 가지 연산을 지원한다.
 1. 큐에 데이터를 우선순위를 지정하여 추가한다.
 2. 큐에서 가장 우선순위가 높은 데이터를 제거하고 반환한다.
 - Heap을 통해 우선순위 큐를 구현하면 위 연산이 아래와 같이 정의된다.
 1. Heap에 데이터를 우선순위를 지정하여 삽입연산을 수행한다.
 2. Heap의 삭제연산을 수행하고 삭제된 데이터를 반환한다.



✓ 이진 트리 (Binary Tree)의 응용 – 인덱스 트리(Indexed Tree)

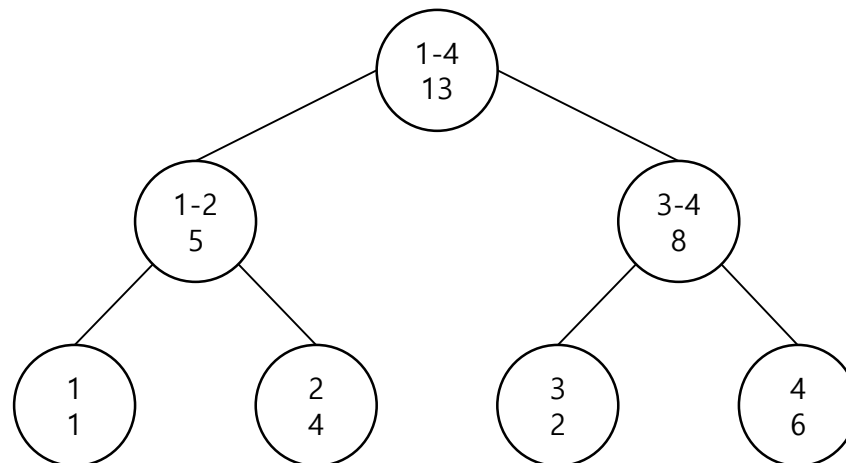
- 인덱스 트리(Indexed Tree)
 - 배열 A가 있고 다음 두 연산을 M번 수행해야 하는 문제가 있다고 한다.
 - 구간 l, r ($l \leq r$)이 주어졌을 때 $A[l] + A[l+1] + A[l+2] \dots + A[r-1] + A[r]$ 을 구하여라.
 - i 번째 수 $A[i]$ 를 V 로 바꾸어라.
 - 일반적인 방법으로는 1번 연산을 수행하는데 $O(N)$, 2번 연산을 수행하는데 $O(1)$ 의 시간복잡도가 소요되므로 최종 시간복잡도는 $O(NM)$
 - 2번 연산이 없다고 가정하면 누적합 배열을 이용해 1번 연산을 $O(1)$ 에 수행할 수 있다.
 - 인덱스 트리를 사용하면 1번 연산, 2번 연산을 모두 $O(\log N)$ 에 수행할 수 있다. 최종 시간복잡도 $O(M \log N)$

	1	2	3	4	5	6	7	8
data	3	2	4	5	1	6	2	7



✓ 이진 트리 (Binary Tree)의 응용 – 인덱스 트리(Indexed Tree)

