

Отчет лабораторной № 2

Задача о погоне

Хохлачева Яна Дмитриевна

Содержание

Цель работы	5
Задание	6
Выполнение лабораторной работы	7
Код	10
Выводы	12

Список таблиц

Список иллюстраций

0.1	Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие	9
0.1	Код построения графиков	10
0.2	График для первого случая	11
0.3	График для второго случая	11

Цель работы

Научиться выводить уравнение, описывающее движение катера, а также строить график траектории движения на примере задачи о погоне.

Задание

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 18,1 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,5 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

Выполнение лабораторной работы

1. Место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения: $t_0 = 0, x_{l0} = 0$.
Место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки: $x_{k0} = 0$
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_{l0}(0 = x_{l0} = 0)$, а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.
3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.
4. Чтобы найти расстояние X (расстояние, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер — $k - x$ (или $k + x$ в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $k - x/4.5v$ (во втором случае $k + x/4.5v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние

x можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{k - x}{4.5v}$$

или

$$\frac{x}{v} = \frac{k + x}{4.5v}$$

Отсюда мы найдем два значения $x_1 = \frac{k}{5.5}$ и $x_2 = \frac{k}{3.5}$, задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса, удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r — радиальная скорость и v_τ — тангенциальная скорость. Радиальная скорость — это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $\frac{dr}{dt} = v$. Тангенциальная скорость — это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{\partial\theta}{\partial t}$ на радиус r , $v_\tau = r \frac{\partial\theta}{\partial t}$ (рис. @fig:001)

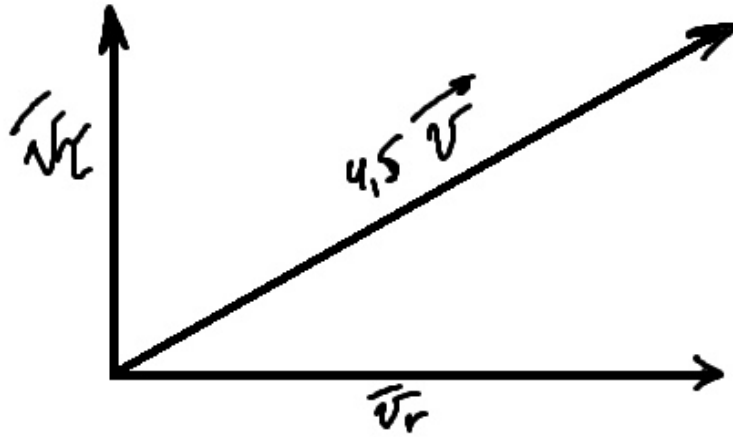


Рис. 0.1: Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

Из рисунка (рис. @fig:001) видно: $v_t = \sqrt{20.25v^2 - v^2} = \sqrt{19.25}v$ (учитывая, что радиальная скорость равна v). Тогда получаем $r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \sqrt{19.25}v$

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial r}{\partial t} = v \\ r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \sqrt{19.25}v \end{array} \right.$$

с начальными условиями

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{array} \right.$$

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{\partial r}{\partial \theta} = \frac{r}{\sqrt{19.25}}.$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

Код

(рис. @fig:002)

```
k = 18.1
v = 4.5
fi = 3 * math.pi / 4

def f1(r, theta): #Функция, описывающая движение береговой охраны
    res = r / math.sqrt((v**2) - 1)
    return res

def f2(t): #Функция, описывающая движение браконьерского катера
    xt = math.tan(fi) * t
    return xt

for vx in [3.5, 5.5]: #Два случая
    r0 = k / vx

    theta = np.arange(0, 2 * math.pi, 0.01)

    r = odeint(f1, r0, theta) # Решение дифф. уравнения
    t = np.arange(0, 15, 1)

    pol = t * t + f2(t) * f2(t) # Перевод в полярные координаты
    r2 = np.sqrt(pol)

    theta2 = (np.tan(f2(t) / t)) ** (-1)

    polar(theta, r, "g") #Построение графика
    polar(theta2, r2, "b")
    plt.show()
```

Рис. 0.1: Код построения графиков

(рис. @fig:003)

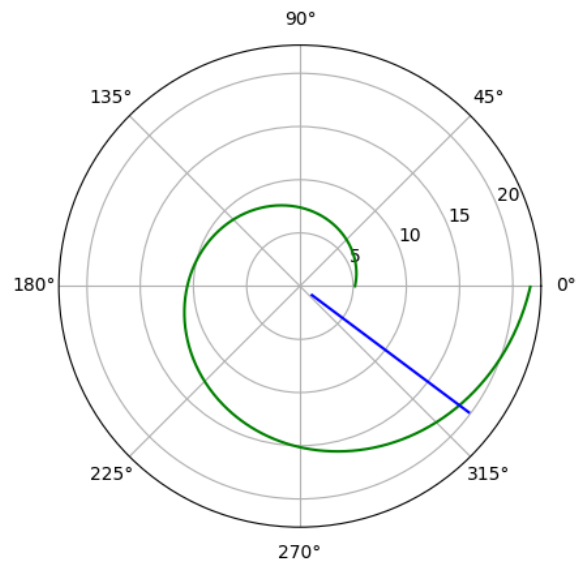


Рис. 0.2: График для первого случая

(рис. @fig:004)

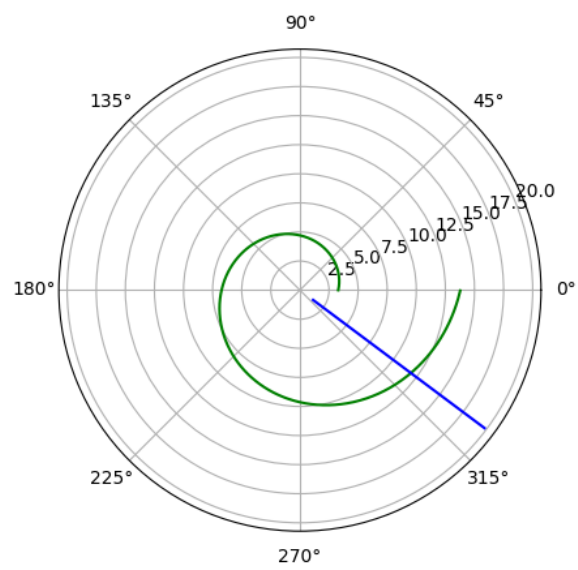


Рис. 0.3: График для второго случая

Выводы

В данной лабораторной работе я научилась строить уравнение, описывающее движение катера; строить траекторию движения катера и лодки с помощью Python, а также находить точку пересечения траектории катера и лодки.