

Отчет лабораторной № 6

Задача об эпидемии

Хохлачева Яна Дмитриевна

Содержание

Цель работы	5
Задание	6
Выполнение лабораторной работы	8
Код на Python:	9
Выводы	13

Список таблиц

Список иллюстраций

- 0.1 Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда $I(0) \leq I^*$ с начальными условиями $I(0) = 78, R(0) = 28, S(0) = 4578$. Коэффициенты $\alpha = 0.01, \beta = 0.02$ 11
- 0.2 Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда $I(0) > I^*$ с начальными условиями $I(0) = 78, R(0) = 28, S(0) = 4578$. Коэффициенты $\alpha = 0.01, \beta = 0.02$ 12

Цель работы

1. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп по модели SIR.
2. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в разных случаях.

Задание

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы.

- $S(t)$ — восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи
- $I(t)$ — это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции
- $R(t)$ — это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \begin{cases} -\alpha S, I(t) > I^* \\ 0, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \begin{cases} -\alpha S - \beta I, I(t) > I^* \\ -\beta I, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности:

- α — коэффициент заболеваемости
- β — коэффициент выздоровления

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$

Выполнение лабораторной работы

$$N = 4578$$

$$I(0) = 78$$

$$R(0) = 28$$

$$S(0) = N - I(0) - R(0)$$

$$\alpha = 0.01$$

$$\beta = 0.02$$

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

- $I(0) \leq I^*$
- $I(0) > I^*$

Код на Python:

```
a = 0.01 # коэффициент заболеваемости
b = 0.02 # коэффициент выздоровления
N = 4578 # общая численность популяции
I0 = 78 # количество инфицированных особей в начальный момент времени
R0 = 28 # количество здоровых особей с иммунитетом в начальный момент времени
S0 = N - I0 - R0 # количество восприимчивых к болезни особей в начальный момент времени

# случай, когда  $I(0) \leq I^*$ 

def syst(x,t):
    dx = 0
    dx1 = -b*x[1]
    dx2 = b*x[1]
    return dx, dx1, dx2

t = np.arange(0, 200, 0.01)

x0 = [S0, I0, R0] # начальные значения

y = odeint(syst, x0, t)

plt.plot(t, y[:,0], label='S(t)')
```

```
plt.plot(t, y[:,1], label= 'I(t) ' )
plt.plot(t, y[:,2], label= 'R(t) ' )
plt.title( 'I(0)<=I*' )
plt.legend()
plt.show()
```

```
# случай, когда I(0)>I*
```

```
def system(x, t):
    dx_2 = -a*x[0]
    dx_21 = a*x[0] - b*x[1]
    dx_22 = b*x[1]
    return dx_2, dx_21, dx_22
```

```
y_2 = odeint(system, x0, t)
```

```
plt.plot(t, y_2[:,0], label= 'S(t) ' )
plt.plot(t, y_2[:,1], label= 'I(t) ' )
plt.plot(t, y_2[:,2], label= 'R(t) ' )
plt.title( 'I(0)>I*' )
plt.legend()
plt.show()
```

(рис. fig:001)

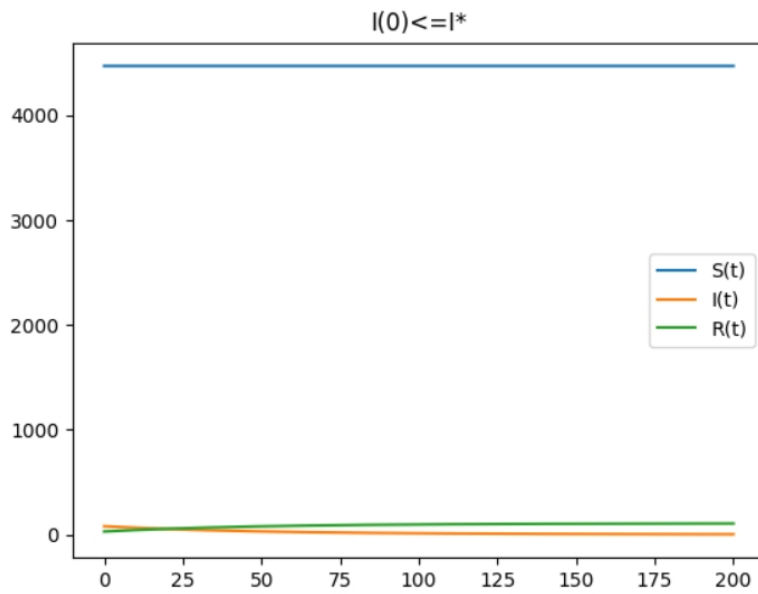


Рис. 0.1: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда $I(0) \leq I^*$ с начальными условиями $I(0) = 78, R(0) = 28, S(0) = 4578$. Коэффициенты $\alpha = 0.01, \beta = 0.02$.

(рис. fig:002)

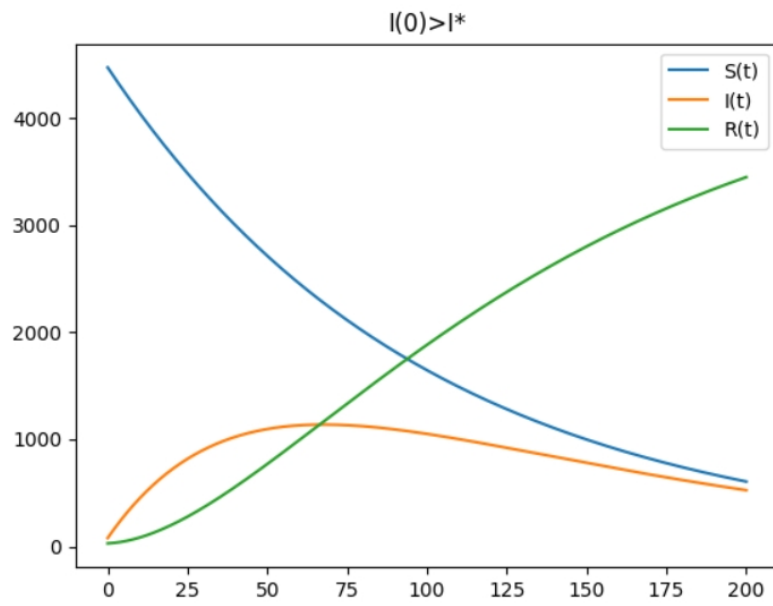


Рис. 0.2: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда $I(0) > I^*$ с начальными условиями $I(0) = 78, R(0) = 28, S(0) = 4578$. Коэффициенты $\alpha = 0.01, \beta = 0.02$.

Выводы

Я ознакомилась с простейшей моделью эпидемии, построив для нее графики изменения числа особей в трех группах для двух случаев: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$.