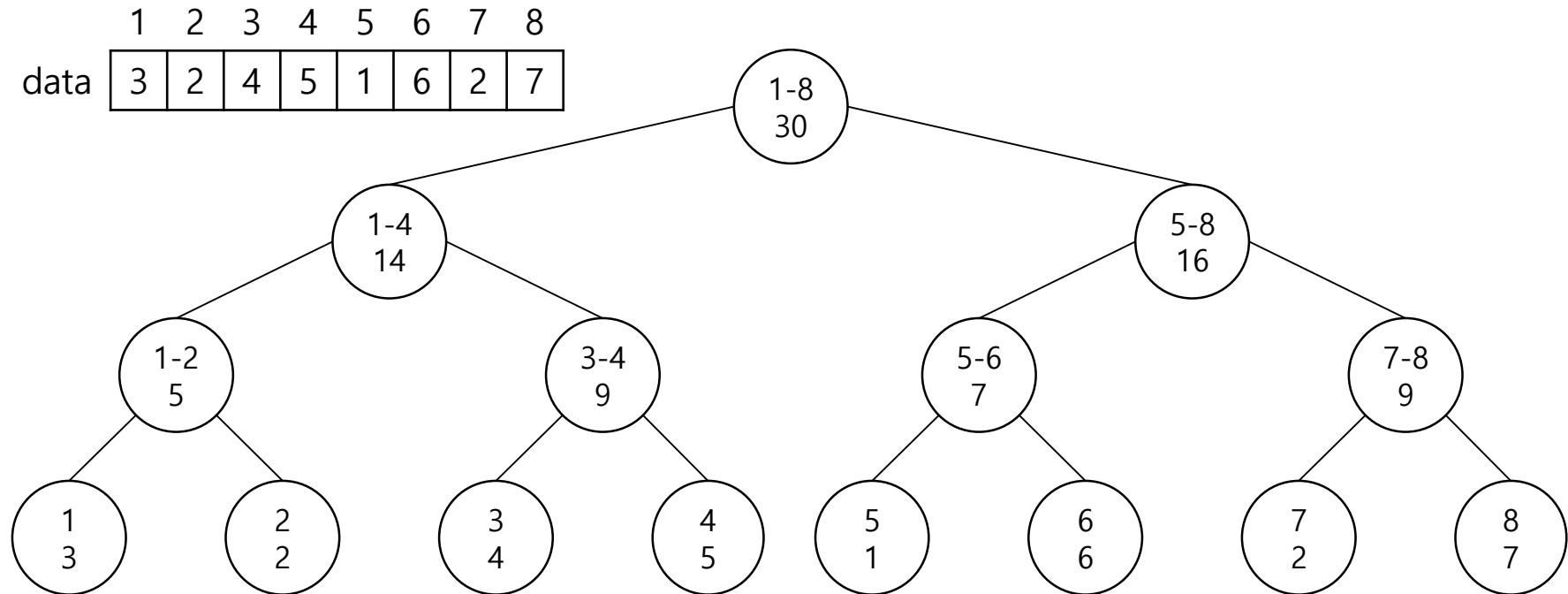
- 인덱스 트리(Indexed Tree)
 - 포화 이진트리 형태의 자료구조
 - 각 노드가 다음과 같은 의미를 가짐
 - 리프 노드 : 배열에 적혀있는 수
 - 내부 노드 : 왼쪽 자식과 오른쪽 자식의 합
 - 리프 노드의 개수가 N개 이상인 포화 이진트리는 높이가 최소 $\log N$ 이다.
 - 리프 노드의 개수가 N개 보다 많아 비어있는 공간이 발생할 경우 구조에 지장이 가지 않도록 초기값을 설정한다.





이진 트리 (Binary Tree)의 응용 – 인덱스 트리(Indexed Tree)

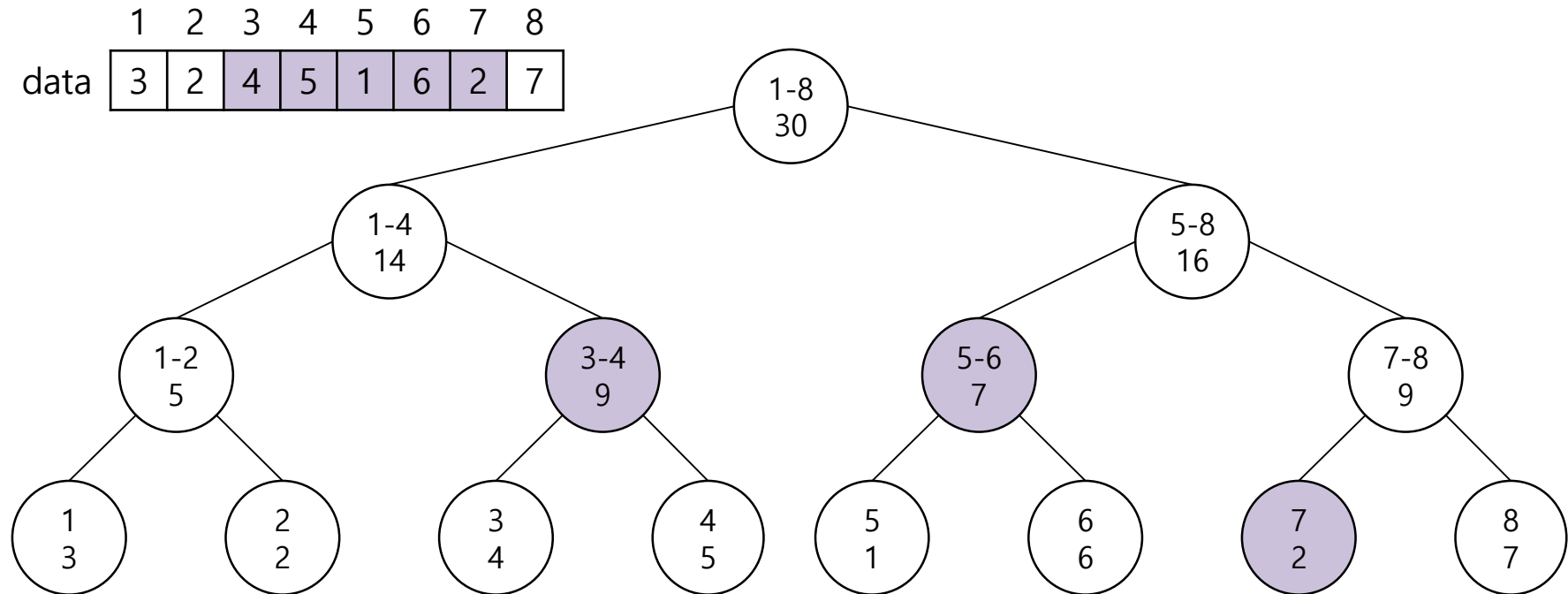
- 인덱스 트리(Indexed Tree) – 예시 – 트리 구성 방법
 - 리프 노드의 개수가 N개 이상이 되도록 높이가 T인 트리 배열을 만든다. (배열 크기 : 2^T)
 - 리프 노드에 데이터를 입력한다. (2^{T-1} 번 방 ~ $2^{T-1} + N - 1$ 번 방)
 - 내부 노드인 $2^{T-1} - 1$ 번 방 부터 1번 방 순서로 양쪽 자식 값을 참조하여 데이터를 입력한다.
- ❖ 트리의 노드 개수는 꼭 찬 트리에서 약 2N개 이다. 따라서 수행 시간은 $O(N)$ 이다.





이진 트리 (Binary Tree)의 응용 – 인덱스 트리(Indexed Tree)

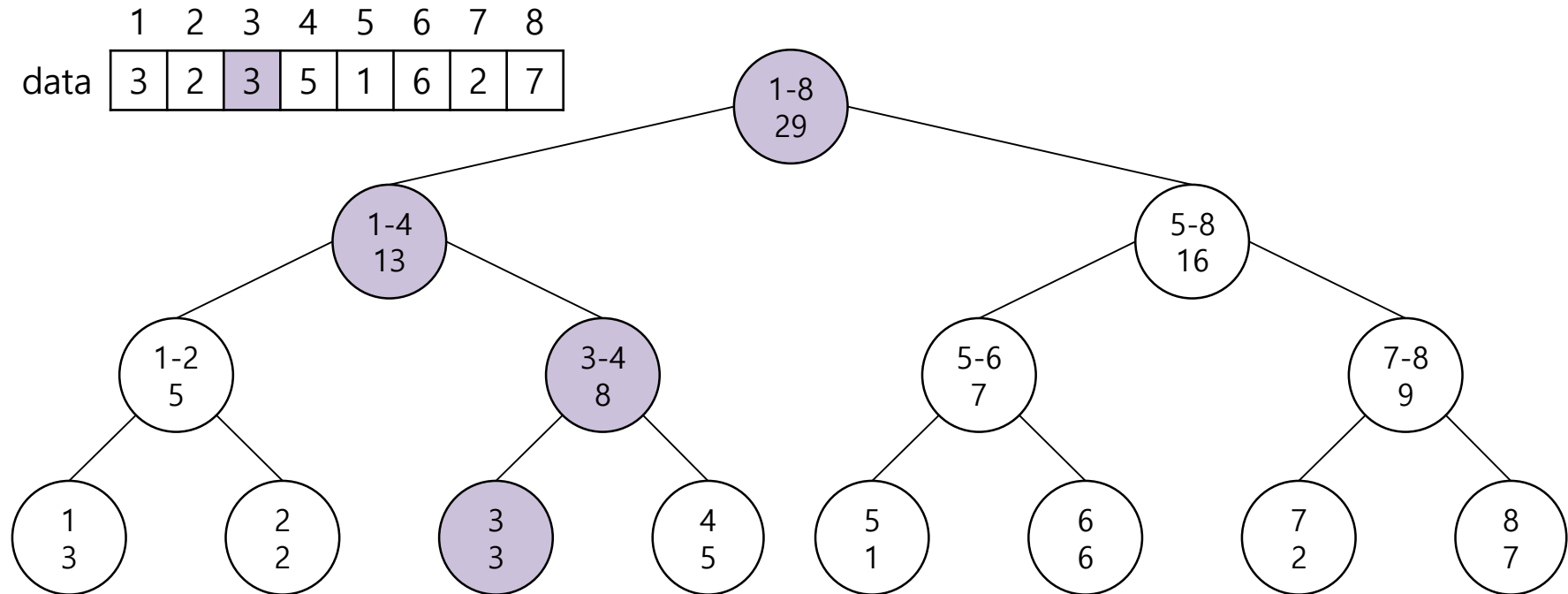
- 인덱스 트리(Indexed Tree) – 예시 – 3 – 7 구간의 합을 구하는 쿼리 수행 방법
 - 루트 노드에서 시작해서 트리를 전위 순회 하는 방식으로 탐색한다.
 - 현재 노드가 구하고자 하는 구간에 완전히 속해있으면 그 노드의 결과값을 반환한다.
 - 왼쪽 자식에서 반환된 값과 오른쪽 자식에서 반환된 값을 더해서 반환한다.
- ❖ 색칠된 노드를 찾기 위해 루트 노드에서 리프 노드까지 탐색하므로 수행 시간은 $O(\log N)$





✓ 이진 트리 (Binary Tree)의 응용 – 인덱스 트리(Indexed Tree)

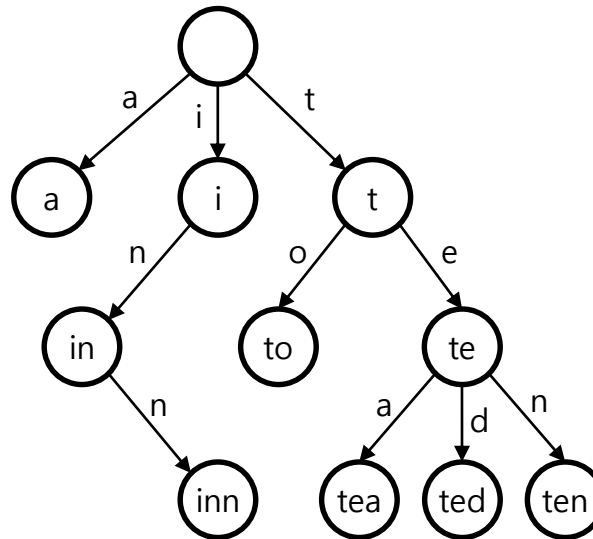
- 인덱스 트리(Indexed Tree) – 예시 – 데이터 갱신 방법
 - 해당 노드 위치의 값을 수정한다.
 - 부모를 따라 올라가면서 결과값을 수정한다.
 - 3번 위치의 데이터가 3으로 바뀐다면 다음 색칠한 노드들이 수정된다.
- ❖ 리프 노드부터 루트 노드까지 올라가므로 수행 시간은 $O(\log N)$ 이다.





✓ 트리(Tree)의 응용 – 트라이(Trie)

- 트라이(Trie)
 - Prefix Tree, Digital Search Tree, Re**trie**val Tree
 - 문자열을 빠르게 검색할 수 있는 자료 구조
 - K진 트리 구조
 - 단어 사전을 트라이로 생성 후 찾을 단어를 트라이를 사용하여 검색
 - 트라이의 Root 노드는 항상 공백문자열(빈 문자열) 상태를 의미함





✓ 트리(Tree)의 응용 – 트라이(Trie)

- 트라이 구축하기
 - 트라이 노드 설계

```
class Node
    Object data
    Node child[ ]
```

- 단어 사전의 입력할 단어를 트라이에 삽입
- Root 노드부터 시작하여 단어의 첫 글자부터 트라이를 탐색
- 만약 현재 노드의 자식 노드 중 현재 입력 중인 철자에 해당하는 자식이 있다면, 현재 노드를 해당하는 자식 노드로 이동
- 만약 현재 노드의 자식 노드 중 현재 입력 중인 철자에 해당하는 자식이 없다면, 새로운 자식을 추가
- 단어를 삽입 후, 탐색된 마지막 노드에 현재 입력된 단어의 정보를 추가



✓ 트리(Tree)의 응용 – 트라이(Trie)

- 트라이를 이용하여 검색하기
 - Root 노드부터 시작하여 검색할 단어의 첫 글자부터 트라이를 탐색
 - 만약 현재 노드의 자식 노드 중 현재 입력 중인 철자에 해당하는 자식이 있다면, 현재 노드를 해당하는 자식 노드로 이동
 - 만약 현재 노드의 자식 노드 중 현재 입력 중인 철자에 해당하는 자식이 없다면, 검색할 단어는 단어사전에 존재하지 않는 단어로 처리
 - 탐색이 완료되었다면, 탐색된 마지막 노드의 정보를 이용



✓ 해싱 (Hashing)

- 해싱 (Hashing)
 - 해싱이란 입력된 데이터(Key)를 해시 함수(Hash Function)를 통해 얻은 주소로부터 그 위치를 직접 참조하는 방법이다.
 - 탐색, 삽입, 삭제 연산 모두 해시 함수(Hash Function)를 거치는 시간만 소요되기 때문에 일반적으로 $O(1)$ 의 시간복잡도를 가진다.
- 해시 표(Hash Table)
 - 버킷(Bucket)과 슬롯(Slot)으로 구성된 이차원 배열
 - 버킷 개수 : 해시 함수를 통해 나오는 주소 값의 범위
 - 슬롯 개수 : 각 버킷에 저장할 수 있는 데이터(Key)의 개수



✓ 셋 (Set)

- 셋 (Set)
 - 집합을 정의하는 자료구조로 동일한 자료형을 모아놓은 것.
 - 집합의 모든 원소(Key)는 유일하다. 즉 중복이 허용되지 않는다.
 - 삽입, 삭제, 탐색의 세 가지 연산을 지원한다.
 - 구현 방식에 따라 해시 셋(Hash Set), 트리 셋(Tree Set)등이 존재한다.
- 해시 셋(Hash Set)
 - 해싱을 이용하여 데이터를 저장하는 방법.
 - 모든 연산이 $O(1)$ 에 수행되기 때문에 가장 빠르다.
 - Key값을 나열했을 때 순서를 예측할 수 없다.
- 트리 셋(Tree Set)
 - 일반적으로 균형 이진 검색 트리(Balanced Binary Search Tree) 중 레드 블랙 트리(Red-black Tree)로 구현되어 있다.
 - 모든 연산이 $O(\log N)$ 에 수행된다.
 - Key값을 나열했을 때 정렬된 순서로 불러온다. 정렬 방식을 지정할 수 있다.



✓ 맵 (Map)

- 맵 (Map)
 - Key와 Value로 이루어진 객체를 저장하는 자료구조
 - Set과 같이 Key값의 중복을 허용하지 않으며, value값은 제약이 없다.
 - 삽입, 삭제, 탐색의 세 가지 연산을 지원한다.
 - 구현 방식에 따라 해시 맵(Hash Map), 트리 맵(Tree Map)등이 존재한다.
각각의 특징은 Hash Set, Tree Set과 동일하다.